UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

INTRODUÇÃO ÀS PONTES DE CONCRETO

Texto Provisório de Apoio à Disciplina SET - 412

Mounir Khalil El Debs
Toshiaki Takeya

São Carlos, 2007

INTRODUÇÃO ÀS PONTES DE CONCRETO

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 05
1.1. DEFINIÇÕES 05
1.2. ACENO HISTÓRICO 07
1.3. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES 08
1.4. NOMENCLATURA 08
1.5. CLASSIFICAÇÃO 11
1.5.1. Material da superestrutura 11
1.5.2. Comprimento 12
1.5.3. Natureza do tráfego 12
1.5.4. Desenvolvimento planimétrico 12
1.5.5. Desenvolvimento altimétrico 13
1.5.6. Sistema estrutural da superestrutura 13
1.5.7. Seção transversal 15
1.5.8. Posição do tabuleiro 16
1.5.9. Posição de execução 17
1.6. CONSIDERAÇÕES ECONÔMICAS PRELIMINARES 19
BIBLIOGRAFIA 20

2. AÇÕES NAS PONTES 21
2.1. INTRODUÇÃO 21
2.2. AÇÕES PERMANENTES 22
2.2.1. Peso próprio dos elementos estruturais 22
2.2.2. Peso de elementos não estruturais 22
2.2.3. Empuxo de terra e de água 23
2.2.4. Força de protensão 26
2.2.5. Deformações impostas 26
2.3. AÇÕES VARIÁVEIS 27
2.3.1. Carga móvel 27
2.3.2. Força centrífuga 37
2.3.3. Choque lateral (impacto lateral) 39
2.3.4. Efeito da frenagem e da aceleração 39
2.3.5. Variação de temperatura 40
2.3.6. Ação do vento 44
2.3.7. Pressão da água em movimento 46
2.3.8. Empuxo de terra provocado por cargas móveis 47
2.3.9. Cargas de construção 48
2.4. AÇÕES EXCEPCIONAIS 49
2.5. COMBINAÇÕES DAS AÇÕES 49
2.5.1. Combinações últimas das ações 49
2.5.2. Combinações de serviço das ações 50
BIBLIOGRAFIA 51

3. NOÇÕES DE CÁLCULO DE SUPERESTRUTURA 52
3.1. INTRODUÇÃO 52
3.2. PONTES DE VIGAS 53
3.2.1. Seção T 55
3.2.2. Seção celular 64
3.2.3. Lajes do tabuleiro (tabelas de Rüsch) 66
3.3. PONTES DE LAJE 66
3.3.1. Lajes maciças 66

3.3.2. Lajes vazadas ... 68
3.4. CÁLCULO MEDIANTE PROGRAMAS DE COMPUTADOR ... 69
3.4.1. Pontes de viga ... 69
3.4.2. Pontes de laje ... 70
3.4.3. Programas comerciais ... 71
BIBLIOGRAFIA ... 74

4. SISTEMAS ESTRUTURAIS ... 75
4.1. INTRODUÇÃO ... 75
4.2. PONTES EM VIGA ... 75
4.2.1. Vinculações típicas ... 76
4.2.2. Formas da viga ... 83
4.2.2. Faixa de vãos ... 84
4.3. PONTES EM PÓRTICO ... 85
4.3.1. Vinculações típicas ... 86
4.3.2. Formas do Pórtico ... 87
4.3.2. Faixa de vãos ... 88
4.4. PONTES EM ARCO ... 88
4.3.1. Vinculações típicas ... 88
4.3.2. Formas do Arco ... 88
4.3.2. Faixa de vãos ... 90
4.4. PONTES ESTAIADAS ... 90
BIBLIOGRAFIA ... 92

5. SEÇÕES TRANSVERSAIS ... 93
5.1. INTRODUÇÃO ... 93
5.2. PONTES DE LAJE ... 94
5.3. PONTES DE VIGA ... 98
5.3.1. Tabuleiro normal ... 98
5.3.2. Tabuleiro rebaixado ... 104
BIBLIOGRAFIA ... 106

6. TIPOLOGIA DOS APOIOS DAS PONTES ... 107
6.1. INTRODUÇÃO ... 107
6.2. APARELHOS DE APOIO ... 107
6.2.1. Aparelhos de apoio metálicos ... 108
6.2.2. Aparelhos de apoio de concreto ... 108
6.2.3. Aparelhos de apoio de neoprene ... 111
6.3. INFRA-ESTRUTURA ... 113
6.3.1. Encontros e pilares ... 113
6.3.2. Fundações ... 115
BIBLIOGRAFIA ... 120

7. ESFORÇOS NOS APARELHOS DE APOIO ... 121
7.1. INTRODUÇÃO ... 121
7.2. CONSTANTES ELÁSTICAS DOS APOIOS ... 122
7.2.1. Definições ... 122
7.2.2. Articulação fixa ... 122
7.2.3. Articulação móvel ... 122
7.2.4. Aparelho de apoio de neoprene ... 123
7.2.5. Pilar ... 124
7.2.6. Pilar com aparelho de apoio de neoprene ... 125
7.3. PONTES DE TABULEIRO RETO ORTOGONAL CONTÍNUO ... 126
7.3.1. Efeito de uma força horizontal longitudinal ... 126
7.3.2. Efeito de uma força horizontal transversal ... 127

7.3.3. Efeito da deformação longitudinal do tabuleiro..... 129
7.4. PONTES DE TABULEIRO RETO ORTOGONAL DESCONTÍNUO..... 130
7.4.1. Procedimento de cálculo..... 130
7.4.2. Coeficientes de rigidez..... 130
7.4.3. Coeficientes de propagação..... 131
7.4.4. Cálculo de $\alpha_{i,i-1}$ e k_i 132
7.4.5. Cálculo de $\alpha_{i,i+1}$ e K_i 134
7.4.6. Roteiro de cálculo..... 134
7.5. DIMENSIONAMENTO DE APARELHOS DE APOIO DE NEOPRENE..... 135
7.5.1. Pré-dimensionamento..... 136
7.5.2. Verificações..... 137
BIBLIOGRAFIA..... 141

8. PROCESSOS CONSTRUTIVOS..... 142
8.1. INTRODUÇÃO..... 142
8.2. CONCRETO MOLDADO NO LOCAL COM CIMBRAMENTO FIXO..... 143
8.3. ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS QUE VENCEM TODO O VÃO E SUAS VARIAÇÕES..... 146
8.4. BALANÇOS SUCESSIVOS..... 150
8.5. DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS..... 152
8.6. CIMBRAMENTO MÓVEL..... 166
8.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 170
BIBLIOGRAFIA..... 172

Anexos
A1. ASPECTOS BÁSICOS DO COMPORTAMENTO À FADIGA DO CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO..... 173
A1.1. INTRODUÇÃO..... 173
A1.2. FADIGA DOS MATERIAIS..... 176
A1.2.1. Concreto simples..... 176
A1.2.2. Aço..... 177
A1.2.3. Aço para armadura protendida..... 179
A1.3. COMPORTAMENTO À FADIGA DE ESTRUTURAS E COMPONENTES..... 180
A1.3.1. Preliminares..... 180
A1.3.2. Ruptura devido a momento fletor..... 180
A1.3.3. Ruptura devido a força cortante..... 181
A1.3.4. Ruptura da aderência aço-concreto..... 182
A1.3.5. Abertura de fissuras e deformações..... 183
A1.3.6. Observações de danos por fadiga em estruturas..... 184
BIBLIOGRAFIA..... 184
A2. EMPREGO DAS TABELAS DE RÜSCH..... 185

1. INTRODUÇÃO

1.1. DEFINIÇÕES

Ponte é uma construção destinada a estabelecer a continuidade de uma via de qualquer natureza.

Nos casos mais comuns, e que serão tratados neste texto, a via é uma rodovia, uma ferrovia, ou uma passagem para pedestres.

O obstáculo a ser transposto pode ser de natureza diversa, e em função dessa natureza são associadas as seguintes denominações:

Ponte (propriamente dita) - quando o obstáculo é constituído de curso de água ou outra superfície líquida como por exemplo um lago ou braço de mar (**Fig. 1.1**);

Viaduto - quando o obstáculo é um vale ou uma via (**Fig. 1.2**).

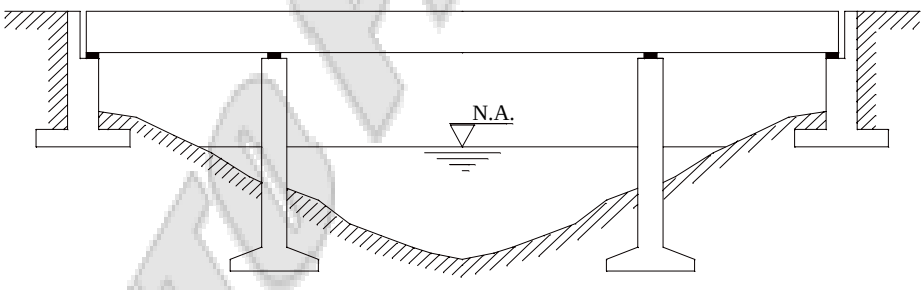


Fig. 1.1 Esquema ilustrativo de ponte.

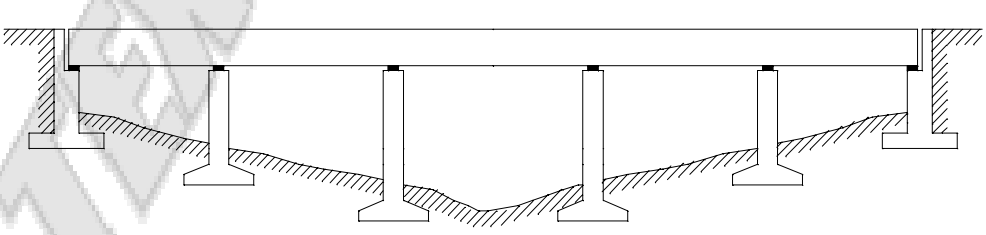


Fig. 1.2 Esquema ilustrativo de viaduto.

TEXTO PROVISÓRIO

Os viadutos podem receber, em função de suas particularidades as seguintes denominações:

Viaduto de acesso - viaduto que serve para dar acesso a uma ponte (**Fig. 1.3**);

Viaduto de meia encosta - viaduto empregado em encostas (**Fig. 1.14-**a) com o objetivo de minimizar a movimentação de solo em encostas íngremes, ou como alternativa ao emprego de muro de arrimo ou similar (**Fig. 1.14-**b).

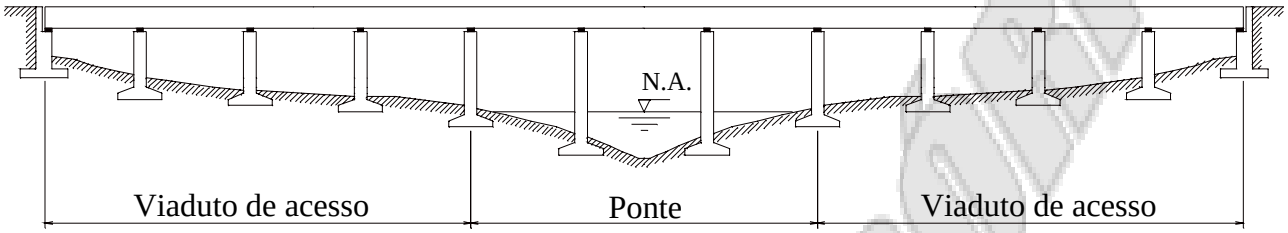
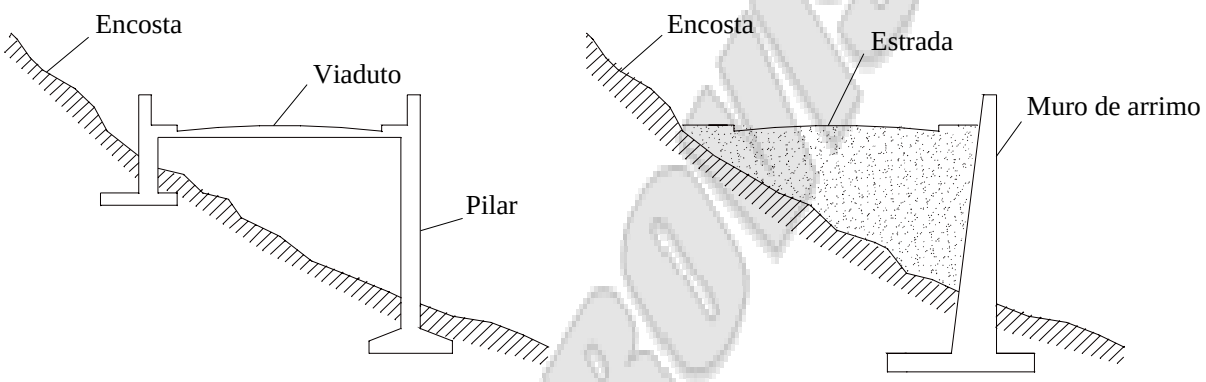


Fig. 1.3 Esquema ilustrativo de viaduto de acesso.

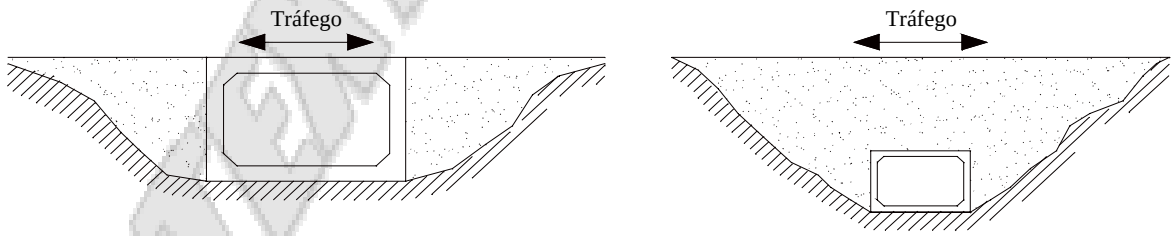


(a) Alternativa em viaduto (b) Alternativa em aterro

Fig. 1.4 Esquema ilustrativo de viaduto de meia encosta.

Existe ainda um tipo de construção que, em determinadas situações, pode ser enquadrado na categoria de pontes que são as galerias.

As galerias, também denominadas de bueiros, são obras completamente ou parcialmente enterradas que fazem parte do sistema de drenagem, permanente ou não, das vias ou são obras destinadas a passagens inferiores. Na **Fig. 1.5** é ilustrada uma situação em que a galeria apresenta as características das pontes e uma outra situação em que as características fogem muito daquelas apresentadas pelas pontes. Evidentemente, existem situações intermediárias, para as quais, o porte e a altura de terra sobre a galeria conferem a este tipo de obra características que as aproximam mais ou menos das pontes.



(a) Com características das pontes (b) Com características distintas das pontes

Fig. 1.5 Esquema ilustrativo de galeria.

1.2. ACENO HISTÓRICO

Um histórico das pontes, pode ser visto, de forma resumida, a partir dos materiais empregados na sua construção. Desta forma tem-se, na ordem cronológica, segundo LEONHARDT (1979), os seguintes tipos de pontes:

Pontes de madeira - a madeira tem sido empregada desde a antiguidade na construção de pontes, inicialmente com arranjos estruturais bastante simples. Destaca-se que com este material chegou-se a construir pontes com vãos consideráveis, como o de uma ponte construída em 1758, sobre o rio Reno, com 118 metros de vão.

Pontes de pedra - a pedra, assim como a madeira, era empregada desde a antiguidade, na construção de pontes. Os romanos e os chineses já construíam abóbadas em pedra antes de Cristo. Os romanos chegaram a construir pontes, em forma de arco semicircular com até 30 metros de vão. Foi grande o número de pontes em pedra construídas pelos romanos; a maior parte destas desabaram, principalmente por problemas de fundação ou então foram demolidas por questões bélicas, mas existem algumas que permanecem até os dias de hoje. Na idade média as abóbadas ficaram mais abatidas, chegando a atingir vãos da ordem de 50 metros.

Pontes metálicas - embora as primeiras pontes metálicas tenham surgido no fim do século XVIII, em ferro fundido, foi a partir da metade do século seguinte, com o desenvolvimento das ferrovias - que produziam cargas bem mais elevadas que as que ocorriam até então - é que floresceu o emprego do aço na construção das pontes. Cabe destacar que já a partir de 1850 construíam-se pontes em treliça com 124 metros de vão.

Pontes de concreto armado - as primeiras pontes em concreto apareceram no início do século 20. Eram pontes de concreto simples em arco triarticulado, com o material substituindo a pedra. Embora já se empregasse o concreto armado na execução do tabuleiro das pontes de concreto simples, foi a partir de 1912 que começaram a ser construídas as pontes de viga e de pórtico em concreto armado, com vãos de até 30 metros.

Pontes de concreto protendido [1] - embora as primeiras pontes em concreto protendido tenham sido feitas a partir de 1938, foi após a Segunda Guerra Mundial que o concreto protendido começou a ser empregado com grande freqüência, por causa da necessidade de se reconstruir rapidamente um grande número de pontes destruídas durante a guerra.

A partir de então, o desenvolvimento da construção das pontes se concentrou nos processos construtivos.

Para um aprofundamento neste assunto recomenda-se a leitura de WITTFOHT (1975).

[1] O concreto armado e o concreto protendido não devem ser vistos como materiais diferentes. A distinção feita aqui visa realçar um avanço tecnológico importante na construção das pontes.

1.3. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES

Ao se comparar as pontes com os edifícios, pode-se estabelecer certas particularidades das pontes em relação aos edifícios. Estas, podem ser agrupadas da seguinte forma:

Ações - devido ao caráter da carga de utilização das pontes, torna-se necessário considerar alguns aspectos que normalmente não são considerados nos edifícios. Nas pontes, em geral, deve-se considerar o efeito dinâmico das cargas, e devido ao fato das cargas serem móveis, torna-se necessário determinar a envoltória dos esforços solicitantes e a verificação da possibilidade de fadiga dos materiais.

Processos construtivos - em razão da adversidade do local de implantação, que é comum na construção das pontes, existem processos de construção que, em geral, são específicos para a construção de pontes.

Composição estrutural - a composição estrutural utilizada nas pontes difere da empregada em edifícios, em razão da carga de utilização, dos vãos a serem vencidos, e do processo de construção.

Análise estrutural - na análise estrutural existem simplificações e recomendações em função da composição estrutural, como por exemplo, o cálculo da estrutura em grelha considerando elementos indeformáveis numa direção.

Nas construções, de uma maneira geral deve-se atender os seguintes quesitos: segurança, economia, funcionalidade e estética. No caso das pontes, dois destes quesitos merecem ser destacados: a estética e a funcionalidade.

Para determinadas pontes, nas quais o impacto visual no ambiente é importante, a estética assume um papel de grande destaque, justificando inclusive, em determinados casos um aumento do custo. Reforçando ainda este aspecto, salienta-se que na construção de uma rodovia, as pontes e os viadutos são denominados de obras de arte. Sobre este assunto pode-se consultar LEONHARDT (1982) e WATSON & HURD (1990).

No projeto das pontes deve-se visar o atendimento das condições de uso, com um mínimo de manutenção, buscando assim evitar transtornos de uma interrupção do tráfego, que em determinadas situações pode-se tornar calamitosa.

1.4. NOMENCLATURA

Tendo em vista os aspectos estruturais, as pontes podem ser subdivididas nos seguintes elementos, como mostra a **Fig. 1.6**:

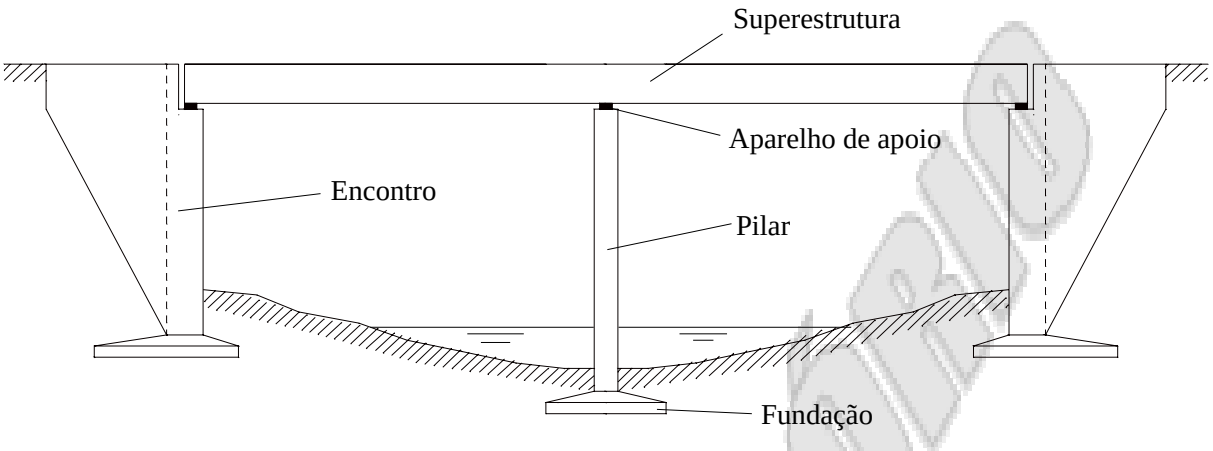


Fig. 1.6 Esquema ilustrativo da composição das pontes.

SUPERESTRUTURA { Estrutura principal / Estrutura secundária

APARELHO DE APOIO

INFRAESTRUTURA { Suporte / Fundação

A **superestrutura** é a parte da ponte destinada a vencer o obstáculo. A superestrutura pode ser subdividida em duas partes:

- **Estrutura principal** (ou sistema estrutural principal ou simplesmente sistema estrutural) - que tem a função de vencer o vão livre;
- **Estrutura secundária** (ou tabuleiro ou estrado) - que recebe a ação direta das cargas e a transmite para a estrutura principal.

O **aparelho de apoio** é o elemento colocado entre a infraestrutura e a superestrutura, destinado a transmitir as reações de apoio e permitir determinados movimentos da superestrutura.

A **infraestrutura** é a parte da ponte que recebe as cargas da superestrutura através dos aparelhos de apoio e as transmite ao solo.

A infraestrutura pode ser subdividida em suportes e fundações. Os suportes podem ser subdivididos em:

- **Encontro** - elemento situado nas extremidades da ponte, na transição de ponte com o aterro da via, e que tem a dupla função, de suporte, e de arrimo do solo;
- **Pilar** - elemento de suporte, normalmente situado na região intermediária, e que não tem a finalidade de arrimar o solo.

Cabe destacar que além da subdivisão aqui apresentada, encontra-se na literatura nacional, outra subdivisão que é a seguinte:

- SUPERESTRUTURA
- MESOESTRUTURA (aparelho de apoio, pilar e encontro)
- INFRAESTRUTURA (fundação).

Salienta-se que determinados tipos de pontes não apresentam separação nítida entre os elementos, o que torna a aplicação da nomenclatura, para ambas as subdivisões apresentadas, não muito clara.

Com relação à seção transversal, conforme mostrado na **Fig. 1.7**, podem aparecer os seguintes elementos:

- **Pista de rolamento** - largura disponível para o tráfego normal dos veículos, que pode ser subdividida em faixas;
- **Acostamento** - largura adicional à pista de rolamento destinada à utilização em casos de emergência, pelos veículos;
- **Defensa** - elemento de proteção aos veículos, colocado lateralmente ao acostamento;
- **Passeio** - largura adicional destinada exclusivamente ao tráfego de pedestres;
- **Guarda-roda** - elemento destinado a impedir a invasão dos passeios pelos veículos;
- **Guarda corpo** - elemento de proteção aos pedestres.

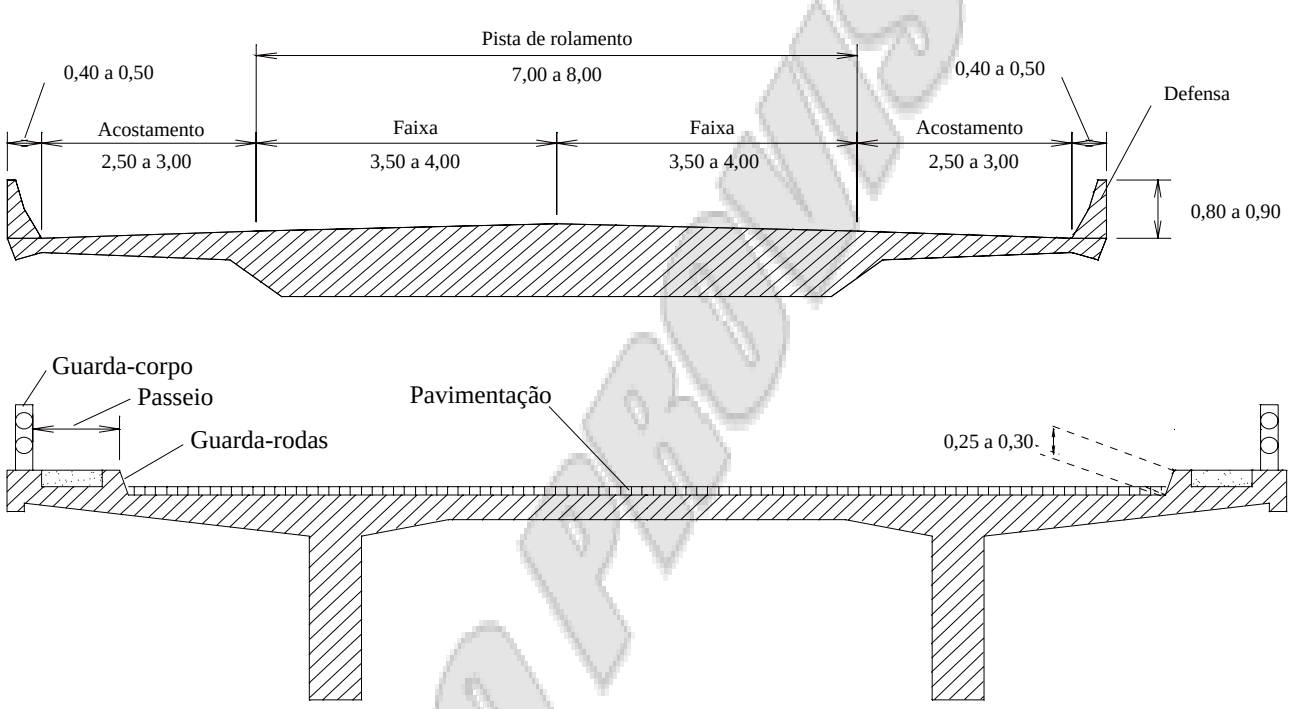


Fig. 1.7 Denominações dos elementos relativos à seção transversal.

Com relação à seção longitudinal, mostrada na **Fig. 1.8**, tem-se as seguintes denominações:

- **Comprimento da ponte** (também denominado de vão total) - distância, medida horizontalmente segundo o eixo longitudinal, entre as seções extremas da ponte;
- **Vão** (também denominado de vão teórico e de tramo) - distância, medida horizontalmente, entre os eixos de dois suportes consecutivos;
- **Vão livre** - distância entre as faces de dois suportes consecutivos;
- **Altura de construção** - distância entre o ponto mais baixo e o mais alto da superestrutura;
- **Altura livre** - distância entre o ponto mais baixo da superestrutura e o ponto mais alto do obstáculo.

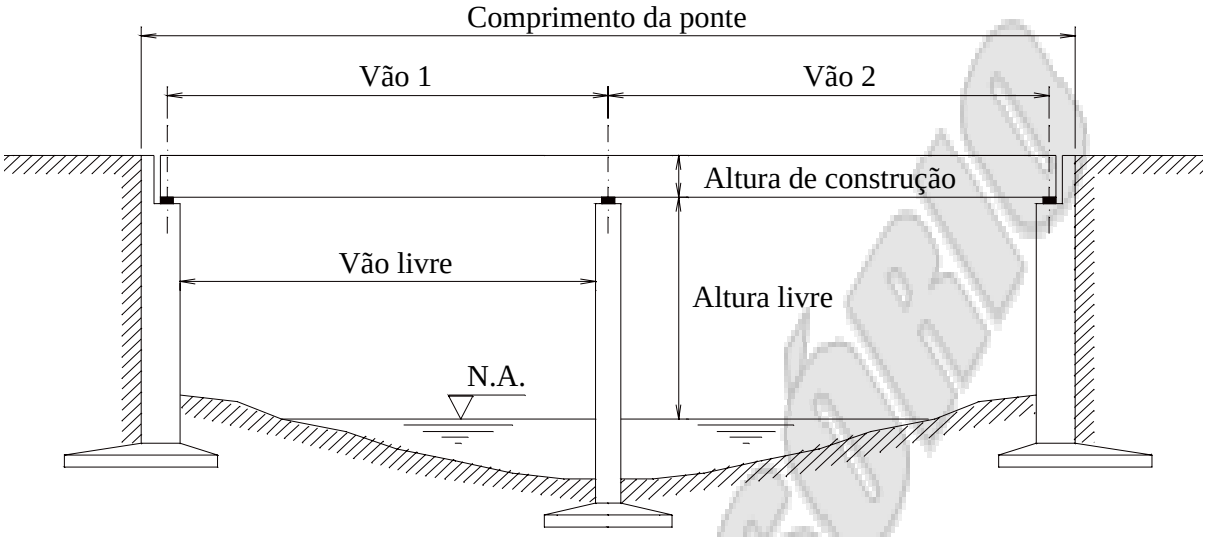


Fig. 1.8 Denominações dos elementos relativos à seção longitudinal.

1.5. CLASSIFICAÇÃO

As pontes podem ser classificadas segundo vários critérios; os mais importantes são os seguintes:

- material da superestrutura;
- comprimento;
- natureza do tráfego;
- desenvolvimento planimétrico;
- desenvolvimento altimétrico;
- sistema estrutural da superestrutura;
- seção transversal;
- posição do tabuleiro;
- processo de execução.

Apresenta-se a seguir a classificação das pontes segundo cada um dos critérios relacionados.

Destaca-se que com esta apresentação visa-se também ampliar a relação dos termos técnicos empregados no projeto e na construção das pontes.

1.5.1. Material da superestrutura

As pontes se classificam segundo o material da superestrutura em:

- de madeira;
- de alvenaria
- de concreto simples;
- de concreto armado;
- de concreto protendido;
- de aço;

- mistas (concreto e aço).

Na infraestrutura das pontes emprega-se normalmente o concreto armado, portanto não será feita a classificação segundo o material da infraestrutura.

1.5.2. Comprimento

Segundo o seu comprimento, as pontes podem ser classificadas em:

- galerias (bueiros) - de 2 a 3 metros;
- pontilhões - de 3 a l0 metros;
- pontes - acima de l0 metros.

Esta classificação tem importância apenas para apresentar as denominações que as pontes recebem em função do seu comprimento ou porte, embora não exista consenso - e nem grande importância - sobre as faixas de valores aqui indicadas.

Existe ainda uma divisão, também de contornos não muito definidos, que é:

- pontes de pequenos vãos – até 30 metros
- pontes de médios vãos – de 30 a 60 a 80 metros
- pontes de grandes vãos – acima de 60 a 80 metros

1.5.3. Natureza do tráfego

Segundo a natureza do tráfego, as pontes podem ser classificadas em:

- rodoviárias;
- ferroviárias;
- passarelas (pontes para pedestres);
- aeroviárias;
- aquetudos;
- mistas.

Estas denominações são associadas ao tipo de tráfego principal. As pontes mistas são aquelas destinadas a mais de um tipo de tráfego, por exemplo ponte rodo-ferroviária que serve para estabelecer a continuidade de uma rodovia e de uma ferrovia.

1.5.4. Desenvolvimento planimétrico

Segundo o desenvolvimento em planta do traçado, as pontes podem ser classificadas em:

- Retas { ortogonais / esconsas
- Curvas

As pontes retas, como o próprio nome diz, são aquelas que apresentam eixo reto.

TEXTO PROVISÓRIO

Em função do ângulo que o eixo da ponte forma com a linha de apoio da superestrutura, estas pontes podem ser divididas em ortogonais (quando este ângulo é de 90°), e esconsas (quando este ângulo é diferente de 90°).

As **Fig. 1.9**-a e **Fig. 1.9**-b ilustram estas situações.

As pontes curvas são aquelas que apresentam o eixo, em planta, curvo, conforme ilustra a **Fig. 1.9**-c.

1.5.5. Desenvolvimento altimétrico

As pontes se classificam segundo o seu desenvolvimento altimétrico em:

- Retas { horizontal / em rampa
- Curvas { tabuleiro convexo / tabuleiro côncavo

As **Fig. 1.10**-a, b, c, e d ilustram estas situações.

1.5.6. Sistema estrutural da superestrutura

As pontes podem ser classificadas, quanto ao sistema estrutural da superestrutura em:

- ponte em viga;
- ponte em pórtico;
- ponte em arco;
- ponte pênsil;
- ponte estaiada.

Estes tipos de pontes podem apresentar subdivisões, em função dos tipos de vinculação dos elementos, como por exemplo, ponte em viga simplesmente apoiada, ponte em arco biarticulado, etc. Estas subdivisões serão tratadas posteriormente.

A **Fig. 1.11** ilustra estes tipos de pontes.

TEXTO PROVISÓRIO

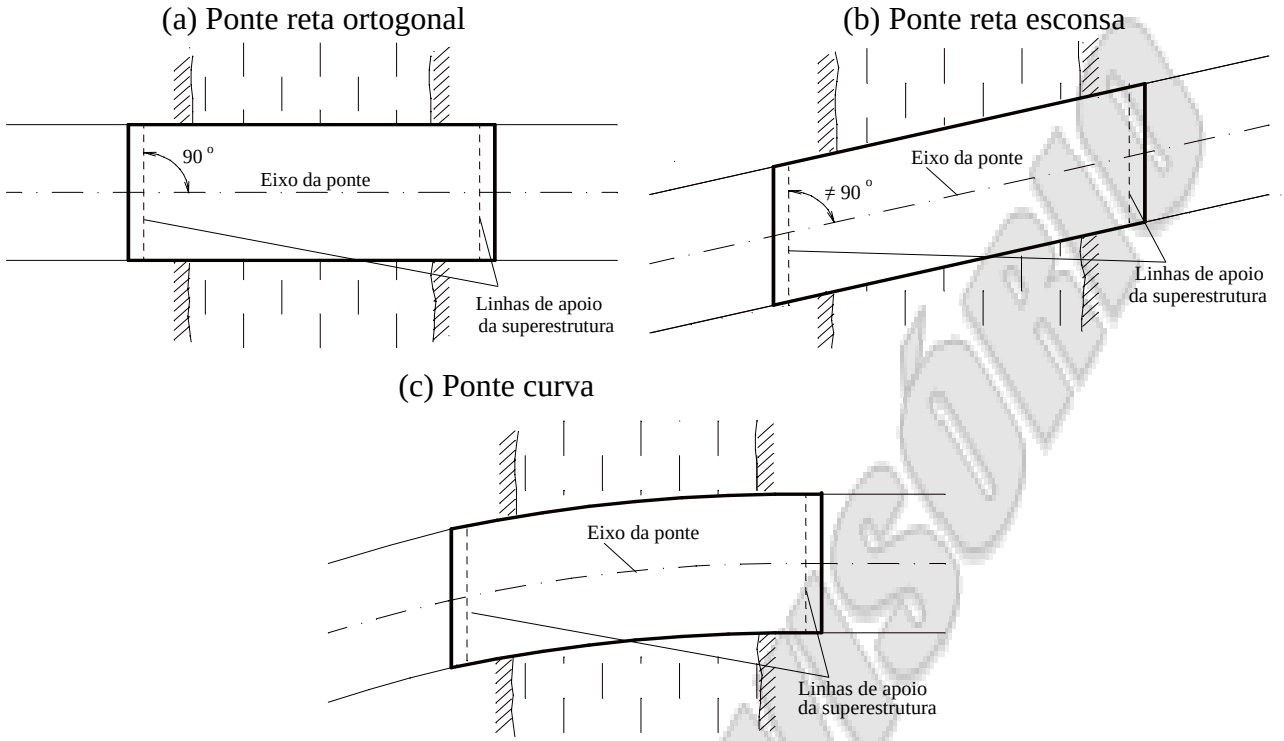


Fig. 1.9 Classificação das pontes segundo o desenvolvimento em planta.

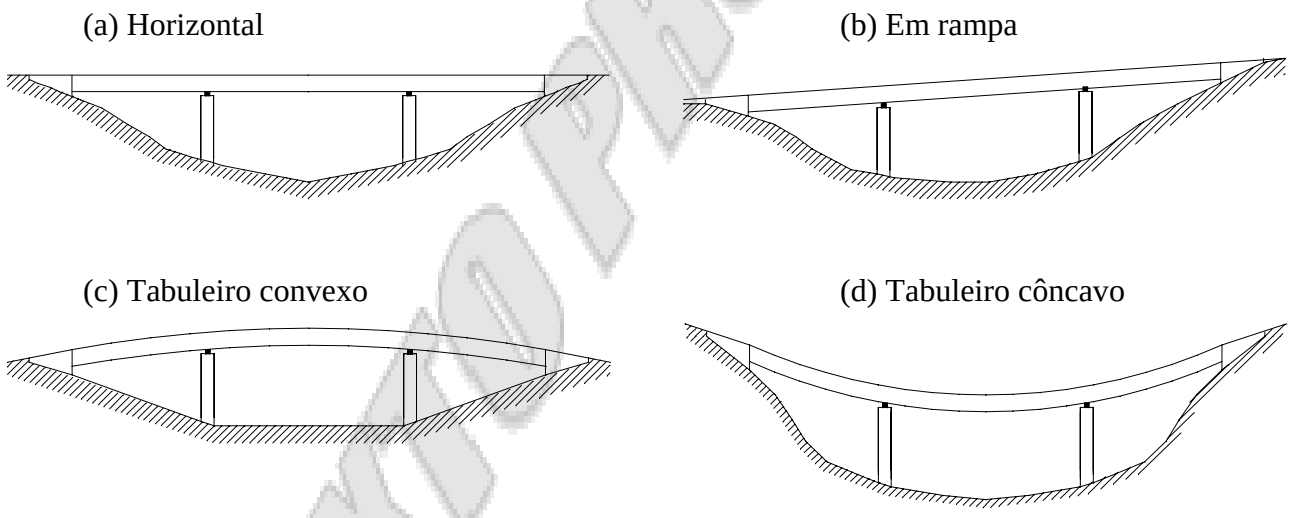
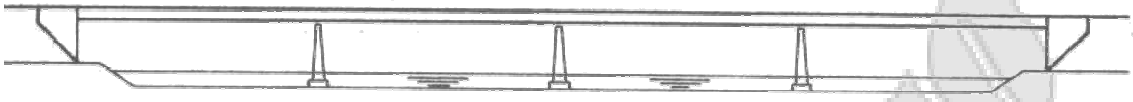
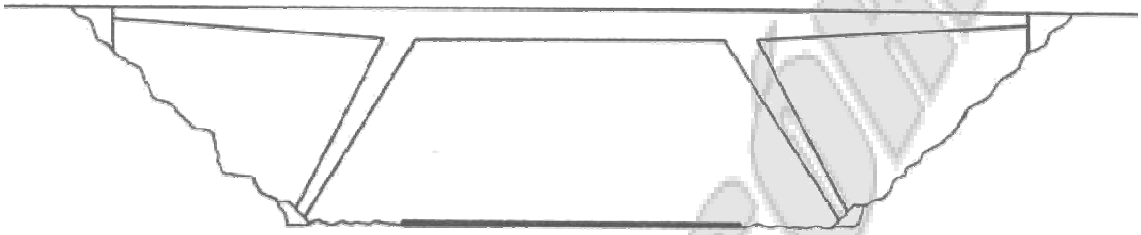


Fig. 1.10 Classificação das pontes segundo o desenvolvimento altimétrico.

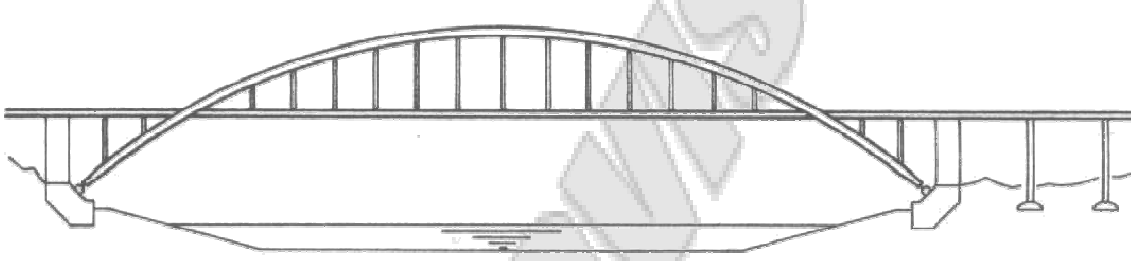
(a) Ponte em viga



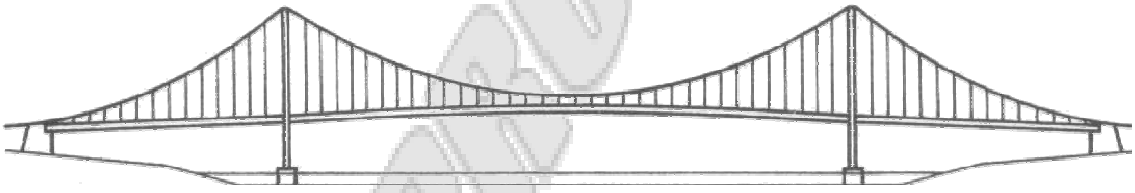
(b) Ponte em pórtico



(c) Ponte em arco



(d) Ponte pênsil



(e) Ponte estaiada

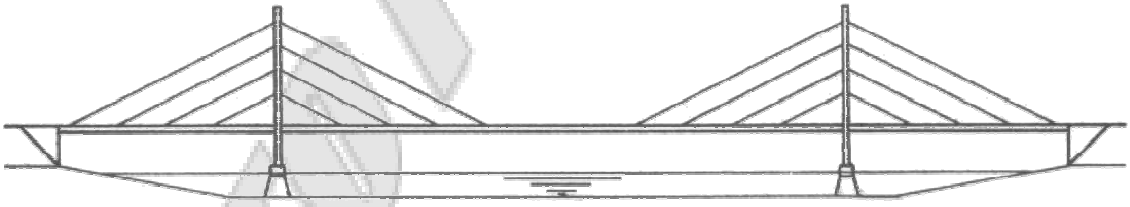


Fig. 1.11 Esquemas dos sistemas estruturais da superestrutura.

1.5.7. Seção transversal

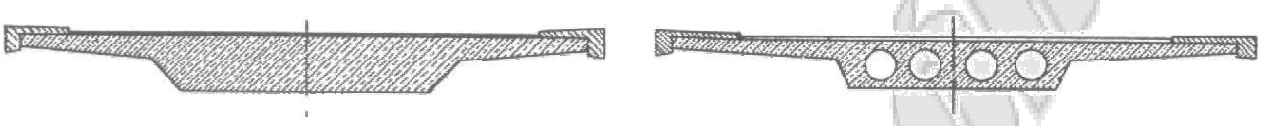
Quanto à seção transversal às pontes de concreto se classificam em:

- ponte de laje { maciça / vazada

- ponte de viga { seção T / seção celular

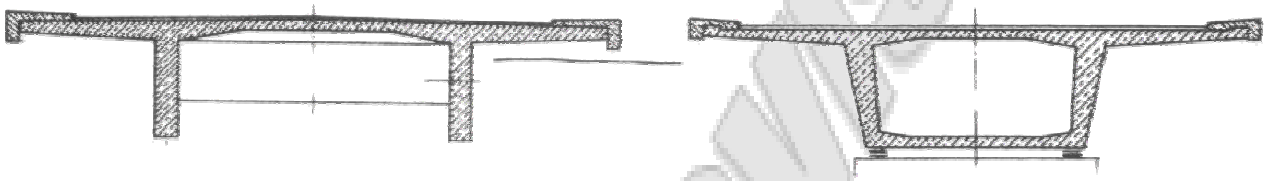
Existe ainda um tipo de ponte de viga – a viga em forma de treliça. No entanto, este tipo de seção transversal é muito pouco utilizado nas pontes de concreto, o que justifica a não inclusão nesta classificação. As figuras Fig. 1.12-a e Fig. 1.12-b ilustram os casos em questão.

(a) Pontes de laje



Maciça Vazada

(b) Pontes de viga



Seção T Seção celular

Fig. 1.12 Seções transversais das pontes de concreto.

Observe-se que está sendo feita uma distinção na classificação das pontes quanto ao sistema estrutural da superestrutura e quanto à seção transversal, através da preposição que segue a palavra ponte. Assim, **ponte em viga** refere-se ao sistema estrutural da superestrutura em viga qualquer que seja a seção transversal, e **ponte de viga** refere-se à seção transversal em viga, independente do sistema estrutural da superestrutura.

Salienta-se ainda que estas denominações não são de uso comum nem na literatura nacional nem na prática da Engenharia Civil no país, mas foram julgadas adequadas para evitar que haja confusão na hora de classificar as pontes.

1.5.8. Posição do tabuleiro

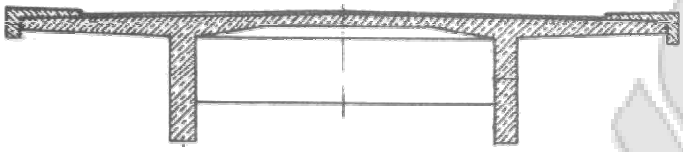
Quanto à posição do tabuleiro as pontes se classificam em:

- ponte com tabuleiro superior;
- ponte com tabuleiro intermediário;
- ponte com tabuleiro inferior.

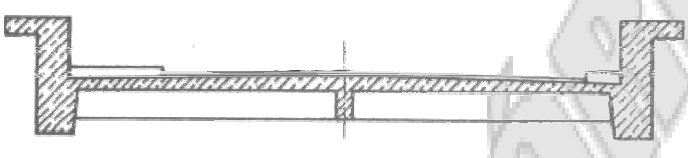
As pontes com tabuleiro superior recebem também a denominação de pontes com tabuleiro normal, e as pontes com tabuleiro intermediário e inferior são também chamadas de pontes com tabuleiro rebaixado.

A **Fig. 1.13** ilustra estas situações. Salienta-se que para as pontes pênseis e para as pontes estaiadas o tabuleiro é sempre inferior.

a) Tabuleiro superior (Normal)



b) Tabuleiro intermediário (Rebaixado)



c) Tabuleiro inferior (Rebaixado)

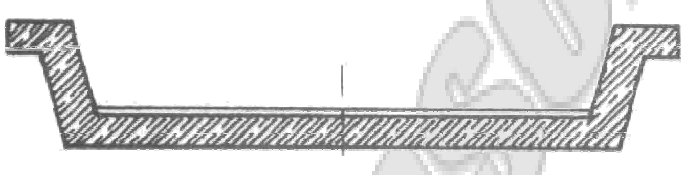


Fig. 1.13 Esquema de seções transversais ilustrando a posição do tabuleiro.

1.5.9. Processo de execução

Os processos de execução a serem apresentados referem-se às pontes de concreto. O assunto é aqui tratado de forma bastante sucinta, com um caráter introdutório e será desenvolvido, de forma mais completa, oportunamente.

Assim, tendo em vista o processo de execução, as pontes são aqui classificadas em:

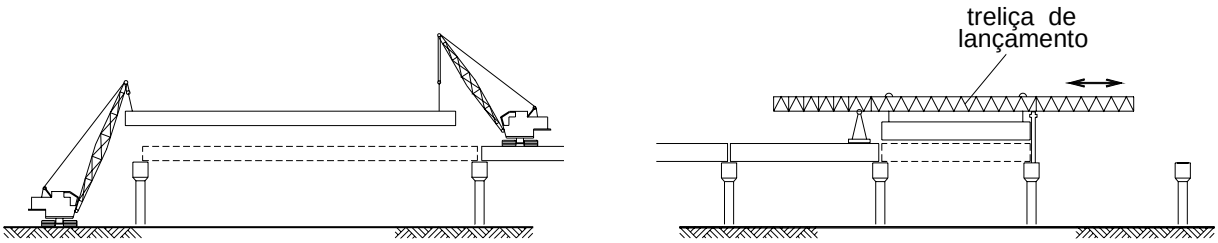
- construção com concreto moldado no local;
- construção com elementos pré-moldados;
- construção com balanços sucessivos;
- construção com deslocamentos progressivos.

A construção com concreto moldado no local é a denominação aqui apresentada para o tipo tradicional de execução de concreto armado, e que consiste na concretagem da superestrutura no local, com o emprego de fôrmas apoiadas em cibramento fixo.

A construção com o emprego de elementos pré-moldados, na sua forma mais comum, consiste no lançamento de vigas pré-moldadas por meio de dispositivo adequado, seguido da aplicação de parcela adicional de concreto moldado no local, em fôrmas que se apoiam nas vigas pré-moldadas, eliminando - ou reduzindo drasticamente - o cimbramento (**Fig. 1.14**).

Em linhas gerais, a construção das pontes em balanços sucessivos é feita a partir dos lados dos pilares, em segmentos; a fôrma para a moldagem de cada segmento é sustentada pelo segmento anterior, sendo portanto necessário que o concreto desse segmento anterior esteja com a resistência adequada. Também, neste caso, elimina-se - ou reduz-se drasticamente - o cimbramento (**Fig. 1.15**). Existe também a alternativa de se fazer estes segmentos pré-moldados.

(a) Esquema de colocação dos elementos pré-moldados



(b) Seção transversal final

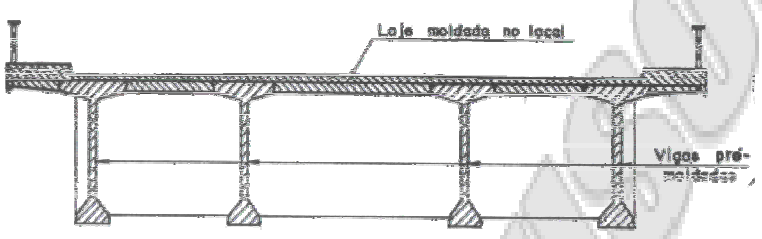


Fig. 1.14 Ilustração da construção de pontes com o emprego de elementos pré-moldados.

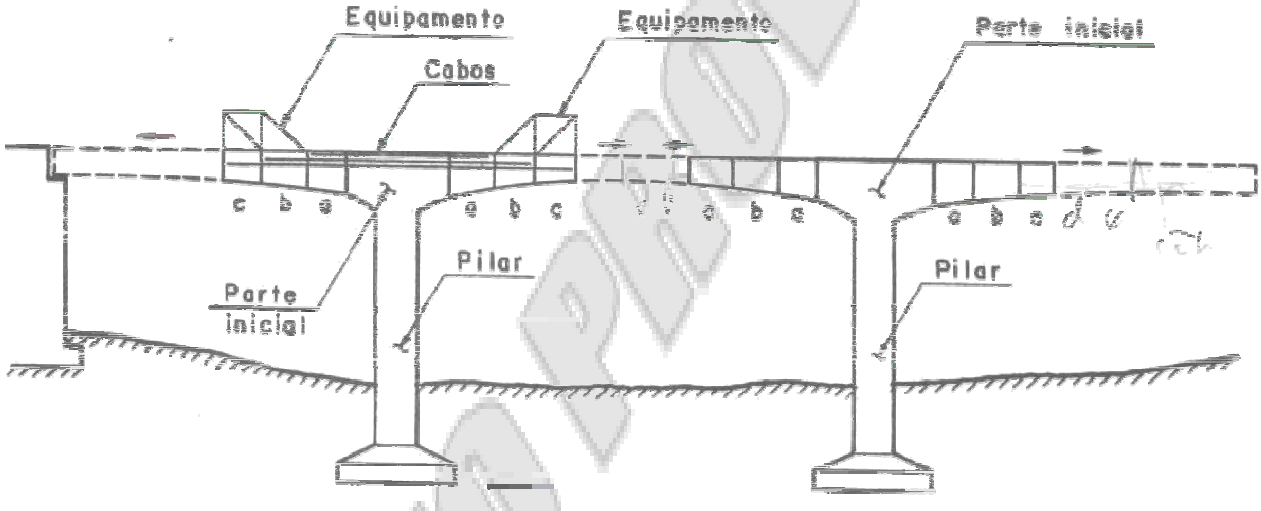


Fig. 1.15 Esquema ilustrativo de construção de pontes em balanços sucessivos.

A construção com deslocamentos progressivos consiste na execução da ponte em segmentos, em local apropriado junto à cabeceira da ponte; à medida que o concreto de cada segmento vai adquirindo a resistência adequada, a ponte é progressivamente deslocada para o local definitivo, também eliminando - ou reduzindo drasticamente - o cimbramento (**Fig. 1.16**).

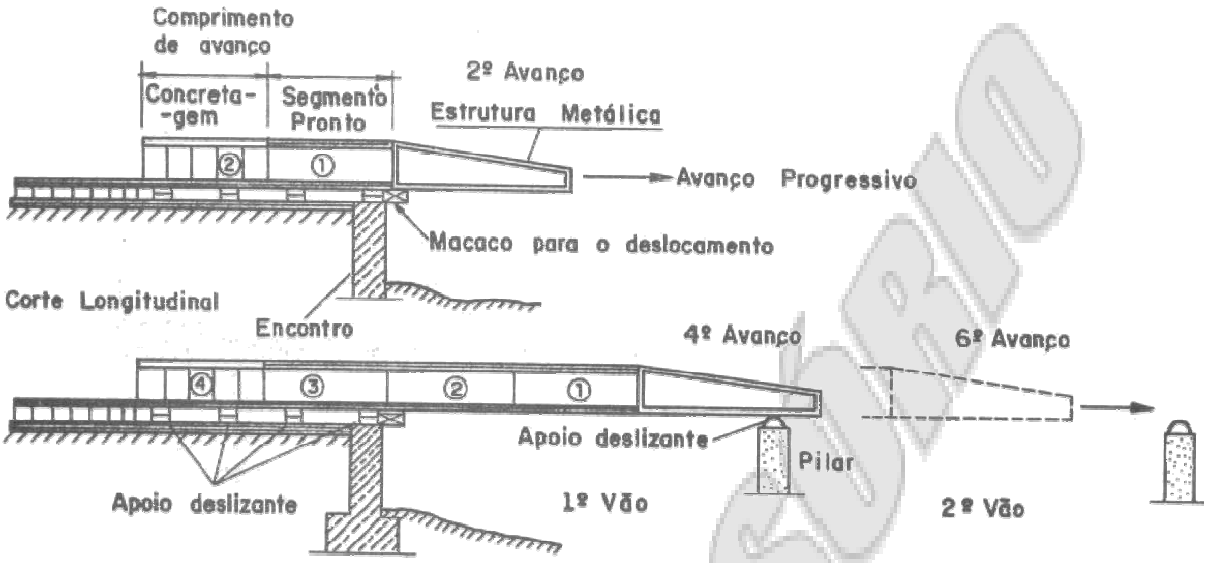


Fig. 1.16 Esquema ilustrativo de construção de pontes com deslocamentos progressivos. Fonte: LEONHARDT (1979).

1.6. CONSIDERAÇÕES ECONÔMICAS PRELIMINARES

Nas pontes, como em qualquer tipo de construção, deve-se procurar minimizar o custo, que é a soma dos custos da infra-estrutura, dos aparelhos de apoio e da superestrutura.

Diversos fatores influem no custo de uma ponte, alguns de ordem técnica e outros não, sendo portanto difícil estabelecer regras gerais para considerá-los.

Para uma ponte de determinado comprimento, um dos fatores mais importantes que influem no custo são os vãos. Quanto maior é o vão, maior é o custo da superestrutura e menor a soma dos custos da infra-estrutura e dos aparelhos de apoio, e vice-versa, quanto menor é o vão, menor é o custo da superestrutura e maior a soma dos custos da infra-estrutura e dos aparelhos de apoio, conforme mostra o diagrama da **Fig. 1.17**, para uma situação genérica.

Numa primeira aproximação, o vão indicado é aquele em que o custo da superestrutura resulta aproximadamente igual ao custo da infra-estrutura.

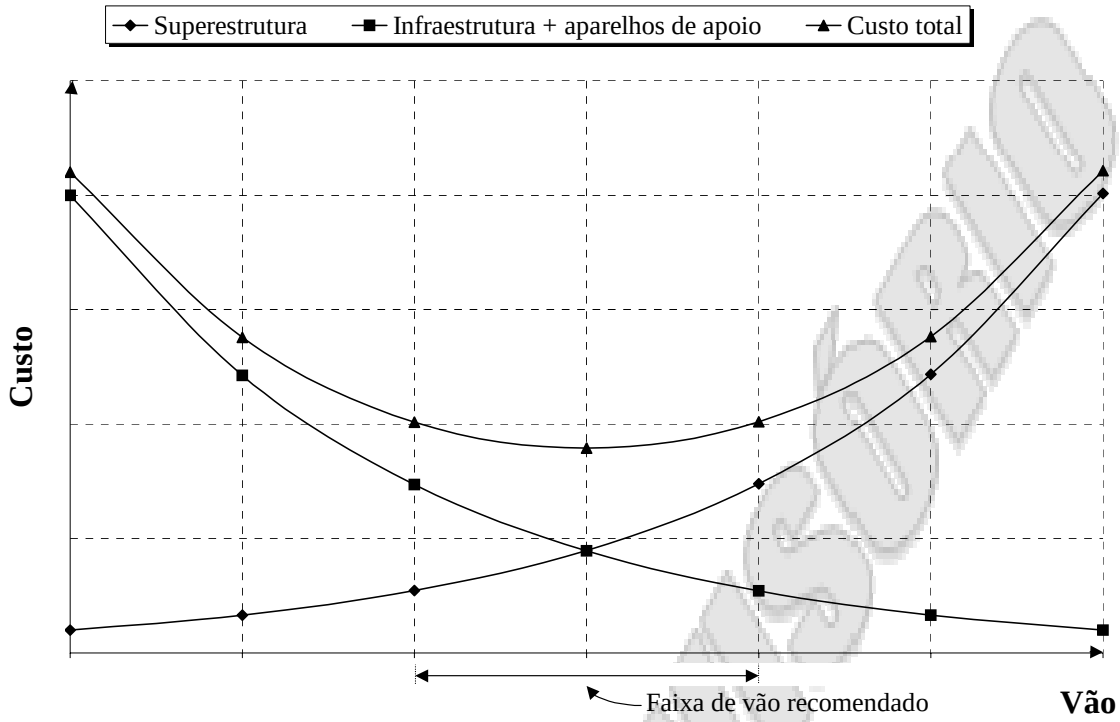


Fig. 1.17 Ilustração da composição dos custos em função do vão.

BIBLIOGRAFIA

ACI 343R-77. Analysis and design of reinforced concrete bridge structures. Detroit, 1981.

FREITAS, M. Pontes: introdução geral - definições. São Paulo, EPUSP, 1981.

LEONHARDT, F. Construções de concreto, vol. 6: Princípios básicos da construção de pontes de concreto. Rio de Janeiro, Editora Interciencia, 1979.

LEONHARDT, F. Bridges: aesthetics and design. London. The Architectural Press, 1982.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

WITTFOHT, H. Puentes: ejemplos internacionales. Barcelona, Editorial Gustavo Gili, 1975.

WATSON, S.C. & HURD, M.K. Esthetics in concrete bridge design. Detroit, American Concrete Institute, 1990.

2. AÇÕES NAS PONTES

2.1. INTRODUÇÃO

Como as pontes são um tipo particular de estrutura, a consideração das ações e da segurança deve ser feita de acordo com a norma NBR 8681:2003 "Ações e segurança nas estruturas", que classifica as ações da seguinte forma:

Ações permanentes { diretas / indiretas

Ações variáveis { normais / especiais

Ações excepcionais

Segundo a norma NBR 7187:2003 "Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido", as ações podem ser agrupadas na forma que se segue:

- **ações permanentes**, que entre outras são:
  - cargas provenientes do peso próprio dos elementos estruturais;
  - cargas provenientes do peso da pavimentação, dos trilhos, dos dormentes, dos lastros, dos revestimentos, das defensas, dos guarda-rodas, dos guarda-corpos e de dispositivos de sinalização;
  - empuxos de terra e de líquidos;
  - forças de protensão;
  - deformações impostas, isto é, aquelas provocadas por fluência e retração do concreto, e por deslocamentos de apoios.
- **ações variáveis**, que entre outras são:
  - as cargas móveis (ação gravitacional, força centrífuga choque lateral; efeitos de frenagem e aceleração)
  - as carga de construção;
  - a ação do vento;

TEXTO PROVISÓRIO

- o empuxo de terra provocado por cargas móveis;
- a pressão da água em movimento;
- o efeito dinâmico do movimento das águas;
- as variações de temperatura.

- **ações excepcionais**, que entre outras são:
  - choques de veículos;
  - outras ações excepcionais.

São apresentados a seguir os valores e algumas considerações, quando for o caso, referente a cada uma das ações anteriormente relacionadas.

2.2. AÇÕES PERMANENTES

2.2.1. Peso próprio dos elementos estruturais

No caso de pontes metálicas ou de madeira, o maior número de peças torna conveniente a avaliação prévia do peso próprio da estrutura que pode ser por meio de fórmulas empíricas que variam de acordo com as características da obra.

Ao contrário, em concreto armado ou protendido, esboça-se um anteprojeto da ponte, fixando as dimensões (pré-dimensionando, como se diz) com base na observação de estruturas anteriormente projetadas; a seguir, calcula-se o peso próprio a partir do volume de concreto de cada peça.

Quando a discrepância entre os valores do peso próprio estimado e o resultante do dimensionamento definitivo for maior que 5%, recomenda-se refazer o cálculo das solicitações devidas a essa ação.

Devem ser tomados, no mínimo, os seguintes valores dos pesos específicos:

concreto simples: 24 kN/m^3
concreto armado ou protendido: 25 kN/m^3

2.2.2. Peso de elementos não estruturais

2.2.2.1. Pavimentação

No caso de pontes rodoviárias, deve ser considerado o peso da pavimentação e prever ainda um eventual recapeamento.

Para o peso específico da pavimentação deve-se empregar no mínimo o valor de 24 kN/m^3.

Para o recapeamento deve-se prever uma carga adicional de 2 kN/m^2. A consideração desta carga adicional pode ser dispensada a critério do proprietário da obra, no caso de pontes de grandes vãos.

TEXTO PROVISÓRIO

2.2.2.2. Lastro ferroviário, trilhos e dormentes

No caso de pontes ferroviárias deve-se prever, conforme a situação da ferrovia, o peso do lastro, dos trilhos e dos dormentes.

Para o material do lastro deve ser considerado um peso específico aparente de 18 kN/m^3.

Deve ser suposto que o lastro atinja o nível superior dos dormentes e preencha completamente o espaço limitado pelo guarda-lastro, até a sua borda superior, mesmo se na seção transversal do projeto assim não for indicado. A **Fig. 2.1** apresenta uma seção transversal de uma ponte ferroviária, ilustrando a situação em questão.

Na ausência de indicações precisas, a carga referente aos dormentes, trilhos e acessórios deve ser considerada no mínimo igual a 8 kN/m por via.

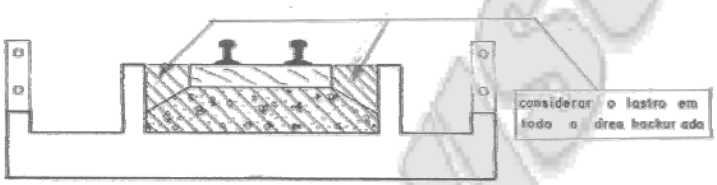


Fig. 2.1 Seção transversal de ponte ferroviária - consideração do peso do lastro.

2.2.3. Empuxo de terra e de água

2.2.3.1. Empuxo de terra

O empuxo de terra nas estruturas é determinado de acordo com os princípios da Mecânica dos Solos, em função da sua natureza (ativo, passivo ou de repouso), das características do terreno, assim como das inclinações dos taludes e dos paramentos.

Como simplificação, pode ser suposto que o solo não tenha coesão e que não haja atrito entre o terreno e a estrutura, desde que as solicitações assim determinadas estejam a favor da segurança.

O peso específico do solo úmido deve ser considerado, no mínimo, igual a 18 kN/m^3 e o ângulo de atrito interno, no máximo igual a 30°.

Os empuxos ativo e de repouso devem ser considerados nas situações mais desfavoráveis. A atuação estabilizante do empuxo passivo só pode ser levada em conta quando sua ocorrência puder ser garantida ao longo da vida útil da obra.

Por exemplo, no encontro esquematizado na **Fig. 2.2**, o empuxo passivo (E_p) não deve ser considerado pois existe a possibilidade do solo ser retirado.

Quando a superestrutura funciona como arrimo dos aterros de acesso, a ação do empuxo de terra proveniente desses aterros deve ser levada em conta apenas em uma das extremidades do tabuleiro. Nos casos de tabuleiro em curva ou esconso, deve ser feita também a verificação para a atuação simultânea dos empuxos em ambas as extremidades, da maneira mais desfavorável. Na **Fig. 2.3**, está ilustrada a situação em questão.

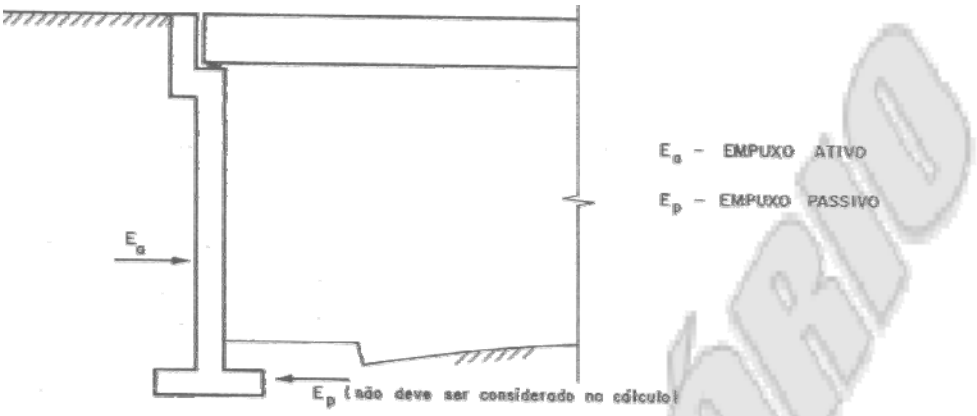


Fig. 2.2 Esquema ilustrativo da atuação dos empuxos do solo sobre um encontro.

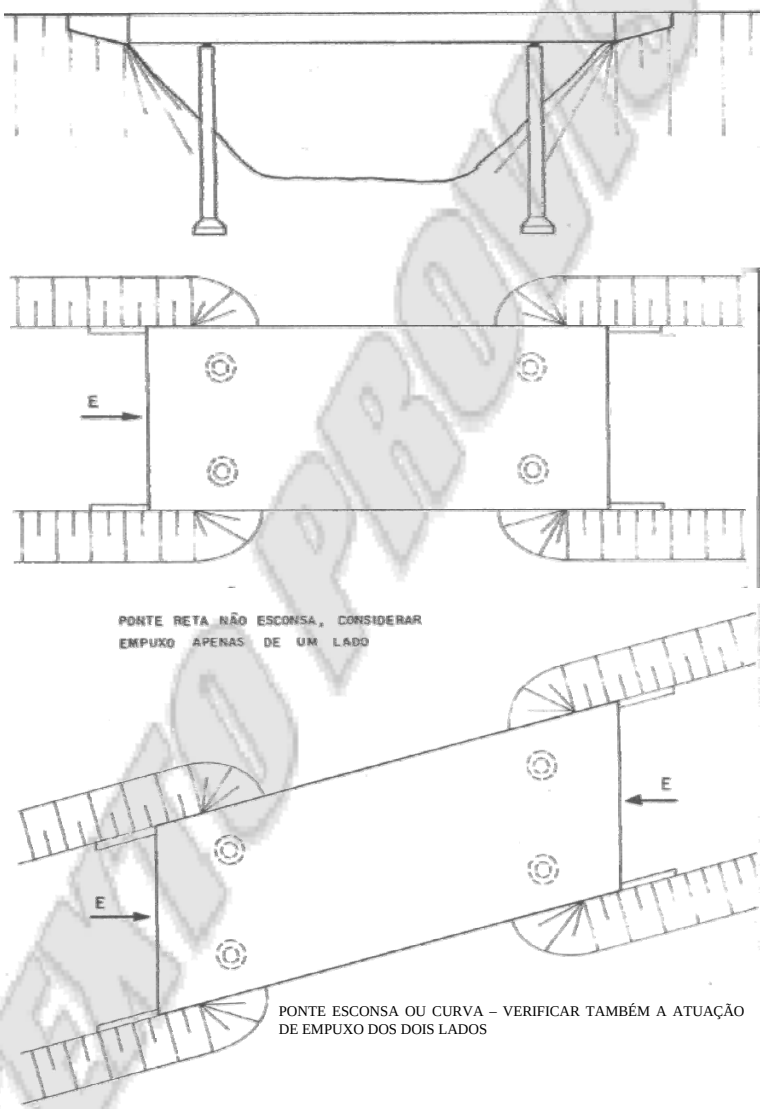


Fig. 2.3 Esquema ilustrativo da atuação do empuxo do solo para pontes em que a superestrutura funciona como arrimo dos aterros de acesso.

No caso de pilares implantados em taludes de aterro, deve ser adotada, para o cálculo do empuxo de terra, uma largura fictícia igual a 3 vezes a largura do pilar, devendo este valor ficar limitado à largura da plataforma do aterro. No pilar esquematizado na **Fig. 2.4**, é apresentada a situação em questão. Este "acréscimo" de pressão é devido ao efeito de arqueamento do solo que ocorre porque o pilar é menos deformável que o solo.

Para grupo de pilares alinhados transversalmente, quando a largura fictícia, obtida de acordo com o critério anteriormente indicado, for superior à distância transversal entre eixos de pilares, a nova largura fictícia a considerar deve ser:

- para os pilares externos, a semidistância entre eixos acrescida de uma vez e meia a largura do pilar;
- para os pilares intermediários, a distância entre eixos.

Pode ser prescindida a consideração da ação do empuxo de terra sobre os elementos estruturais implantados em terraplenos horizontais de aterros previamente executados, desde que sejam adotadas precauções especiais no projeto e na execução dos mesmos, tais como: compactação adequada, inclinações convenientes dos taludes, distâncias mínimas dos elementos às bordas do aterro, terreno de fundação com suficiente capacidade de suporte, entre outras.

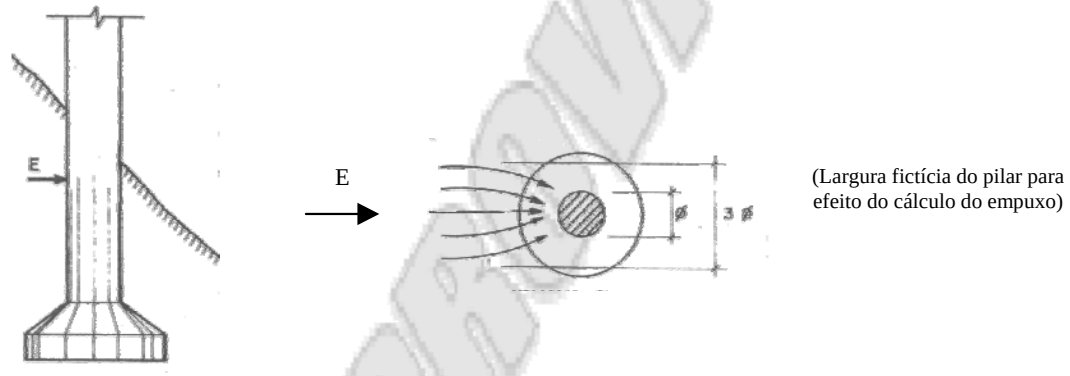


Fig. 2.4 Efeito do empuxo do solo em pilar isolado.

2.2.3.2. Empuxo de água

O empuxo de água e a subpressão devem ser considerados nas situações mais desfavoráveis, sendo dada especial atenção ao estudo dos níveis máximo e mínimo dos cursos d'água e do lençol freático.

No caso de utilização de contrapeso enterrado é obrigatória, na avaliação de seu peso, a consideração da hipótese de submersão total do mesmo, salvo comprovação da impossibilidade de ocorrência dessa situação.

Nos muros de arrimo deve ser prevista, em toda a altura da estrutura, uma camada filtrante contínua, na face em contato com o solo contido, associada a um sistema de drenos, de modo a evitar a atuação de pressões hidrostáticas. Caso contrário, deve ser considerado nos cálculos o empuxo de água resultante.

Toda estrutura celular deve ser projetada, quando for o caso, para resistir ao empuxo de água proveniente do lençol freático, da água livre ou da água de acumulação de chuva. Caso a estrutura

seja provida de aberturas com dimensões adequadas, esta ação não precisa ser levada em consideração.

2.2.4. Força de protensão

A força de protensão é considerada de acordo com os princípios do concreto protendido, satisfazendo o disposto na versão da NBR 6118:2003 "Projetos de estruturas de concreto". (Obs.: esta norma engloba a parte de concreto protendido, que antigamente era objeto da norma NBR 7197 “Cálculo e execução de obras de concreto protendido - procedimento”).

2.2.5. Deformações impostas

2.2.5.1. Fluência

A fluência é importante no caso de concreto protendido por causar perdas de protensão. A sua consideração para determinação da perda de protensão é feita de acordo com as indicações da NBR 6118.

De uma forma geral, a fluência acarreta acréscimo de deformação nas estruturas, de concreto armado ou protendido. Este acréscimo de deformações com o tempo deve ser levado em conta na verificação do estado limite de deformações excessivas. No caso de elementos comprimidos, este acréscimo de deformações pode produzir acréscimos significativos nas solicitações, que também devem ser objeto de atenção na verificação do estado limite último.

2.2.5.2. Retração

A retração, assim como a fluência, é importante no caso de concreto protendido por causar perdas de protensão.

No caso do concreto armado, a norma NBR 6118 permite nos casos correntes considerar, tendo em vista a restrição imposta pela armadura, a deformação específica por retração igual a $15x10^{-5}$ (nos casos de espessuras de 10 a 100 cm e umidade ambiente não inferior a 75%), o que corresponde na prática a considerar a retração como uma queda de temperatura de 15 ºC. Nas versões anteriores da NBR 6118 havia a indicação para os casos de arcos e abóbadas com menos de 0,5% e 0,1% de armadura, que o valor da deformação específica deveria ser aumentado para $20x10^{-5}$ e $25x10^{-5}$, respectivamente, para considerar a maior retração que se verifica em peças pouco armadas.

A retração provocará o aparecimento de solicitações quando as deformações da estrutura oriundas desta ação forem impedidas. É o caso das pontes com estrutura principal hiperestática, nas quais as diversas partes constituintes devem ser projetadas para resistirem a esses acréscimos de tensões.

Nas pontes com estrutura principal isostática essas deformações devem ser levadas em conta no projeto dos aparelhos de apoio, caso contrário aparecerão esforços adicionais correspondentes às deformações impedidas.

2.2.5.3. Deslocamentos de apoio

Um dos critérios para escolher entre uma estrutura principal isostática ou outra hiperestática consiste justamente em eliminar a segunda solução quando houver temor de recalques excessivos de fundação.

Quando porém, a estrutura hiperestática for escolhida, apesar da possibilidade de recalques excessivos da fundação, os efeitos destes recalques devem ser estudados cuidadosamente

Cabe observar aqui, todavia, que os estudos sobre a fluência no concreto mostram que as estruturas hiperestáticas desse material, desde que não se demore muito para retirar o cimbre, têm apreciável capacidade de acomodação a essas deformações.

2.3. AÇÕES VARIÁVEIS

2.3.1. Carga móvel

2.3.1.1. Pontes rodoviárias e passarelas

As cargas a serem consideradas no projeto das pontes rodoviárias e das passarelas são definidas pela norma NBR 7188 "Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestres".

Inicialmente serão feitas algumas considerações sobre as cargas usuais nas pontes rodoviárias, com o intuito de avaliar a ordem de grandeza destas cargas e possibilitar uma comparação com os valores indicados pela NBR 7188.

Os veículos mais pesados que trafegam pelas rodovias normalmente são os caminhões, as carretas e, mais recentemente, as chamadas CVC – Combinações de Veículos de Carga, que correspondem a uma unidade tratora e duas ou mais unidades rebocadas.

Esses veículos e CVC devem atender a chamada “Lei da Balança”. Na **Tabela 2.1** estão apresentados alguns dos principais valores estabelecidos pela “Lei da Balança” de 1998.

Tabela 2.1 Alguns dos principais valores da “Lei da Balança” de 1998.

Valores das máximas cargas por eixo nas rodovias nacionais	kN	tf
Eixo isolado com 2 pneus (Distância entre eixos superior a 2,4 m)	60	6,0
Eixo isolado com 4 pneus (Distância entre eixos superior a 2,4 m)	100	10,0
Conjunto de 2 eixos em tandem, com espaçamento de 1,2 a 2,4 m entre eixos	170	17,0
Conjunto de 3 eixos em tandem, com espaçamento de 1,2 a 2,4 m entre eixos	255	25,5

Na **Fig. 2.5**, apresentam-se alguns tipos representativos de caminhões, carretas e CVC utilizados no Brasil. Apresenta-se a carga distribuída equivalente determinada considerando a carga total do veículo uniformemente distribuída, correspondente a duas hipóteses: a) área de projeção do veículo com largura e todos os casos de 2,6 m e b) considerando área retangular da largura da faixa

de rolamento, adotada igual à 3,5 m em todos os casos, e comprimento igual ao do veículo mais 15 m de folga entre veículos consecutivos, que corresponderia a uma situação normal de tráfego.

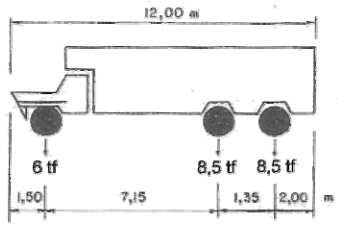
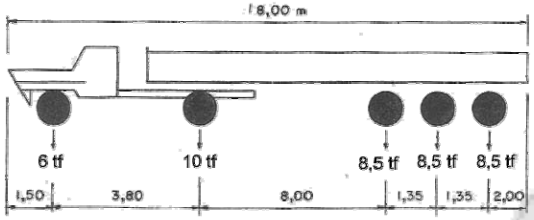
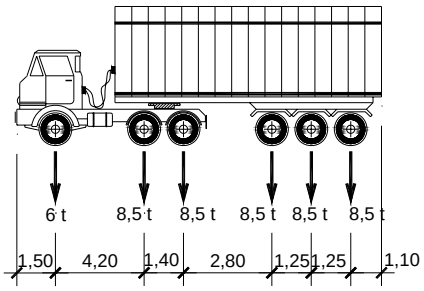
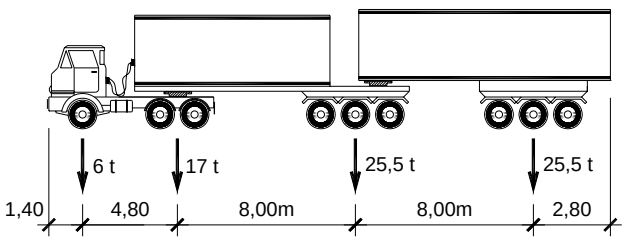
Descrição	Peso total (kN)	Carga distribuída com a hipótese **a** (kN/m^2)	Carga distribuída com a hipótese **b** (kN/m^2)
a) Caminhão com dois eixos traseiros (comprimento de 12,0m) 	230	7,4	2,4
b) Carreta com três eixos traseiros (comprimento de 18,0m) 	415	8,8	3,6
c) Caminhão tipo basculante com 6 eixos (comprimento de 13,5m)  O peso do veículo corresponde a soma dos valores máximos por eixo, mas ultrapassa o limite legal por unidade, que é 450 kN	485	13,8	4,9
d) Bi-trem de 74 tf com 9 eixos (comprimento de 25,0m) 	740	11,4	5,4

Fig. 2.5 Caminhões e carretas de uso corrente no Brasil.

Deve-se lembrar ainda que as pontes rodoviárias estão sujeitas a veículos especiais como por exemplo o da carreta para transporte de transformadores apresentado na **Fig. 2.6**.

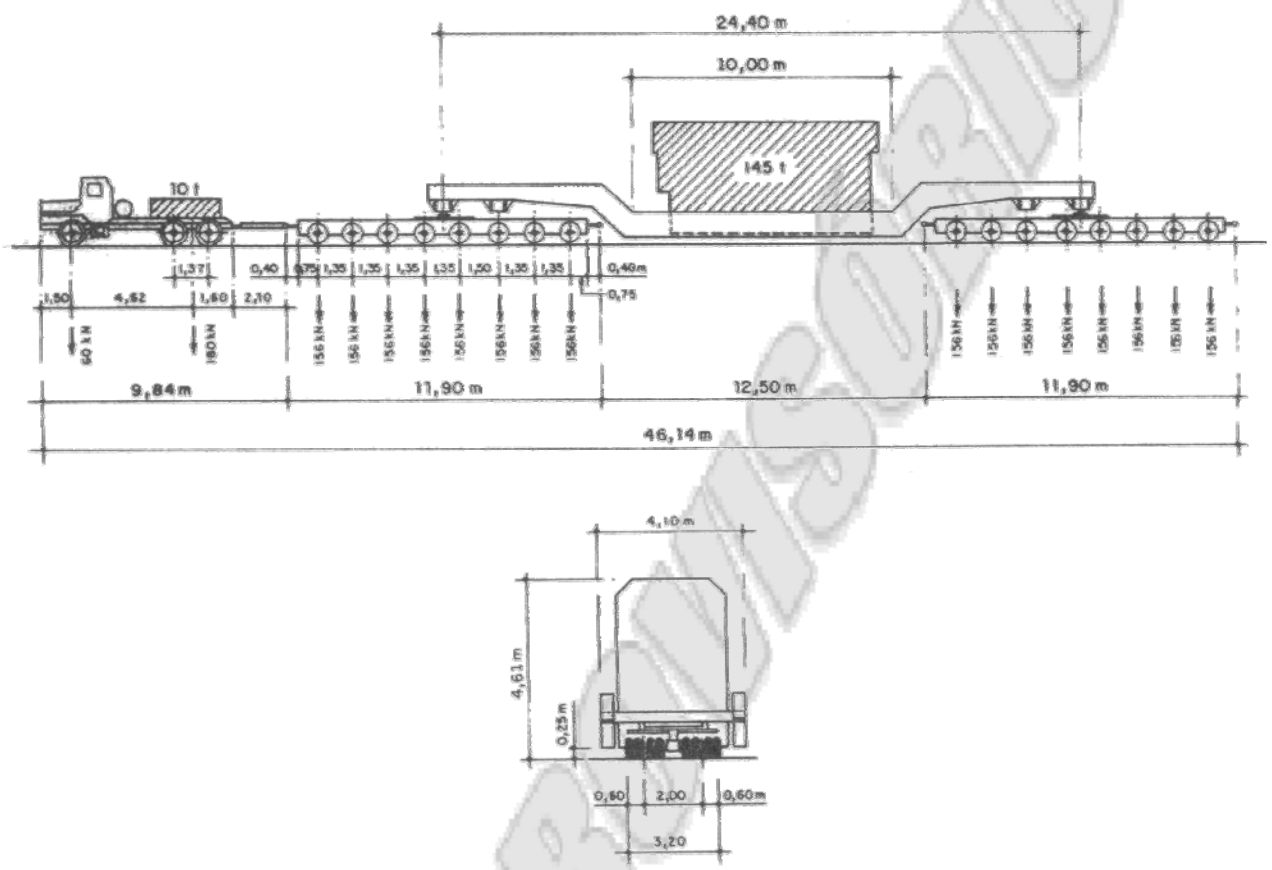


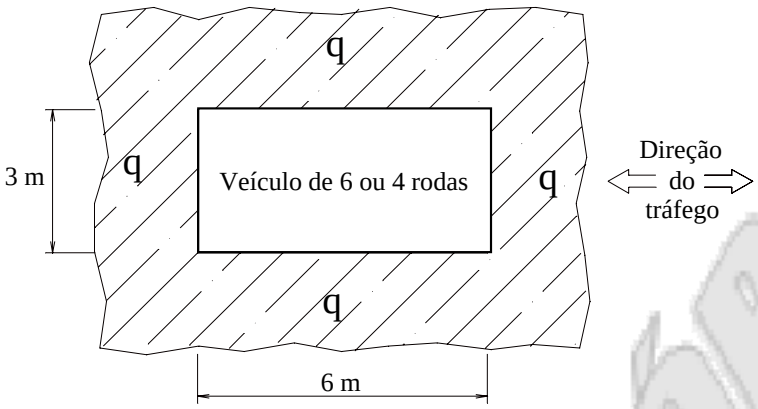
Fig. 2.6 Carreta especial para carga útil de 1.450 kN, totalizando peso bruto de 2.736 kN. Fonte: PFEIL (1979).

Também deve ser considerada a possibilidade de tráfego de veículos militares, como por exemplo tanques, pelas pontes de determinadas rodovias.

Após essas considerações preliminares serão apresentados os valores indicados pela norma NBR 7188.

Segundo a norma em questão, em pontes rodoviárias, a carga móvel é constituída por um veículo e por cargas **q** e **q'** uniformemente distribuídas (**Fig. 2.7**).

A carga **q** é aplicada em todas as faixas da pista de rolamento, nos acostamentos e afastamentos, descontando-se apenas a área ocupada pelo veículo. A carga **q'** é aplicada nos passeios. Essas cargas são fictícias, e procuram levar em consideração a ação de multidão e de outros veículos mais leves ou mais afastados das zonas onde as cargas produzem maiores esforços solicitantes, com um esquema de carregamento mais cômodo para o cálculo.



Nos passeios considera-se apenas a carga **q'**

Fig. 2.7 Trem-tipo da NBR-7188.

Assim, por exemplo, ao se pesquisar o máximo momento fletor em uma determinada seção de uma viga contínua, o veículo é colocado no tramo desta seção, colocando-se ainda as cargas **q** e **q'** (sem o veículo) nos tramos onde essas cargas provoquem aumento desse momento (**Fig. 2.8**). Transversalmente essas cargas se estenderão até onde possam contribuir para aumentar esse momento.

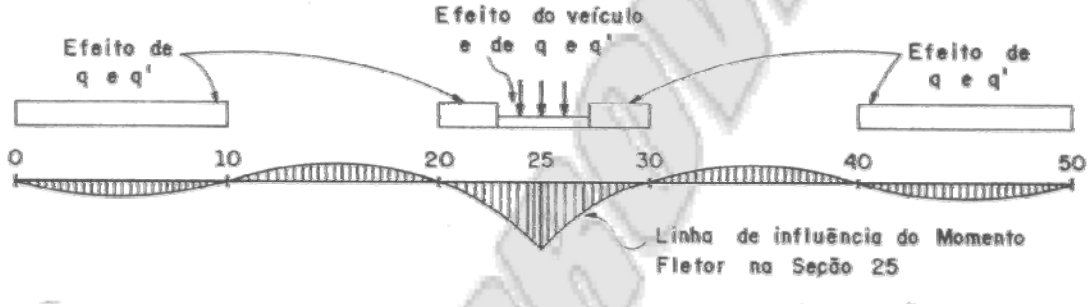


Fig. 2.8 Esquema de carregamento para cálculo do momento máximo da seção 25.

Para efeito de escolha das cargas móveis, a norma NBR 7188, divide as pontes rodoviárias em três classes, discriminadas a seguir:

- Classe 45: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 450 kN de peso total;
- Classe 30: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 300 kN de peso total;
- Classe 12: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 120 kN de peso total.

Na **Tabela 2.2** apresentam-se o peso do veículo e os valores das cargas **q** e **q'** para cada uma das classes de pontes.

Comparando os valores da carga distribuída **q** com os valores das cargas distribuídas equivalentes da **Fig. 2.5**, observa-se que o valor de **q** corresponderia a uma situação normal de utilização das pontes. Naturalmente, uma situação de congestionamento sobre as pontes pode levar a valores de carga distribuídas equivalentes maiores. Considerando uma situação de congestionamento em que o espaçamento entre veículos consecutivos cairia de 15 m para 2 m, as cargas equivalentes dos casos mais críticos, caminhão basculante de 450 kN e Bi-trem de 740 kN, a carga distribuída equivalente chegaria a casa dos 8,0 kN/m^2. Esta situação de congestionamento, só com veículos pesados e carregados com as cargas máximas, teria uma probabilidade muito baixa, o que permitiria considerar como uma situação de combinação excepcional. Merece ainda comentar que nessa situação de congestionamento, o efeito dinâmico das cargas seria desprezível, e portanto

elas não deveriam ser majoradas pelo coeficiente de impacto (o conceito deste coeficiente será visto posteriormente).

Tabela 2.2 Pesos dos veículos e valores das cargas distribuídas.

Classe da ponte	Veículo	Carga uniformemente distribuída	
	Peso total	q (em toda a pista)	q' (nos passeios)
	kN	kN/m²	kN/m²
45	450	5	3
30	300	5	3
12	120	4	3

Na **Tabela 2.3** e na **Fig. 2.9** são apresentadas as características dos veículos.

Tabela 2.3 Características dos veículos-tipo.

Item	Unidades	Tipo 45	Tipo 30	Tipo 12
Quantidade de eixos	Eixo	3	3	2
Peso total do veículo	kN	450	300	120
Peso de cada roda dianteira	kN	75	50	20
Peso de cada roda intermediária	kN	75	50	-
Peso de cada roda traseira	kN	75	50	40
Largura de contato b_1 - roda dianteira	m	0,50	0,40	0,20
Largura de contato b_2 - roda intermediária	m	0,50	0,40	-
Largura de contato b_3 - roda traseira	m	0,50	0,40	0,30
Comprimento de contato da roda	m	0,20	0,20	0,20
Área de contato da roda	m²	0,20 x b_i	0,20 x b_i	0,20 x b_i
Distância entre eixos	m	1,50	1,50	3,00
Distância entre centros das rodas de cada eixo	m	2,00	2,00	2,00

Ainda sobre este assunto a norma NBR 7188 estabelece:

- Para passarela de pedestres: classe única, na qual a carga móvel é uma carga uniformemente distribuída de intensidade $q = 5$ kN/m² não majorada pelo coeficiente de impacto (o conceito de coeficiente de impacto será visto posteriormente).
- Para qualquer estrutura de transposição definida por esta norma, cuja geometria, finalidade e carregamento não se encontrem aqui previstos, a carga móvel é fixada em instrução especial redigida pelo órgão com jurisdição sobre a referida obra. Em particular, as pontes que sejam utilizadas com certa freqüência por veículos especiais transportando

cargas de peso excepcional devem ser verificadas para trens-tipo também especiais. A fixação dos parâmetros destes trens-tipo e das condições de travessia é atribuição do órgão que tenha jurisdição sobre as referidas pontes.

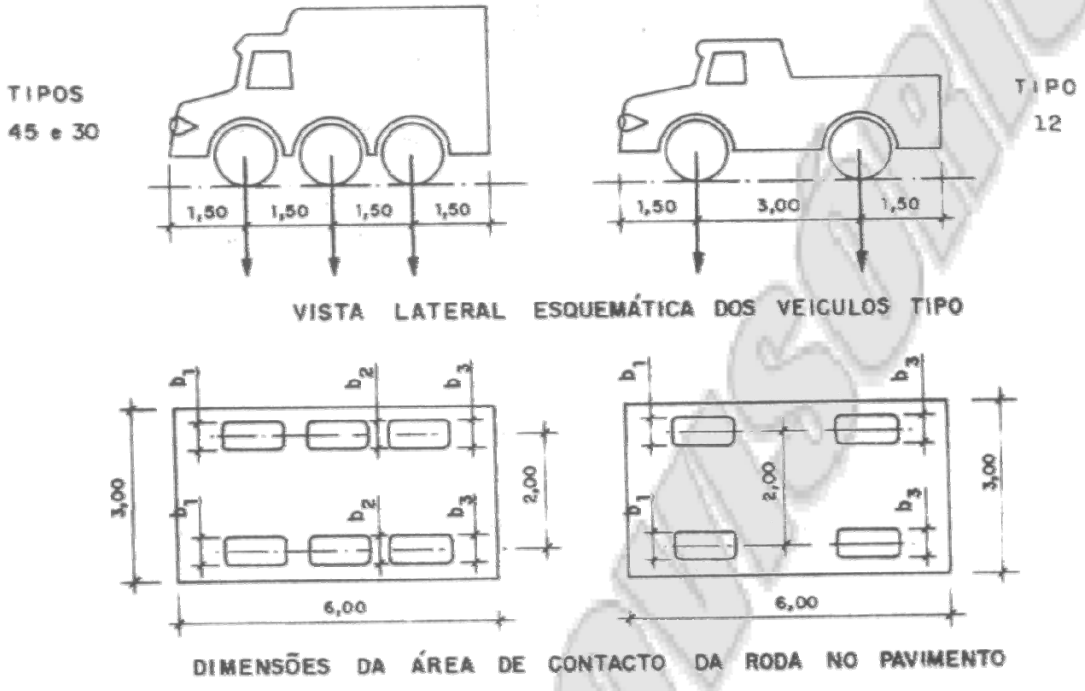


Fig. 2.9 Características dos veículos-tipo.

Com relação aos passeios, a norma NBR 7188, estabelece que os mesmos devem ser carregados com a carga **q'** sem acréscimo devido ao efeito dinâmico, no entanto, as peças que suportam diretamente os passeios, ou seja, a estrutura de suporte do passeio, devem ser verificadas para a ação de uma sobrecarga de 5 kN/m^2, sem acréscimo devido ao efeito dinâmico.

Os guarda-rodas e as defensas, centrais ou extremos, devem ser verificados para uma força horizontal de 60 kN, sem acréscimo devido ao efeito dinâmico, aplicada na aresta superior, como conseqüência da finalidade desses elementos. A norma permite, para a avaliação das solicitações na implantação desses elementos, a distribuição a 45^o do efeito da citada força horizontal.

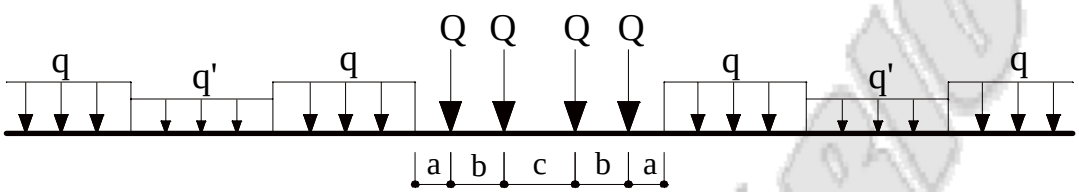
2.3.1.2. Pontes ferroviárias

As cargas nas pontes ferroviárias são fixadas pela norma NBR 7189 "Cargas móveis para o projeto estrutural de obras ferroviárias".

Essa norma estabelece quatro classes de trens-tipo que são relacionadas a seguir:

- TB-360: para ferrovias sujeitas a transporte de minério de ferro ou outros carregamentos equivalentes;
- TB-270: para ferrovias sujeitas a transporte de carga geral;
- TB-240: para ser adotado somente na verificação de estabilidade e projeto de reforço de obras existentes;
- TB-170: para vias sujeitas exclusivamente ao transporte de passageiros em regiões metropolitanas ou suburbanas.

As características geométricas e os valores das cargas estão mostrados na **Fig. 2.10** e na Tabela 2.4.



Q = carga por eixo
q e **q'** = cargas distribuídas na via, simulando, respectivamente vagões carregados e descarregados

Fig. 2.10 Características das cargas ferroviárias.

Tabela 2.4 Características das cargas ferroviárias.

TB	Q (kN)	q (kN/m)	q' (kN/m)	a (m)	b (m)	c (m)
360	360	120	20	1,00	2,00	2,00
270	270	90	15	1,00	2,00	2,00
240	240	80	15	1,00	2,00	2,00
170	170	25	15	11,00	2,50	5,00

2.3.1.3. Efeito dinâmico das cargas móveis

Usualmente no estudo das estruturas supõe-se que as cargas sejam aplicadas de maneira que sua intensidade cresça gradualmente desde zero até o valor total, no entanto as cargas móveis reais nas pontes são aplicadas bruscamente.

Além disso, a simples consideração de cargas estáticas não corresponderia à realidade em virtude das oscilações provocadas pelos veículos, especialmente pelos trens, e causadas pela existência de excêntricos nas rodas, pela ação das molas, pelas juntas dos trilhos ou por irregularidades da pista nas pontes rodoviárias, pela força centrífuga causada pela deformação da ponte sob a ação das cargas (efeito Willis-Zimmermann), etc.

A análise de todos estes efeitos deve ser feita pela teoria da Dinâmica das Estruturas, e resulta bastante trabalhosa; daí, levar-se em conta na prática, o efeito dinâmico das cargas móveis de maneira global, dando a elas um acréscimo e considerando-as como se fossem aplicadas estaticamente.

Esse acréscimo é dado por um coeficiente ϕ, chamado coeficiente de impacto, ou coeficiente de amplificação dinâmica, não menor que **1**, pelo qual são multiplicadas as cargas que têm ação dinâmica.

$$F_{dinâmico} \cong \phi \, . \, F_{estático} \qquad (2.1)$$

É importante observar que o efeito dinâmico das cargas é tanto maior quanto mais leve for a estrutura em relação às cargas que o provocam. Isto é diretamente salientado pela seguinte expressão encontrada na literatura técnica:

$$\phi = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2\ell} + \frac{0,6}{1 + 4G/Q} \qquad (2.2)$$

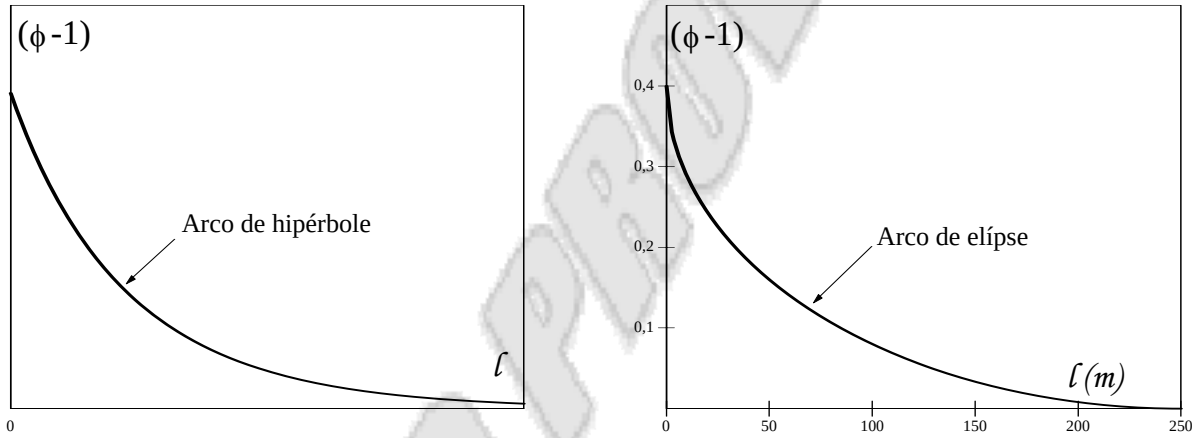
sendo ℓ o vão em metros, **G** a carga permanente, e **Q** a carga móvel máxima para a estrutura em estudo.

A partir dessa observação, conclui-se imediatamente que a influência do efeito dinâmico das cargas deve decrescer à medida que aumentar o vão da ponte, pois nesse caso o peso **G** da estrutura vai aumentando mais rapidamente do que a carga correspondente **Q**. De fato, observações experimentais mostram que se deve dar ao coeficiente de impacto variação sensivelmente hiperbólica, tendendo assintoticamente a **1** ao aumentar o vão ℓ (**Fig. 2.11**).

Ao contrário, em pontes pequenas o coeficiente de impacto é maior. Assim, na expressão (2.2) (válida para ferrovias e rodovias), o coeficiente ϕ cresce para 2 ao diminuirem o vão ℓ e a relação **G/Q** entre o peso **G** da estrutura e a carga **Q** que produz o efeito dinâmico. A esse respeito, ainda, é ilustrativa a expressão (2.3), também encontrada na literatura técnica (**Fig. 2.11**):

$$\phi = 1,4 - \frac{0,4}{250}\sqrt{500\ell - \ell^2} = 1,4 - 0,0016\sqrt{500\ell - \ell^2} \qquad (2.3)$$

em que se admite variação elíptica de ϕ entre $\ell = 0$ ($\phi = 1,4$) e $\ell = 250$ m ($\phi = 1$)



Valores experimentais Valores com a expressão (2.2)

Fig. 2.11 Variação de ϕ em função de ℓ.

Ainda em decorrência do que se disse, vê-se que a influência da ação dinâmica das cargas há de ser maior em pontes metálicas do que em pontes de concreto, mais pesadas.

Por outro lado constatou-se, como aliás é de se prever, que o efeito dinâmico é maior em pontes ferroviárias do que em pontes rodoviárias.

A norma NBR 7187 fornece os seguintes valores:

- nos elementos estruturais de obras rodoviárias:

$$\phi = 1,4 - 0,007\ell \quad \geq 1 \qquad (2.4)$$

- nos elementos estruturais de obras ferroviárias:

$$\phi = 0{,}001\left(1600 - 60\sqrt{\ell} + 2{,}25\ell\right) \geq 1{,}2 \qquad (2.5)$$

sendo ℓ o comprimento, em metros, do vão teórico do elemento carregado, qualquer que seja o sistema estrutural.

Note-se que desta maneira a relação entre a carga permanente e a carga móvel que produz efeito dinâmico é considerada de forma indireta, através do vão ℓ. A **Fig. 2.12** mostra a variação do coeficiente de impacto em função do vão ℓ para pontes rodoviárias e ferroviárias, segundo a norma NBR 7187.

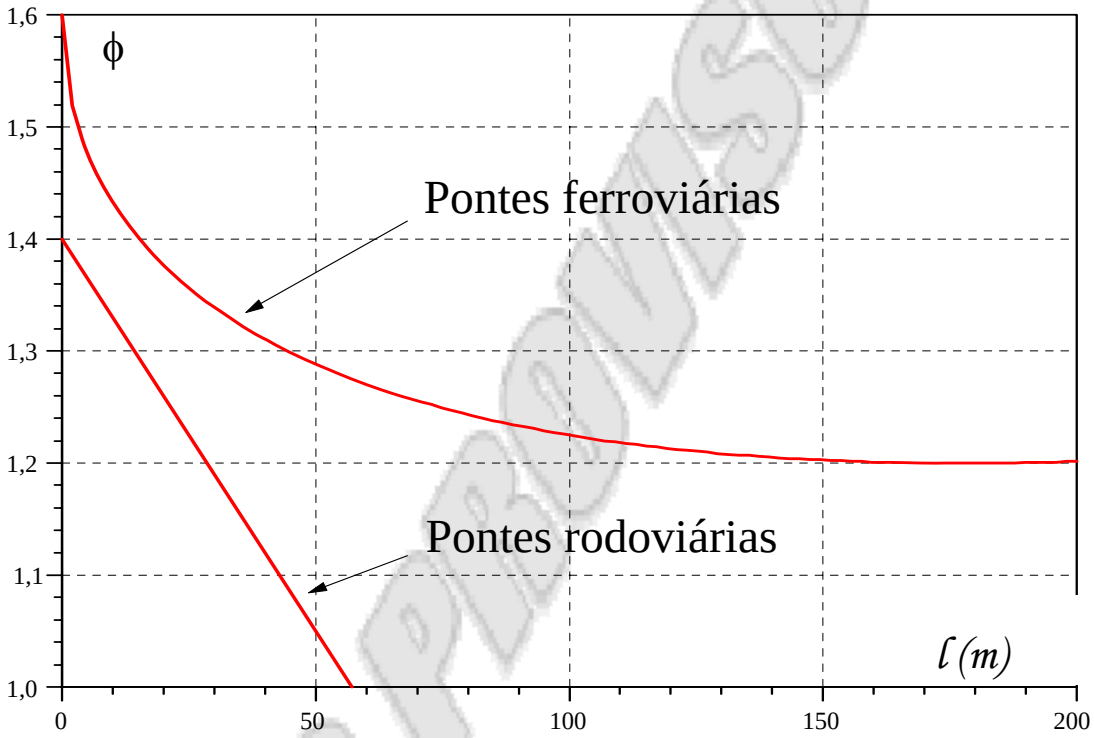


Fig. 2.12 Variação de ϕ para pontes rodoviárias e ferroviárias segundo a NBR-7187.

Em pontes rodoviárias, obtém-se $\phi = 1$ para $\ell = 57{,}14$ m; considera-se que, para vãos maiores, os efeitos dinâmicos traduzidos pelo coeficiente de impacto são desprezíveis.

Pelo contrário, em pontes ferroviárias nunca se deixa de considerar o efeito dinâmico; e mesmo o valor mínimo $\phi = 1{,}2$ corresponderia ao longo vão de 169 m.

No caso de elementos contínuos de vãos desiguais permite-se considerar um vão ideal equivalente à média aritmética dos vãos teóricos, desde que o menor vão seja igual ou superior a 70% do maior vão. A **Fig. 2.13** ilustra esta situação.

No caso de elementos em balanço, o valor de ℓ a ser empregado na expressão corresponde a duas vezes o comprimento do balanço, como ilustra a Fig. 2.14.

No caso de lajes com vínculos nos quatro lados, o valor de ℓ é tomado igual ao menor dos dois vãos de laje, resultando portanto, num coeficiente a favor da segurança. Por outro lado, quando

se tratar de pontes de laje, contínuas ou não, valem as mesmas considerações referentes às vigas, isto é, o valor de ℓ é a distância entre apoios.

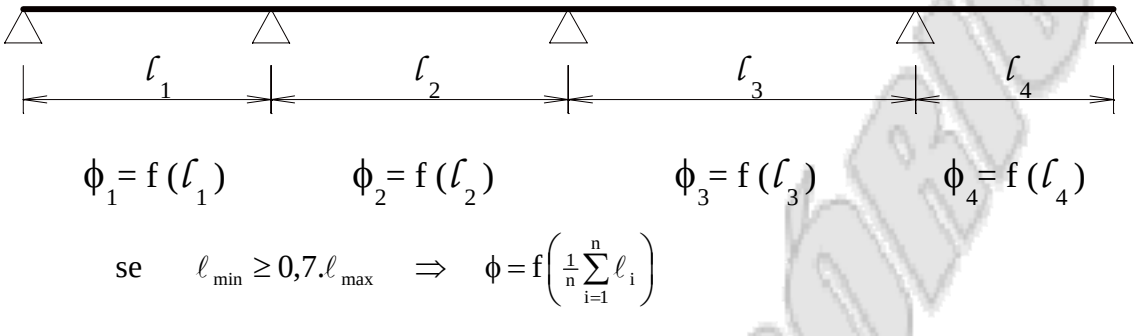


Fig. 2.13 Coeficiente de impacto de elementos contínuos.

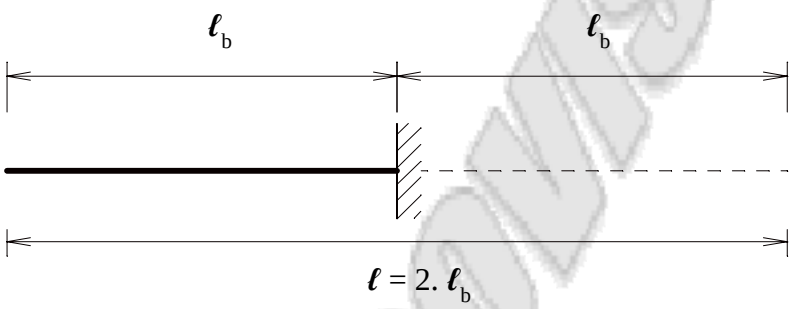


Fig. 2.14 Coeficiente de impacto de elementos em balanço.

O efeito dinâmico das cargas pode ser desprezado, ou seja, o coeficiente de impacto é tomado igual a **1**, nas seguintes situações:

- na determinação do empuxo de terra provocado pelas cargas móveis. A **Fig. 2.15** ilustra esta situação. A razão desta recomendação da norma ocorre em virtude da atenuação dos efeitos dinâmicos através do maciço arrimado.

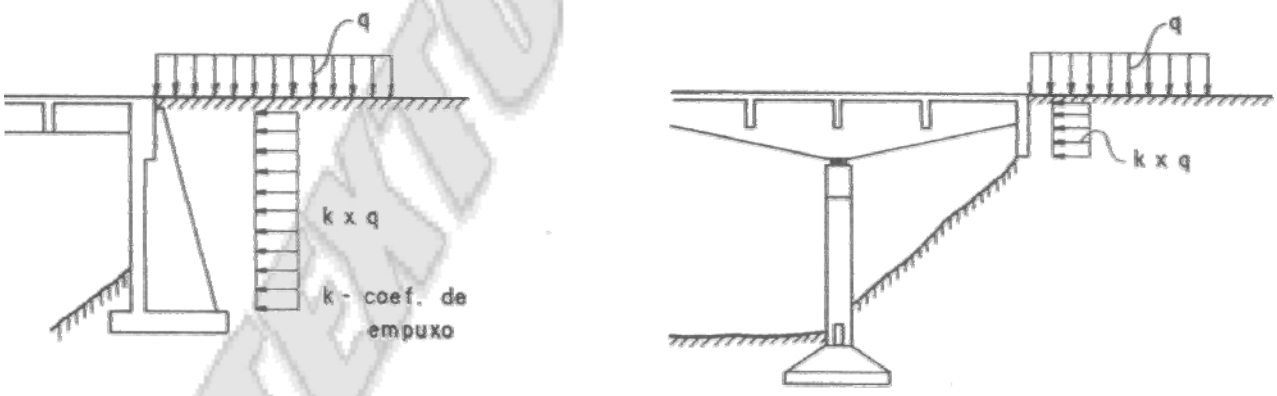


Fig. 2.15 Empuxo de terra provocado pelas cargas móveis.

- no cálculo das fundações. Neste caso pode-se invocar o que se disse a respeito de G/Q e do recebimento indireto, atenuado, dos efeitos dinâmicos.
- nos passeios. Aqui a razão é bem diferente. Nos passeios, a carga aplicável é q' = 3 kN/m^2 (para qualquer das três classes) e pretende levar em conta ou a aglomeração de pessoas (da ordem de 4 por m^2) ou o estacionamento de veículos; em qualquer dos dois casos, tais cargas não produzem efeito dinâmico considerável.

2.3.2. Força centrífuga

A força centrífuga se manifesta nas pontes em curva, aplicada pelo veículo ao tabuleiro através do atrito das rodas com o pavimento ou, em pontes ferroviárias, aplicada pelo friso das rodas ao trilho e, consequentemente, à estrutura.

Convém observar que basta ser curvilínea a trajetória do veículo, enquanto que o eixo longitudinal da obra, em planta, pode ser retilíneo. Assim, por exemplo, a abóbada da **Fig. 2.16** é reta (tem planta de eixo retilíneo, normal aos pegões); mas a ferrovia sobre o tabuleiro tem andamento curvilíneo, provocando o aparecimento de força centrífuga.

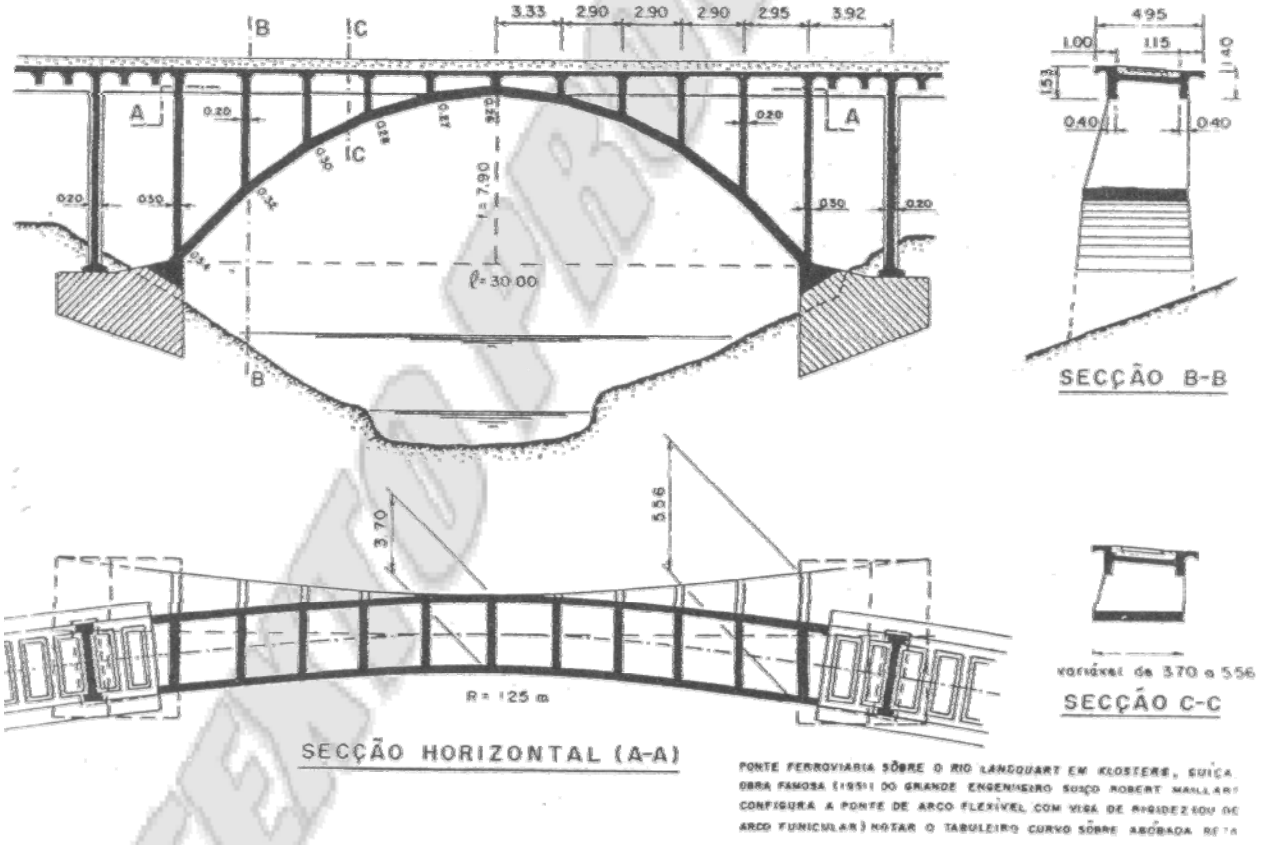


Fig. 2.16 Exemplo ilustrativo de ponte curva em abóbada reta.

Supondo que o eixo da estrada seja uma curva de raio de curvatura **R**, a força centrífuga seria dada por:

$$F = \frac{M.v^2}{R} \tag{2.6}$$

onde **v** e **M** são a velocidade e a massa do veículo.

Exprimindo **v** em km/h, **R** em metros, e colocando em termos do peso do veículo, tem-se

$$F = \frac{Q}{10\,m/s^2}\frac{v^2\left(\frac{1000}{60.60}\right)^2}{R} = \frac{0{,}0077.Q.v^2}{R} \tag{2.7}$$

expressão que permite determinar a força centrífuga a partir do peso **Q** correspondente a cada eixo do trem-tipo.

Na prática, porém, admite-se que a força centrífuga seja uniformemente distribuída ao longo do eixo da estrutura, e a intensidade é avaliada de maneira aproximada de acordo com as prescrições da norma NBR 7187. Nesta norma, a força centrífuga é considerada em função do tipo de tráfego, do raio de curvatura R e, para ferrovias, em função da largura da bitola, o que procura levar em conta a diferença de velocidades usuais entre bitola larga e bitola estreita.

Tem-se assim a força centrífuga avaliada como uma fração C da carga, já incluído o efeito dinâmico, com os valores apresentados a seguir:

- em pontes rodoviárias:

  C = 0,25 do peso do veículo-tipo para R ≤ 300 m
  C = 75/R do peso do veículo-tipo para R > 300 m

- em pontes ferroviárias de bitola larga (1,60 m):

  C = 0,15 da carga móvel para R ≤ 1200 m
  C = 180/R da carga móvel para R > 1200 m

- em pontes ferroviárias de bitola estreita (1 m):

  C = 0,10 da carga móvel para R ≤ 750 m
  C = 75/R da carga móvel para R > 750 m

A força centrífuga assim determinada é considerada atuando no centro de gravidade do trem (suposto 1,60 m acima do topo dos trilhos) ou na superfície de rolamento, conforme se trate, respectivamente, de ponte ferroviária ou rodoviária.

Desta forma, a força centrífuga corresponde a uma força horizontal **H**, atuando no plano médio das vigas principais, e a um momento. Este momento produzirá então um acréscimo de solicitação vertical na viga externa, e um alívio na viga interna.

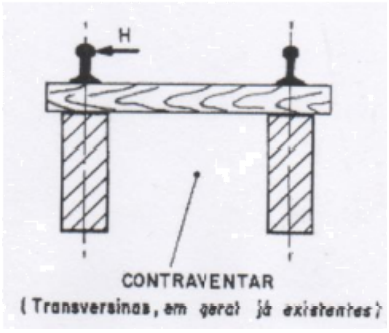
A não ser em estruturas muito leves, a solicitação vertical correspondente ao momento não é de grande importância; a solicitação horizontal **H**, por sua vez, necessitaria de um enrijecimento - no caso, tratando-se de ação perpendicular ao eixo da ponte, denomina-se contraventamento - o qual é fornecido pela própria laje que suporta o lastro ou a pavimentação.

Como esta ação produz forças horizontais no topo dos pilares, ela se constitui numa ação importante para o dimensionamento da infraestrutura e dos aparelhos de apoio.

2.3.3. Choque lateral (impacto lateral)

O impacto lateral, também chamado de choque lateral, surge nas pontes ferroviárias como conseqüência da folga existente entre o friso das rodas e o boleto do trilho; o movimento do trem não é perfeitamente retilíneo, havendo choque das rodas ora contra um trilho ora contra o outro.

Procura-se levar em conta esse efeito substituindo-o por uma força horizontal normal ao eixo da linha e concentrada contra o topo do trilho, como carga móvel a ser disposta na situação mais desfavorável, com intensidade igual a 20% da carga do eixo mais pesado (**Fig.** 2.17).



TB	360	270	240	170
H (kN)	72	54	48	34

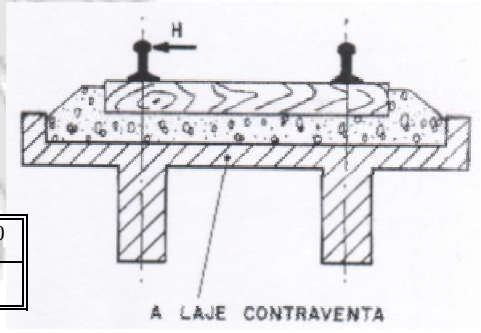


Fig. 2.17 Efeito do choque lateral.

No caso de pontes em curva o impacto lateral não é superposto, para efeito de cálculo, à força centrífuga: dentre os dois, considera-se apenas o mais desfavorável.

No caso de ponte com mais de uma linha, esta ação é considerada em uma delas.

Da mesma forma que a força centrífuga, esta ação é importante no dimensionamento da infraestrutura e dos aparelhos de apoio.

2.3.4. Efeito da frenagem e da aceleração

Os veículos ao serem freados ou acelerados numa ponte, irão produzir sobre as mesmas, forças na direção do tráfego, ou seja, forças horizontais ao longo do eixo da ponte.

Em geral, nas pontes de concreto, a laje resiste bem a estes esforços, transmitindo-os aos elementos da infraestrutura de uma forma que depende do arranjo dos aparelhos de apoio. Estes esforços irão então produzir uma considerável flexão da infraestrutura, como ilustra a **Fig. 2.18**.

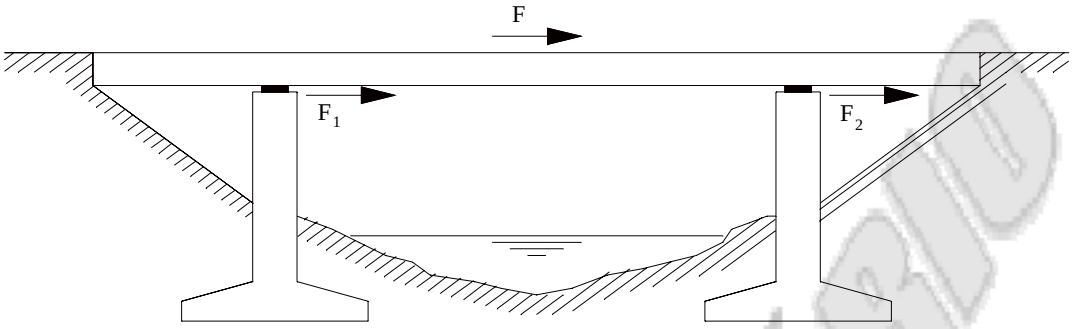


Fig. 2.18 Efeito da frenagem e da aceleração.

A norma NBR 7187 determina que as forças horizontais de frenagem e aceleração sejam calculadas como uma fração das cargas móveis verticais, da seguinte forma:

- Nas pontes rodoviárias, o maior dos seguintes valores:
  - 5% do valor do carregamento na pista de rolamento com as cargas distribuídas, excluídos os passeios
  - 30% do peso do veículo-tipo
- Nas pontes ferroviárias, o maior dos seguintes valores:
  - 15% da carga móvel para a frenagem
  - 25% do peso dos eixos motores para a aceleração

Destaca-se ainda que:

- para a avaliação dos esforços longitudinais, as cargas móveis são consideradas sem impacto;
- em ferrovias, a norma distingue o caso de frenagem do de aceleração, considerando que no primeiro intervém toda a carga móvel e, no segundo, apenas a locomotiva;
- essas forças longitudinais previstas pela norma são sempre supostas como aplicadas na superfície de rolamento (pavimentação ou topo do trilho);
- no caso de pontes ferroviárias com mais de uma linha, considera-se a força longitudinal em apenas duas delas: numa considera-se a força de frenagem e na outra a força de aceleração ou metade da força de frenagem, adotando-se a maior delas. Estas forças são consideradas atuando no mesmo sentido, nas duas linhas que correspondem à situação mais desfavorável para o dimensionamento.

2.3.5. Variação de temperatura

Como existe uma superfície exposta (parte superior) à ação solar direta, a distribuição de temperatura ao longo da altura da seção transversal das pontes apresenta a forma indicada na **Fig. 2.19**.

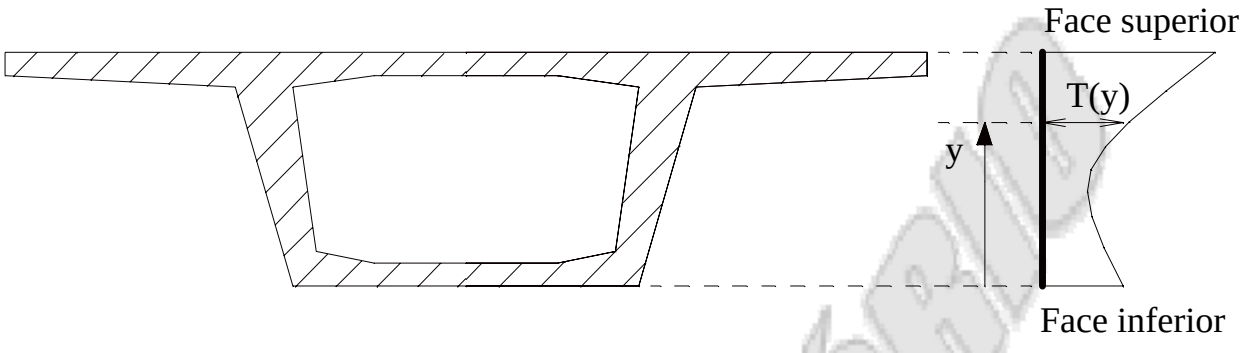


Fig. 2.19 Distribuição da temperatura ao longo da altura da seção.

Esta distribuição de temperatura pode ser decomposta em três parcelas (**Fig. 2.20**-a): variação uniforme, variação linear (gradiente de temperatura) e uma parcela correspondente à temperatura igual nas faces opostas, variando no interior da seção. As deformações correspondentes a estas parcelas estão mostradas na **Fig. 2.20**-b.

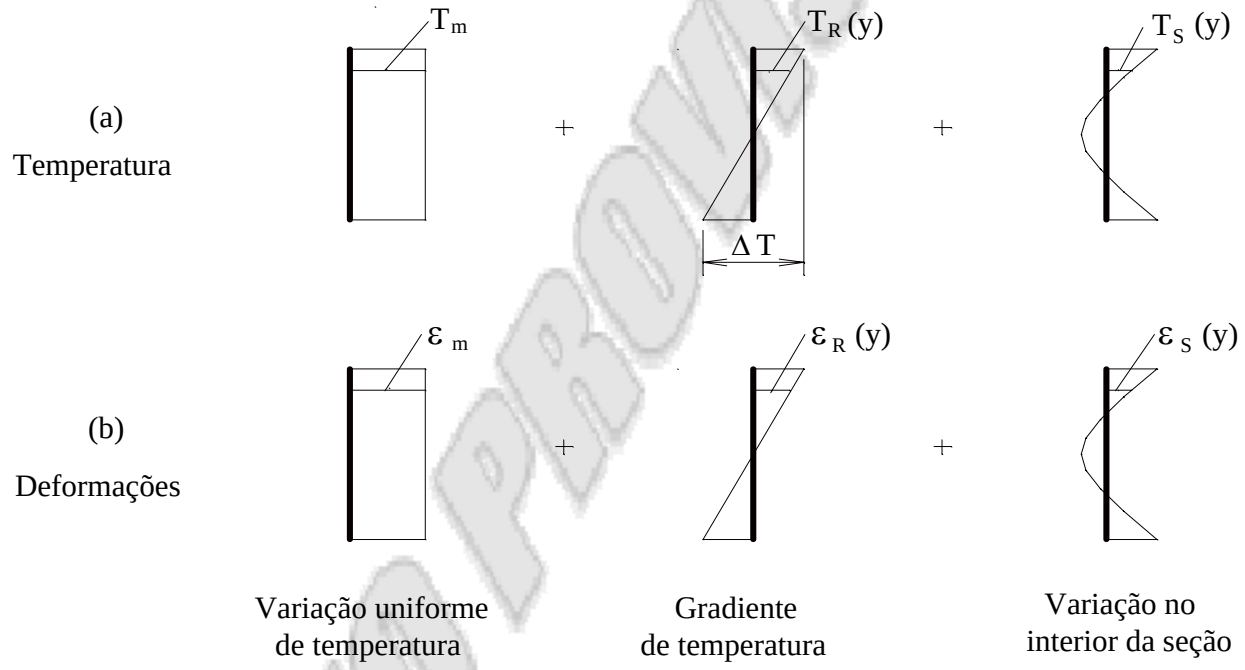


Fig. 2.20 Decomposição da variação de temperatura e as deformações correspondentes.

A variação uniforme de temperatura tentará produzir uma variação de comprimento e o gradiente térmico tentará produzir um encurvamento ao longo do comprimento. Já a última parcela irá produzir tensões internas, uma vez que as seções permanecem planas, sem contudo, acarretar deslocamento algum.

A quantificação destes efeitos pode ser feita a partir da **Fig. 2.21**.

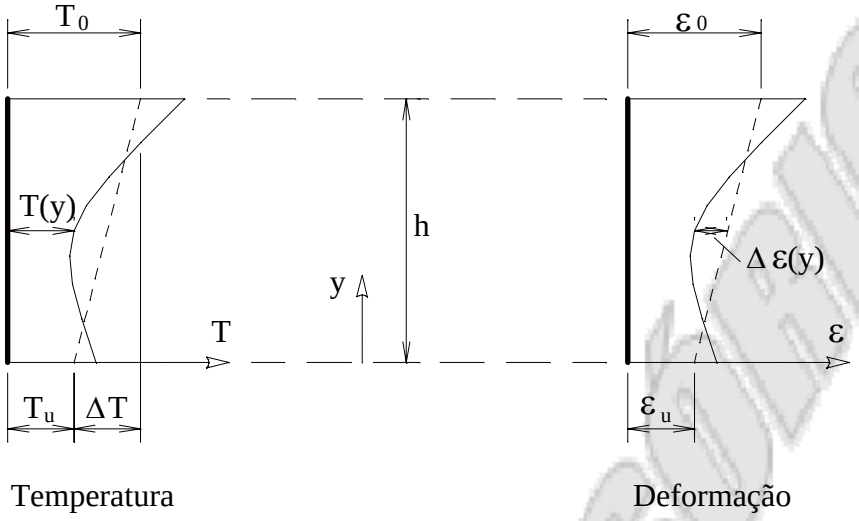


Fig. 2.21 Linearização da temperatura e das deformações.

Como não existe força normal e momento fletor aplicados, as tensões normais são auto-equilibradas, como indica as expressões 2.8 e 2.9.

$$N = \int \sigma_T(y).dA = 0 \tag{2.8}$$

$$M = \int \sigma_T(y).y.dA = 0 \tag{2.9}$$

Com base no esquema da **Fig. 2.21**, pode-se colocar as deformações na seguinte forma:

$$\varepsilon_0 = \alpha.T_0 \tag{2.10}$$

$$\varepsilon_u = \alpha.T_u \tag{2.11}$$

$$\Delta\varepsilon(y) = -\alpha\left[T(y) - \left(T_u + \frac{\Delta T}{h}y\right)\right] \tag{2.12}$$

sendo: $\Delta T = T_0 - T_u$

$\alpha =$ coeficiente de dilatação térmica

A partir da lei de Hooke, tem-se:

$$\sigma_T(y) = \Delta\varepsilon(y).E = \left[\left(T_u + \frac{\Delta T}{h}y\right) - T(y)\right].\alpha.E \tag{2.13}$$

sendo: $E =$ módulo de elasticidade

Substituindo a expressão (2.13) nas expressões (2.8) e (2.9), resulta:

$$T_u = \frac{1}{A}\int T(y).dA - \frac{y}{I}\int T(\bar{y})\bar{y}.dA \tag{2.14}$$

$$\Delta T = \frac{h}{I}\int T(\bar{y}).\bar{y}.dA \qquad (2.15)$$

onde: A = área da seção transversal
I = momento de inércia em relação ao CG da seção
$\bar{y} = y - y_S$ (ordenada medida a partir do CG da seção)
y_S = distância do CG da seção à borda inferior

A partir destas expressões pode-se determinar a temperatura média $\mathbf{T_m}$, e a rotação da seção ϕ **,** com as seguintes expressões:

$$T_m = \frac{1}{A}\int T(y).dA = \frac{1}{A}\int T(y).b(y).dy \qquad (2.16)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_h}{h} = \frac{\Delta T.\alpha}{h} = \frac{\alpha}{I}\int T(\bar{y}).\bar{y}.b(\bar{y}).dy \qquad (2.17)$$

onde b(y) e $b(\bar{y})$ correspondem às larguras da seção nas ordenadas y e $\bar{y}$, respectivamente.

Para o efeito da variação uniforme da temperatura, calculado a partir de $\mathbf{T_m}$, valem considerações análogas às que foram feitas para a retração.

No caso da variação linear da temperatura ao longo da altura, cuja rotação é calculada com a expressão (2.17), irão ocorrer esforços solicitantes nas estruturas em que o encurvamento não é livre, como por exemplo no caso de vigas contínuas.

Independentemente se a vinculação permite ou não o movimento, ocorrerão tensões devidas a $\mathbf{T_s(y)}$. Estas tensões podem ser calculadas com a expressão (2.13).

Cabe destacar que a variação da temperatura pode acarretar esforços na direção transversal ao eixo da ponte. A **Fig. 2.22** mostra, para seção celular, os momentos fletores devidos a uma variação uniforme de temperatura (**Fig. 2.22**-a) e a um gradiente térmico na laje do tabuleiro.

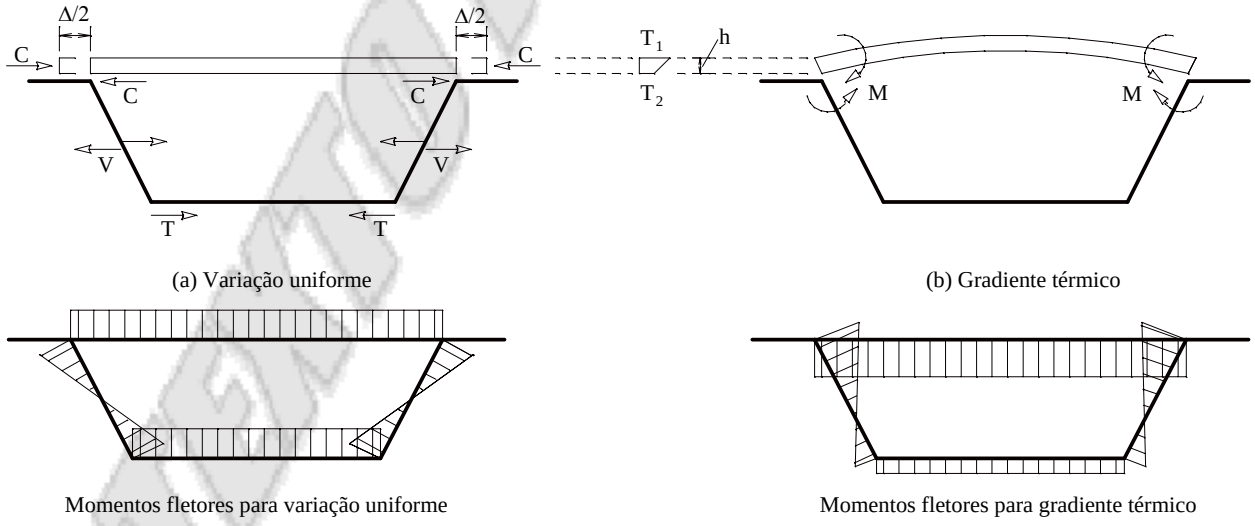
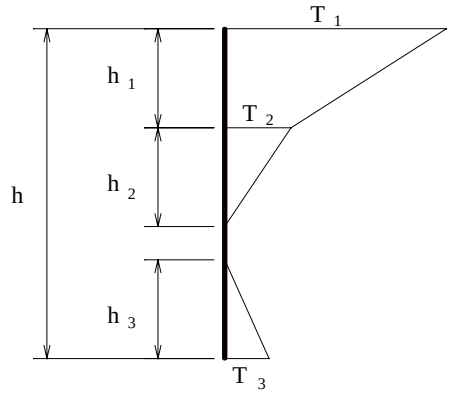


Fig. 2.22 Momentos fletores em seção celular devidos à variação de temperatura na laje do tabuleiro.

Na norma NBR 7187 é recomendado que seja considerada uma variação uniforme de temperatura de ±15°C. Empregando o valor do coeficiente de dilatação térmica do concreto (α) igual a 10^{-5}/°C, pode-se avaliar a variação do comprimento dos elementos e consequentemente os seus efeitos. Combinada a esta variação, deve ser considerada, ao longo da altura de cada seção transversal, a distribuição de temperatura indicada pela NBR 7187, que é reproduzida na **Fig. 2.23**.



$h_1 = 0{,}3\ h = 0{,}15m$

$h_2 = 0{,}3\ h = 0{,}10m$

$= 0{,}25\ m$

$h_3 = 0{,}3\ h = h\text{-}h_1\text{-}h_2$

$= 0{,}10\ m + h_{pav}$

h (m)	T_1 (°C)	T_2 (°C)	T_3 (°C)
≤0,2	8,5	3,5	0,5
0,4	12,0	3,0	1,5
0,6	13,0	3,0	2,0
≥0,8	13,5	3,0	2,5

Fig. 2.23 Distribuição de temperatura ao longo da altura da seção, segundo a NBR 7187.

2.3.6. Ação do vento

A norma NBR 7187 não indica nenhum procedimento para a determinação da ação do vento em pontes; apenas recomenda seguir o disposto na norma NBR 6123, que trata da ação do vento em edifícios. Sendo assim, apresenta-se o procedimento indicado pela antiga norma de pontes NB-2/61.

A ação do vento é traduzida por carga uniformemente distribuída horizontal, normal ao eixo da ponte.

Sobre que superfície atua o vento? Admitem-se dois casos extremos, para a verificação: tabuleiro sem tráfego e tabuleiro ocupado por veículos reais.

No primeiro caso (ponte descarregada), considera-se como superfície de incidência do vento, a projeção da estrutura sobre plano normal à direção do vento.

No segundo caso (ponte carregada), essa projeção é acrescida de uma faixa limitada superiormente por linha paralela ao estrado, distante da superfície de rolamento 3,50 - 2,00 - 1,70 m, conforme se trate, respectivamente, de ponte ferroviária, rodoviária ou para pedestres (**Fig. 2.24**).

No caso de ponte descarregada (menor superfície exposta), admite-se que a pressão do vento seja de 1,5 kN/m², qualquer que seja o tipo de ponte.

Ao se verificar o caso de ponte carregada, admite-se que ao se oferecer essa maior superfície de incidência, o vento atue com menor intensidade: 1,0 kN/m² para pontes ferroviárias ou rodoviárias, e 0,7 kN/m² em pontes para pedestres (**Fig. 2.24**).

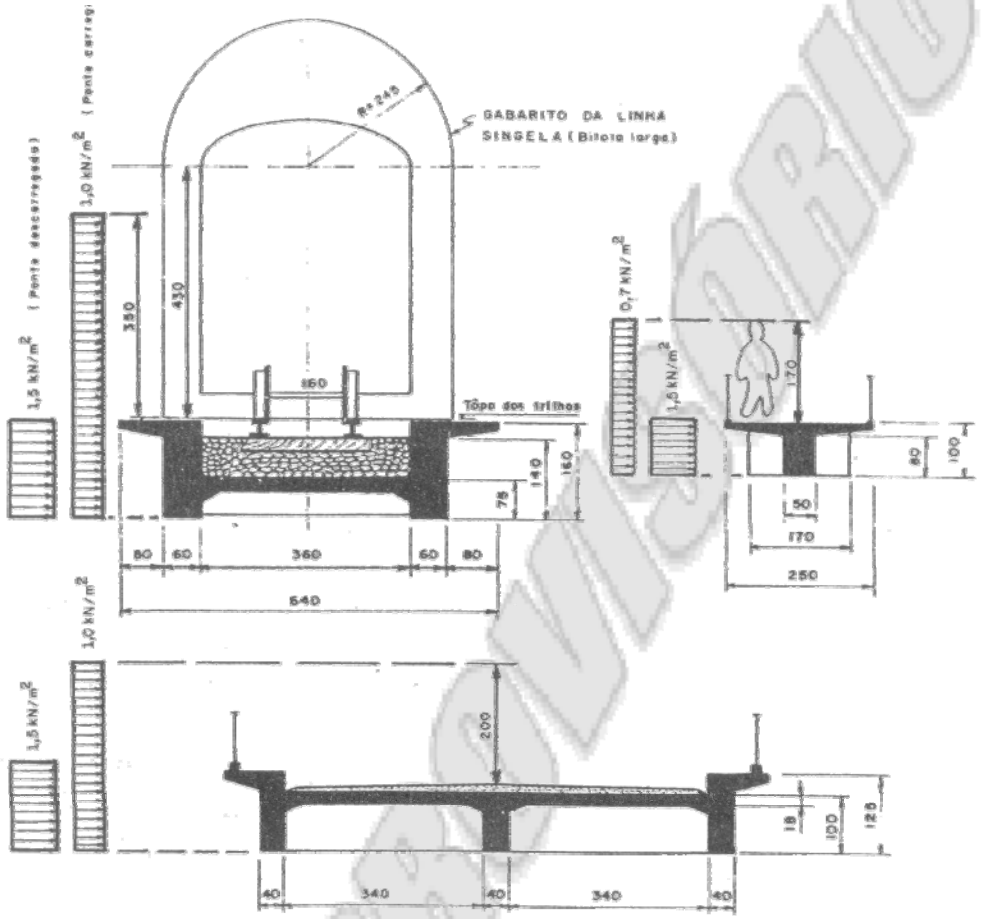


Fig. 2.24 Valores da ação do vento nas pontes.

Observe-se que, como no caso da força centrífuga, a pressão do vento, aplicada a uma certa altura da superfície de rolamento, também se traduz por um momento e uma força horizontal transportada para o plano médio das vigas principais. Analogamente, pois, o momento produzirá decréscimo da carga vertical na viga exposta ao vento, e acréscimo igual na outra (no caso mais simples de duas vigas principais). Com relação à infraestrutura e aos aparelhos de apoio, vale a mesma observação da importância desta ação no dimensionamento destes elementos.

Quando a estrutura principal for laje, dispensa a norma o cálculo da ação do vento, tendo em consideração a grande rigidez à torção dessa estrutura, sua ampla capacidade de resistir à ação horizontal e, mesmo, a pequena superfície exposta (**Fig. 2.25**).

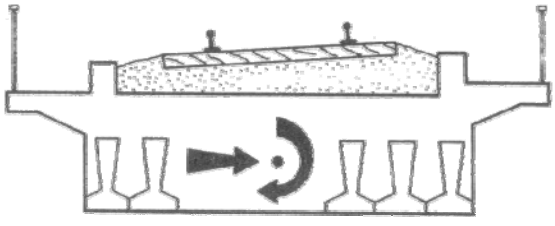


Fig. 2.25 Efeito da ação do vento na superestrutura em ponte de laje.

O cálculo dos esforços causados pelo vento também é dispensado quando se tratar de abóbadas com largura nas nascenças superior a 1/10 do vão, ou de ponte com arcos paralelos e tabuleiro superior, desde que tenha contraventamento contínuo e que a distância entre os eixos dos arcos externos seja superior a 1/9 do vão (**Fig. 2.26**). Nestes casos, abóbada e arcos atuam, quanto ao vento, como viga-balcão cuja seção transversal tem, nas nascenças, altura igual à largura **b** da abóbada ou à distância **a** entre os arcos externos; daí a possibilidade de se dispensar a verificação da ação do vento, quando **b** ou **a** são suficientemente grandes.

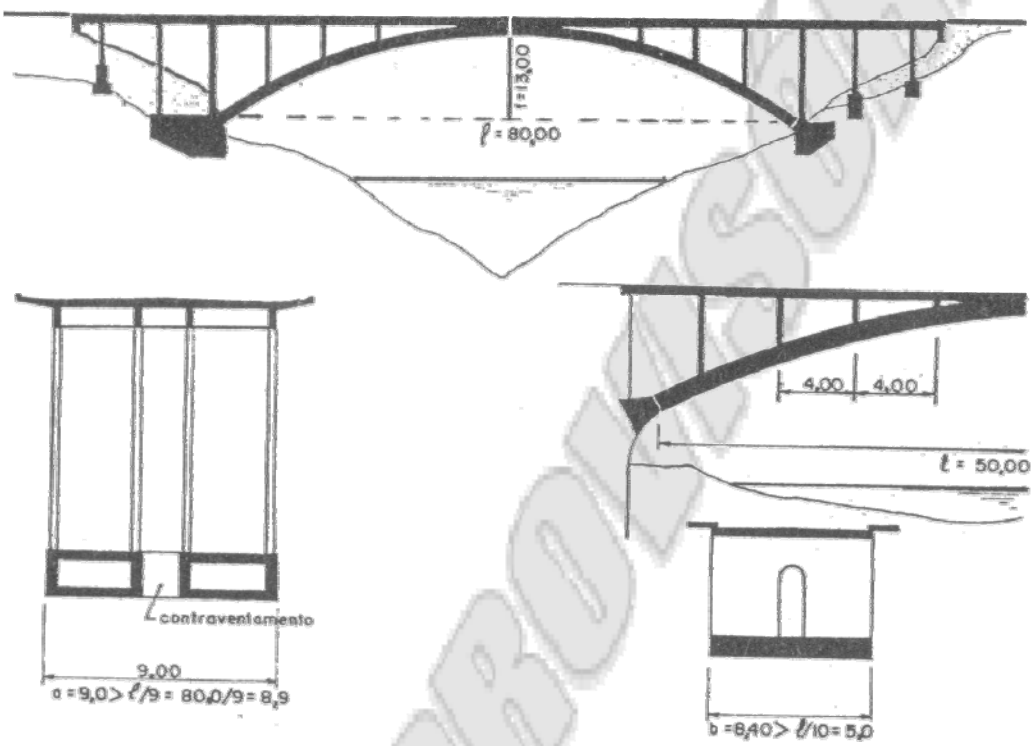


Fig. 2.26 Exemplos ilustrativos de estruturas em que a ação do vento pode ser dispensada.

2.3.7. Pressão da água em movimento

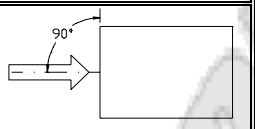
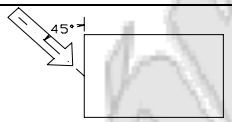
Segundo a norma NBR 7187, a pressão da água em movimento sobre os pilares e os elementos de fundação pode ser determinada através da expressão:

$$q = K.v_a^2 \qquad (2.18)$$

onde: q é a pressão estática equivalente em kN/m²
v é a velocidade da água em m/s
K é um coeficiente adimensional cujo valor é 0,34 para elementos de seção transversal circular

Para elementos com seção transversal retangular, o valor de **K** é função do ângulo de incidência do movimento da água em relação ao plano da face do elemento, conforme a Tabela 2.5.

Tabela 2.5 Valores de K para cálculo da pressão de água.

Ângulo de incidência	Valor de K	
90°	0,71	
45°	0,54	
0°	0	

No caso de um pilar de seção circular, num rio com velocidade da água igual a 2 m/s, tem-se:

$q = 0,34 \times 2^2 = 1,36$ kN / m^2 que é da ordem de grandeza da pressão do vento.

Destaca-se entretanto que nos rios que carregam troncos de árvore ou galhos esta pressão poderá ser bem maior do que os valores avaliados com a expressão fornecida, devido ao fato desse material se prender nos pilares.

Em situações em que o movimento da água é muito importante, a norma NBR 7187 estabelece que o efeito dinâmico das ondas e das águas em movimento deve ser determinado através de métodos baseados na hidrodinâmica.

2.3.8. Empuxo de terra provocado por cargas móveis

Além da pressão de terra comentada no item 2.3.1, nos encontros e nas cortinas, podem ocorrer pressões devidas à carga móvel que está adentrando ou deixando a ponte. Estas pressões se somam às anteriores, conforme ilustra a **Fig. 2.27**.

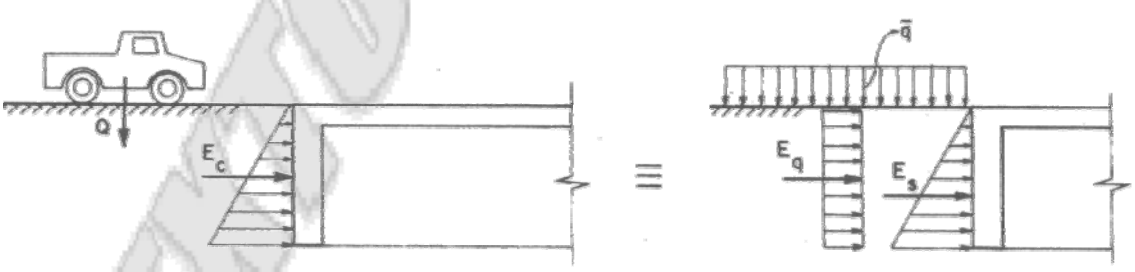


Fig. 2.27 Efeito de carga móvel em cortina.

Normalmente, essa carga móvel colocada junto à cabeceira da ponte, para efeito de cálculo, é considerada uniformemente distribuída, e cujo valor pode ser estimado transformando o peso do veículo-tipo em carga uniformemente distribuída e compondo-a com a carga distribuída **q** que considera o efeito de outros veículos, como se mostra na **Fig. 2.28**.

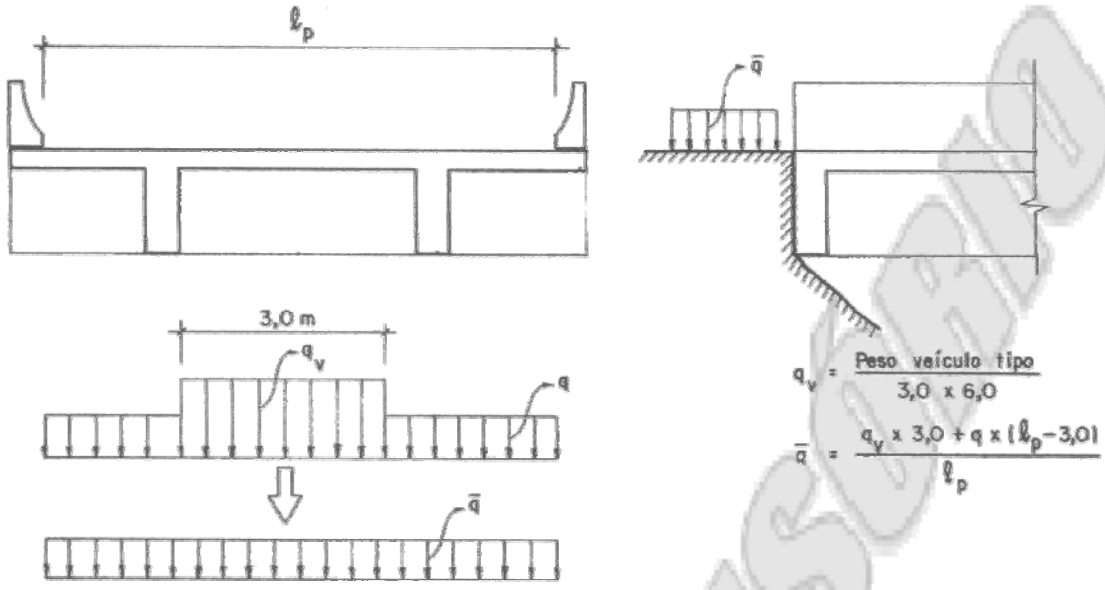


Fig. 2.28 Transformação da carga móvel em carga uniformemente distribuída.

O carregamento assim obtido, pode ser considerado como um aterro adicional, de altura $\mathbf{h_a}$, dividindo-se o seu valor pelo peso específico do solo, como ilustra a **Fig. 2.29**.

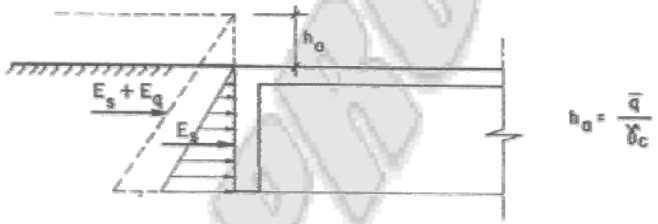


Fig. 2.29 Transformação da carga móvel distribuída em altura de terra.

2.3.9. Cargas de construção

Durante a fase construtiva poderão ocorrer ações provisórias que devem ser consideradas no projeto. Nesse sentido, a norma NBR 7187 estabelece que no projeto e cálculo devem ser consideradas as ações das cargas passíveis de ocorrer durante o período da construção, notadamente aquelas devidas ao peso de equipamentos e estruturas auxiliares de montagem e de lançamento de elementos estruturais e seus efeitos em cada etapa executiva da obra. Estas cargas devem ser consideradas na estrutura com o esquema estático, resistência dos materiais, e seções resistentes existentes por ocasião da sua aplicação.

2.4. AÇÕES EXCEPCIONAIS

Segundo a norma NBR 8681, ações excepcionais são aquelas que têm duração extremamente curta e muito baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, mas que devem ser consideradas no projeto de determinadas estruturas.

No caso das pontes, a norma NBR 7187 cita os choques de objetos móveis, as explosões, os fenômenos naturais pouco freqüentes, como enchentes catastróficas e sismos, entre outros.

O choque de objetos móveis é a única ação especificada pela norma NBR 7187, que estabelece que os pilares passíveis de serem atingidos por veículos rodoviários ou embarcações em movimento, devem ter sua segurança verificada quanto aos choques assim provocados. Dispensa-se esta verificação se no projeto forem incluídos dispositivos capazes de proteger a estrutura contra este tipo de acidente.

Como a norma NBR 7187 não fornece os valores das cargas para considerar esta ação, pode-se recorrer à norma alemã DIN 1072, que estabelece que os elementos estruturais passíveis a choque de veículos, devem ser verificados para forças horizontais, não simultâneas, de 1.000 kN na direção longitudinal e de 500 kN na direção transversal. Estas forças devem ser consideradas atuando sobre o elemento a 1,20 m da superfície de rolamento.

Sobre a consideração de outras ações excepcionais, a norma NBR 7187 estabelece que devem ser feitas em construções especiais, a critério do proprietário da obra.

2.5. COMBINAÇÕES DAS AÇÕES

Os critérios e valores de combinações últimas e de serviço das ações indicadas pela NBR 8681:2003 são mostrados a seguir.

2.5.1. Combinações últimas das ações

Para as combinações últimas normais, o valor da ação de cálculo vale

$$F_d = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{gi} . F_{Gi,k} + \gamma_q \left(F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{0j} . F_{Qj,k} \right) \qquad (2.19)$$

onde:
- $F_{Gi,k}$ = valores característicos das ações permanentes
- $F_{Q1,k}$ = valor característico da ação variável principal
- $F_{Qj,k}$ = valores característicos das outras ações variáveis
- γ_{gi} = coeficientes de ponderação das ações permanentes
- γ_q = coeficiente de ponderação das ações variáveis
- ψ_{0j} = fator de combinação

Para as situações normais tem-se os seguintes valores dos coeficientes de ponderação:

a) ações permanentes de grande variabilidade: para as ações constituídas pelo peso próprio das estruturas, dos elementos construtivos permanentes não estruturais e dos equipamentos

fixos, todos considerados globalmente, quando o peso próprio da estrutura não supera 75% da totalidade destes pesos permanentes e para outras ações permanentes de grande variabilidade
$\gamma_g = 1,4$ para efeitos desfavoráveis
$\gamma_g = 0,9$ para efeitos favoráveis

b) ações permanentes de pequena variabilidade: para as ações permanentes, quando o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade dos pesos permanentes e para outras ações permanentes de pequena variabilidade (situação mais comum no sistema estrutural principal das pontes de concreto)
$\gamma_g = 1,3$ para efeitos desfavoráveis
$\gamma_g = 1,0$ para efeitos favoráveis

c) efeitos de recalques de apoio e de retração do concreto
$\gamma_\varepsilon = 1,2$ para efeitos desfavoráveis
$\gamma_\varepsilon = 1,0$ para efeitos favoráveis

d) ações variáveis
cargas acidentais móveis: $\gamma_q = 1,4$
efeitos da temperatura: $\gamma_\varepsilon = 1,2$

e) valores do fator de combinação
pontes de pedestres: $\psi_0 = 0,4$
pontes rodoviárias: $\psi_0 = 0,6$
pontes ferroviárias: $\psi_0 = 0,8$ (ferrovias não especializadas)

Nos casos particulares de combinações últimas excepcionais e combinações últimas especiais ou de construção, a norma NBR 8681 fornece outros valores.

2.5.2. Combinações de serviço das ações

Conforme estabelece a norma NBR 868l, nas combinações de utilização são consideradas todas as ações permanentes, inclusive as deformações impostas permanentes, e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações da seguinte forma:

a) combinações quase-permanentes de utilização

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} . F_{Qj,k} \qquad (2.20)$$

b) combinações freqüentes de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \psi_1 . F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{2j} . F_{Qj,k} \qquad (2.21)$$

c) combinações raras de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{2j} . F_{Qj,k} \qquad (2.22)$$

Os valores dos fatores de combinação de utilização ψ_1 e ψ_2, para as cargas móveis e seus efeitos dinâmicos, são os seguintes:

- pontes de pedestres: $\psi_1 = 0,3$ e $\psi_2 = 0,2$
- pontes rodoviárias: $\psi_1 = 0,4$ e $\psi_2 = 0,2$
- pontes ferroviárias: $\psi_1 = 0,6$ e $\psi_2 = 0,4$

As combinações de serviço atrás referidas são empregadas nas seguintes situações:

- para verificação de estado limite de fissuração (abertura de fissuras) - combinação freqüente de serviço;
- para verificação de estado limite de formação de fissuras - combinação rara de serviço;
- para verificação de estado limite de deformação excessiva (flecha) - combinação quase-permanente de serviço.

BIBLIOGRAFIA

ABNT. NB 2 - Cálculo e execução de pontes de concreto armado. Rio de Janeiro, 1961.

ABNT. NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978.

ABNT. NBR 7187 - Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido. Rio de Janeiro, 1986.

ABNT. NBR 7188 - Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre. Rio de Janeiro, 1984.

ABNT. NBR 7189 - Cargas móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias. Rio de Janeiro, 1985.

ABNT. NBR 7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1987.

ABNT. NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas. Rio de Janeiro, 1984.

CEB. Bulletin d'Information no. 167 - Thermal effects. Rotterdan, 1985.

DIN 1072. Puentes de carreteras y caminos: hipóteses de carga (Tradução para o castelhano). Bilbao, Editorial Balzola, 1973.

FREITAS, M. Pontes: introdução geral - definições. São Paulo, EPUSP, 1981.

MARTINELLI, D.A.O. Solicitações nas pontes de concreto. São Carlos, EESC-USP, 1971.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

3. NOÇÕES DE CÁLCULO DE SUPERESTRUTURA

3.1. INTRODUÇÃO

A análise do comportamento estrutural das pontes pode, de uma forma simplificada, ser subdividida em duas etapas:

a) análise da distribuição dos esforços na direção transversal da ponte, que depende fundamentalmente do tipo de seção transversal;

b) análise do efeito das cargas equivalentes, obtidas a partir da análise da distribuição dos esforços na direção transversal, no sistema estrutural principal.

A Fig. 3.1 ilustra a obtenção da distribuição dos esforços na direção transversal, em uma ponte com duas vigas principais; as cargas equivalentes na viga, são também denominadas trem-tipo da viga.

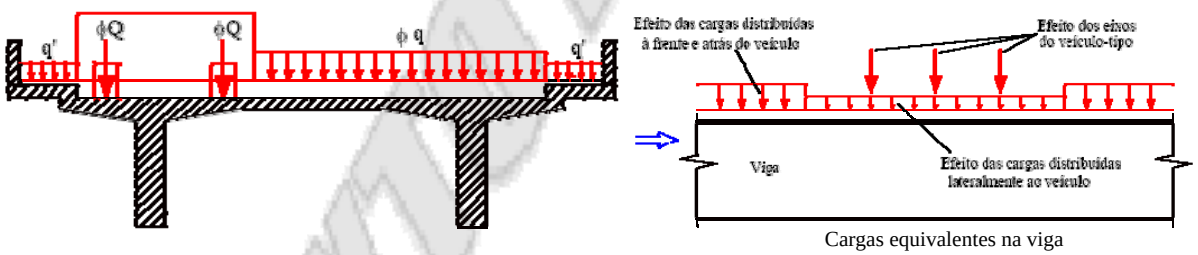


Fig. 3.1 Ilustração da distribuição dos esforços na direção transversal.

A Fig. 3.2 ilustra a colocação das cargas equivalentes no sistema estrutural principal de uma ponte de viga simplesmente apoiada, para a determinação do máximo momento fletor no meio do vão, e da máxima força cortante no apoio.

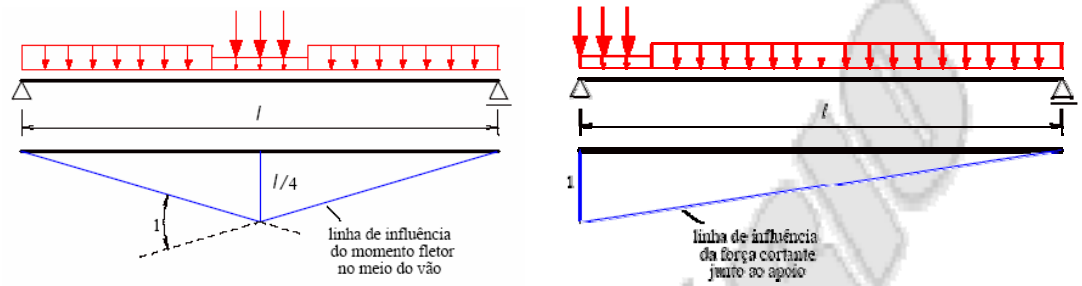


Fig. 3.2 Ilustração do estudo do efeito das cargas equivalentes no sistema estrutural principal.

Esta análise é mais realista no caso de pontes de viga e mais aproximada no caso de pontes de laje, pois no segundo caso existe uma maior interdependência das solicitações nas duas direções.

Em face do exposto, conclui-se que é possível abordar de uma forma genérica, os sistemas estruturais separadamente das seções transversais, embora sabendo que existe uma interdependência de maior ou menor grau, entre eles.

3.2. PONTES DE VIGAS

No tabuleiro de uma ponte de vigas, podem-se identificar três elementos: as vigas longitudinais (também chamadas de vigas principais ou longarinas), as vigas transversais (também chamadas de transversinas), e a laje.

Normalmente, esses três elementos formam um conjunto monolítico, cuja cálculo exato é de tal modo complexo e laborioso, que a sua realização utilizando processos “manuais” (isto é, sem auxílio de computadores) é praticamente impossível.

Sendo assim, para se calcular “manualmente” os esforços nos elementos que formam o tabuleiro de uma ponte de vigas é necessário recorrer aos chamados processos aproximados, que considerando simplificações adequadas, permitem realizar o cálculo “manual” dos esforços, de maneira simples, objetiva e segura, sem o auxílio de computadores.

O procedimento empregado na maioria dos processos aproximados, é conhecido como “método dos coeficientes de repartição”, e consiste em determinar a repartição do carregamento aplicado, entre os elementos que compõem o tabuleiro. Uma vez conhecida a parcela do carregamento que cabe a cada elemento, chamada também de “quinhão de carga”, faz-se o cálculo de cada elemento isoladamente com o correspondente quinhão de carga.

Os processos aproximados podem ser classificados em três categorias:

- processo que considera as longarinas independentes;

- processo que considera o chamado efeito de grelha;

- processo que supõe que o tabuleiro é uma placa ortótropa.

O processo que considera as longarinas independentes, pode ser utilizado em tabuleiros com duas longarinas, onde se obtêm resultados satisfatórios, mas nos tabuleiros com mais de duas longarinas, não é recomendável a sua utilização pois a aproximação é em geral muito grosseira.

Dentre os processos que consideram o efeito de grelha, os mais conhecidos são o processo de Engesser-Courbon e o processo de Leonhardt.

O processo conhecido como de Engesser-Courbon, é atribuído a F. Engesser, e foi desenvolvido por J. Courbon e M. Mallet. Neste processo, que se caracteriza pela sua simplicidade e campo de aplicação, são adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- o tabuleiro monolítico é transformado numa malha de vigas longitudinais e transversais;

- é desprezado o efeito de torção nas vigas;

- a transversina é suposta como tendo rigidez infinita.

O processo conhecido como de Leonhardt, foi desenvolvido pelo alemão F. Leonhardt, e considera as seguintes hipóteses simplificadoras:

- o tabuleiro monolítico é transformado numa malha de vigas longitudinais e transversais;

- é desprezado o efeito de torção nas vigas;

- a transversina é suposta flexível.

Dentre os processos que supõem que o tabuleiro é uma placa ortótropa, o mais conhecido é o processo de Guyon-Massonet. A idéia original do processo é atribuída ao francês T. Guyon que elaborou um processo para calcular placas ortótropas desprezando o efeito de torção, utilizando o método dos coeficientes de repartição. Posteriormente, o francês C. Massonnet generalizou o processo introduzindo no cálculo a consideração do efeito de torção.

Neste texto serão apresentados os processos de Engesser-Courbon e de Guyon-Massonnet. No texto, as vigas longitudinais serão chamadas simplesmente de vigas, e as vigas transversais de transversinas.

Na Fig. 3.3, os esquemas à esquerda representam três superestruturas, de vigas ligadas (a) apenas pela laje, ou (b) por transversinas e finalmente (c) por transversinas com essa mesma rigidez e por laje inferior, configurando a viga de seção celular, ou viga-caixão.

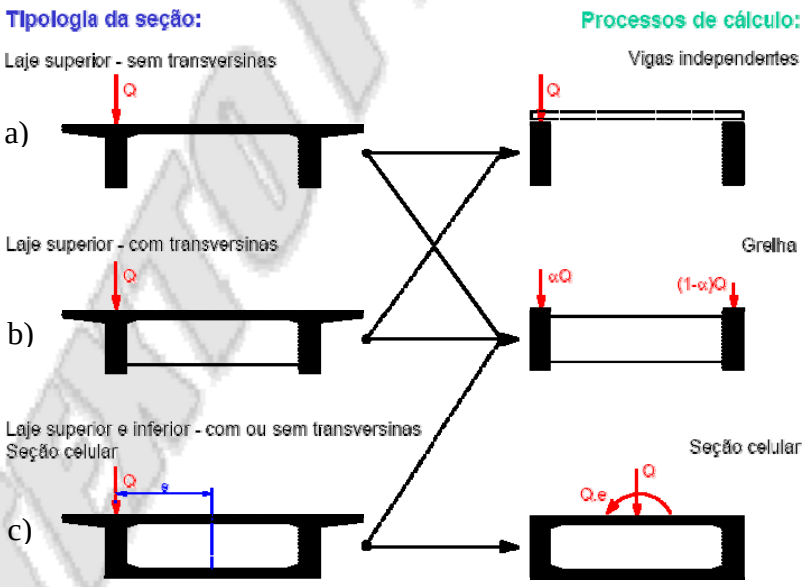


Fig. 3.3 Tipologia da seção e processos de cálculo das superestruturas de vigas.

O cálculo dessas superestruturas pode ser orientado por diversas concepções, mais ou menos simplificadas, relativas ao comportamento estático desses conjuntos monolíticos. Tais concepções podem ser caracterizadas, em primeira aproximação, pelo que se admite quanto à ação que sobre essas superestruturas exerce uma carga concentrada Q, suposta atuando sobre uma das nervuras.

No processo de cálculo intitulado como *vigas independentes*, admite-se que a viga diretamente carregada absorva totalmente a força Q, sem intervenção da segunda viga, que corresponde a supor, para efeito de cálculo das vigas longitudinais, que o tabuleiro (laje e eventuais transversinas) seja seccionado sobre as vigas principais e sobre elas se apóie simplesmente. Essa aproximação torna-se cada vez menos satisfatória à medida que as transversinas vão adquirindo maior importância, pelo número e pela rigidez (a →b), e é totalmente inadmissível no caso da viga de seção celular (c).

Nos dois primeiros casos (a e b) o primeiro processo de cálculo (vigas independentes) é admitido pela NB-2/61 (item 25: " os tabuleiros com três ou mais vigas principais devem ser calculados como grelhas, permitindo-se o emprego de processos de cálculo aproximados")e correntemente utilizado. O segundo processo de cálculo (grelha), mostra que ambas as vigas colaboram, cabendo naturalmente parcela maior à viga diretamente carregada. Isto, graças à solidarização engendrada pelas transversinas e pela própria laje. Neste caso, quanto maior a rigidez dos elementos transversais mais acentuado é o efeito de grelha e menor é o valor de α. O último caso (c), às vezes assimilado ao de uma grelha, é mais adequadamente tratado considerando-se a viga-caixão sujeita aos efeitos da carga Q centrada e do momento Q.e, correspondente à excentricidade de Q.

3.2.1. Seção T

a) Duas Vigas (Vigas independentes)

Dispostas as cargas de maneira adequada sobre o tabuleiro, deve-se determinar primeiro qual o quinhão dessas cargas que é suportado pelas várias vigas principais, ou seja, há que determinar, para cada viga, um trem de cargas fictícias as quais, supostas atuando diretamente sobre cada uma das vigas, produzam nestas os mesmos esforços que provem das cargas reais dispostas sobre o tabuleiro. Esse trem de cargas fictícias é o denominado trem-tipo. Haverá em geral, um trem-tipo para cada viga principal (ou apenas dois: um para as duas vigas laterais e outro para as internas).

No caso de haver apenas duas vigas principais, esse trem tipo é determinado com suficiente exatidão admitindo que uma carga disposta sobre o tabuleiro se reparta entre as duas vigas em dois quinhões inversamente proporcionais as distâncias da carga à vigas. Portanto, supõe-se que o tabuleiro, para efeito de distribuição das cargas às duas vigas, se comporte como uma viga transversal (geralmente com balanços) simplesmente apoiada sobre as vigas longitudinais, como mostra a Fig. 3.4.

Corresponde isto a admitir para o quinhão Q_1 da viga 1 uma linha de influência retilínea, de tal forma que a carga Q igual a 1 aplicada sobre a viga 1 corresponda, na própria viga 1, um quinhão igual a própria carga e, a carga Q igual a 1 aplicada sobre a viga 2, ainda na viga 1, um quinhão nulo, como indica a Fig. 3.5.

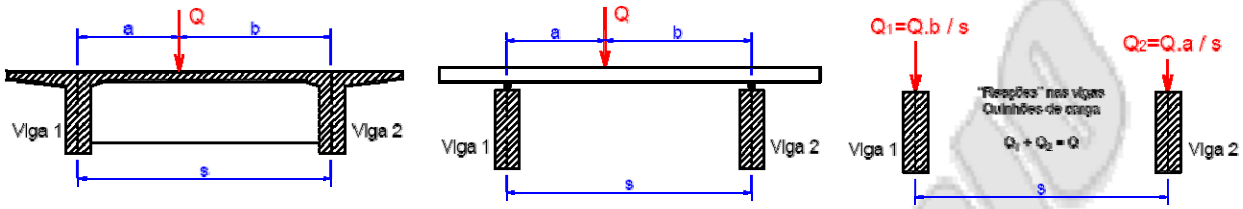


Fig. 3.4 Distribuição transversal das cargas: vigas independentes.

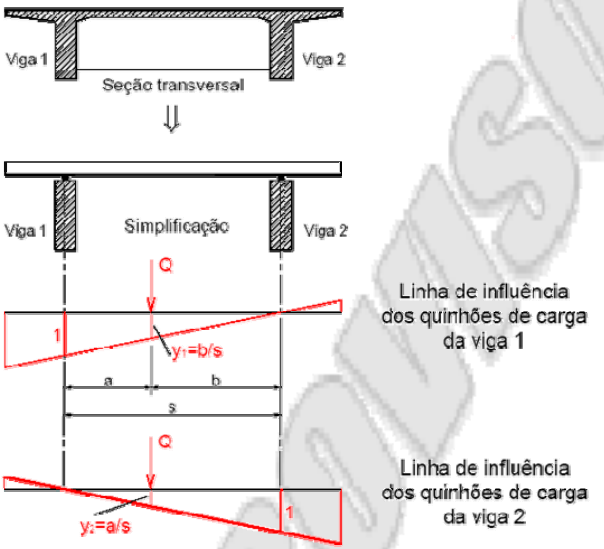


Fig. 3.5 Exemplo de ponte com duas vigas contínuas de três ramos com uma carga Q móvel.

Suponhamos então uma ponte com duas vigas principais contínuas em três ramos, carregada por uma carga Q disposta à distância *a* da *viga 1* (Fig. 3.5), e à distância *x* de um dos encontros. Tudo se passa como se a *viga 1* estivesse sujeita a uma carga Q_1, disposta à mesma distância *x* do encontro e, portanto, como se a *viga 2* estivesse suportando o quinhão $Q_2=Q-Q_1$, situado ainda à distância *x* do encontro considerado (Fig. 3.6)

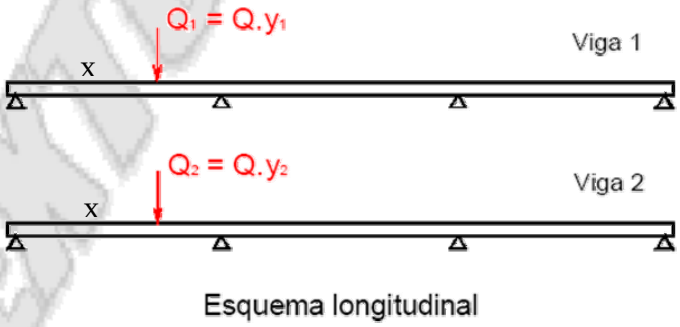


Fig. 3.6 Exemplo de ponte com duas vigas contínuas de três ramos com uma carga Q móvel.

Considerando agora uma ponte, com estrutura principal constituída por duas vigas que, por exemplo, sejam simplesmente apoiadas (Fig. 3.7). O carregamento *normal* da ponte será composto

de um veículo, com carga distribuída Φq anterior e posterior do veículo, de carga distribuída Φq lateral, e com carga de multidão, posta ao lado, adiante e atrás dos veículos. Para o cálculo de cada uma das vigas deve-se determinar os quinhões de carga que são suportados pelas vigas principais, ou seja, deve-se portanto determinar o trem-tipo das vigas principais.

Considerando a *viga 1*, a fim de obter os máximos esforços da viga, coloca-se as cargas sobre o tabuleiro de maneira a obter os maiores quinhões sobre a *viga 1*: coloca-se as cargas, em função da linha de influência dos quinhões (Fig. 3.7), tão próximas quanto possível da *viga 1*.

Com essa linha de influência, conclui-se que tudo se passa como se atuassem, diretamente sobre a *viga 1*, as cargas indicadas na Fig. 3.7 com a designação *trem-tipo da viga 1*. Com esse trem-tipo calculam-se então os momentos fletores e as forças cortantes em qualquer seção da viga em estudo, mediante as respectivas linhas de influência.

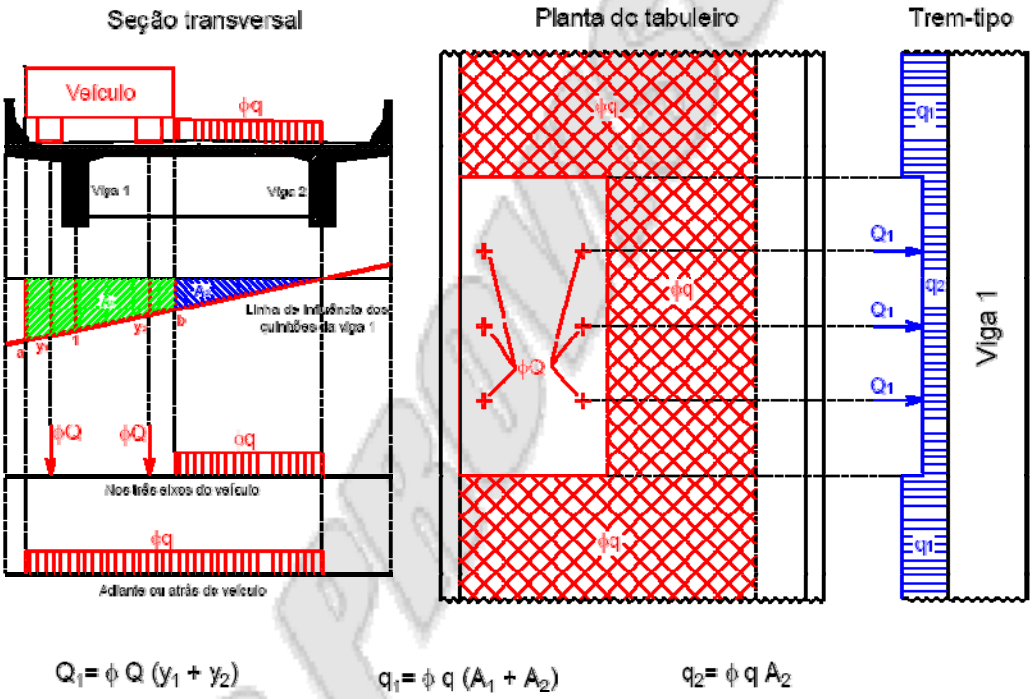


Fig. 3.7 Ponte de duas vigas simplesmente apoiadas sem passeios – cálculo do trem tipo da *viga 1*.

Quando existem mais do que duas vigas principais, a Norma aconselha o cálculo da superestrutura como grelha, porém em fase de pré-dimensionamento é freqüente o cálculo ainda admitido que as vigas sejam independentes. Supõe-se então, como mostra a Fig. 3.8, que o tabuleiro distribua as cargas para as vigas longitudinais como se sobre estas houvesse, em toda a extensão da ponte, transversinas simplesmente apoiadas. Desta forma, para o cálculo da *viga 1* interessam apenas as cargas colocadas entre (1) e (2); no cálculo da *viga 2*, intervêm apenas as cargas que atuam entre (1) e (3), e assim por diante.

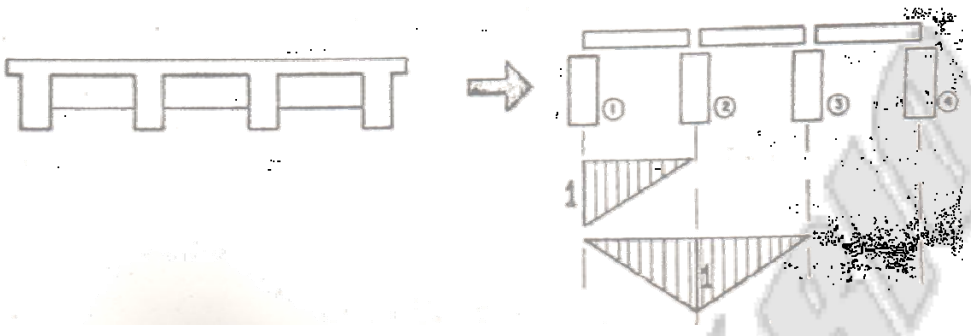


Fig. 3.8 Cálculo do trem tipo da *viga 1* – para o caso de mais de duas vigas principais.

Feita essa hipótese, procede-se à determinação dos diversos trens-tipos- um para cada viga longitudinal – de forma absolutamente análoga à ilustrada no caso de duas vigas longitudinais. É importante ressaltar que o cálculo do trem tipo da *viga 1* pode ser simplificado fazendo que em toda viga somente a carga q_1 seja aplicada, como mostra a Fig. 3.9.

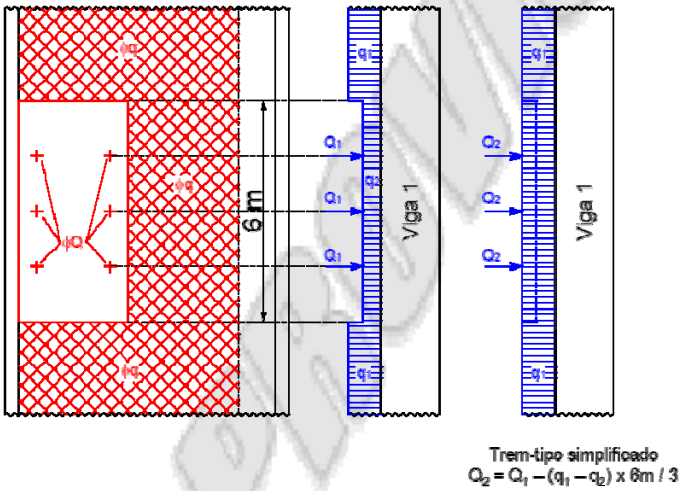


Fig. 3.9 Cálculo do trem tipo da *viga 1* – simplificação de cálculo.

a.1) Transversina

Determinados os esforços nas vigas principais, resta obtê-los para as transversinas. Convém então traçar as superfícies de influência de momentos fletores e forças cortantes em alguns pontos das vigas transversais, pois qualquer carga colocada sobre o tabuleiro provoca esforços nas transversinas. Examina-se inicialmente o caso de carga deslocando-se sobre a viga transversal (Fig. 3.10), para o caso fundamental mais simples.

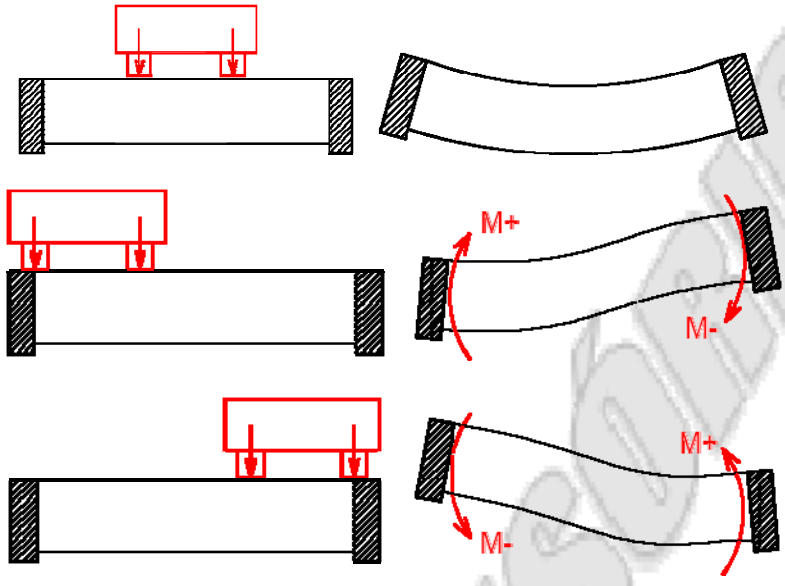


Fig. 3.10 Esquema estático para cálculo da transversina com carga móvel centrada e excêntrica e suas respectivas deformações.

O cálculo simplificado conforme a NB-2/1961, para o caso de viga simplesmente apoiada leva em consideração que o acréscimo de momentos positivos e negativos nas extremidades obedecem aos valores apresentados na Fig. 3.11.

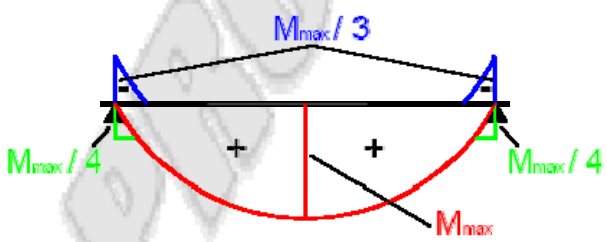


Fig. 3.11 Acréscimo de momentos positivos e negativos nas extremidades conforme a NB-2/1961.

O cálculo do carregamento da transversina para o caso da carga permanente é feito a partir da área de influência, podendo a carga ser considerada como uniformemente distribuída, como mostra a Fig. 3.12.

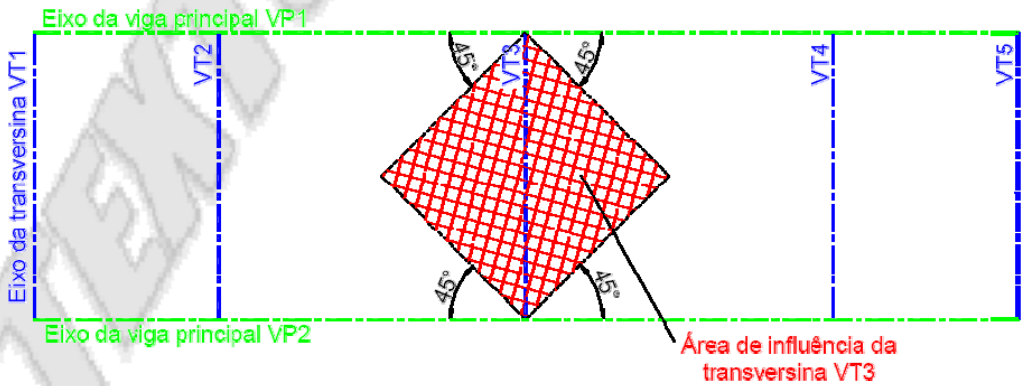


Fig. 3.12 Procedimento para o cálculo da carga permanente da transversina.

No caso da carga móvel, os seguintes passos devem ser executados, como sistematiza a Fig. 3.13.

- construir a linha de influência dos quinhões de carga;
- Posicionar a carga móvel na situação mais desfavorável
- Determinar o trem-tipo da transversina

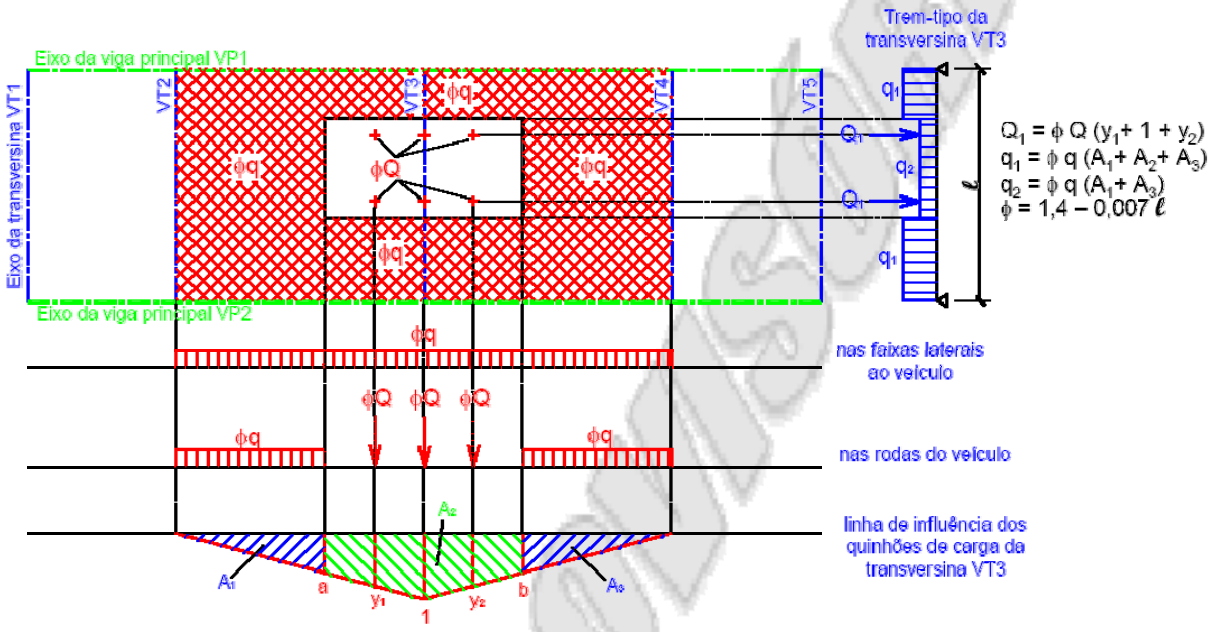


Fig. 3.13 Procedimento para o cálculo da carga móvel da transversina.

b) Mais de duas vigas (Grelhas)

São freqüentes as superestruturas com maior número de longarinas, como mostra a Fig. 3.14. O aumento no número de vigas principais é utilizado principalmente no caso de vigas principais protendidas pré-fabricadas.

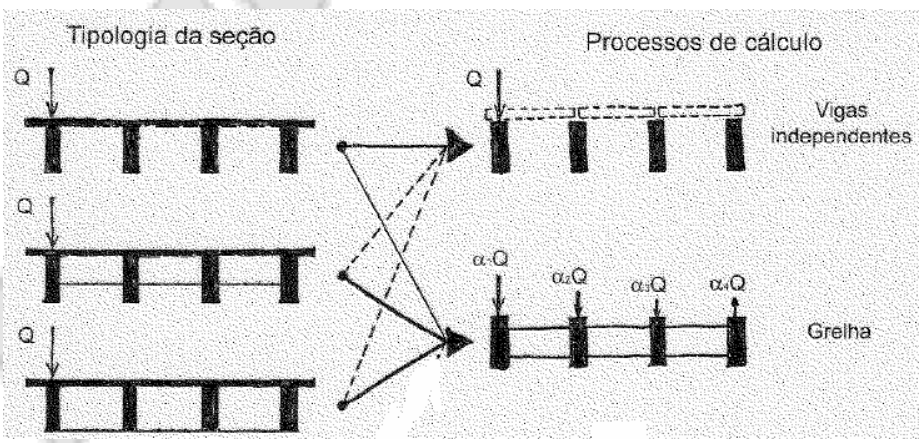
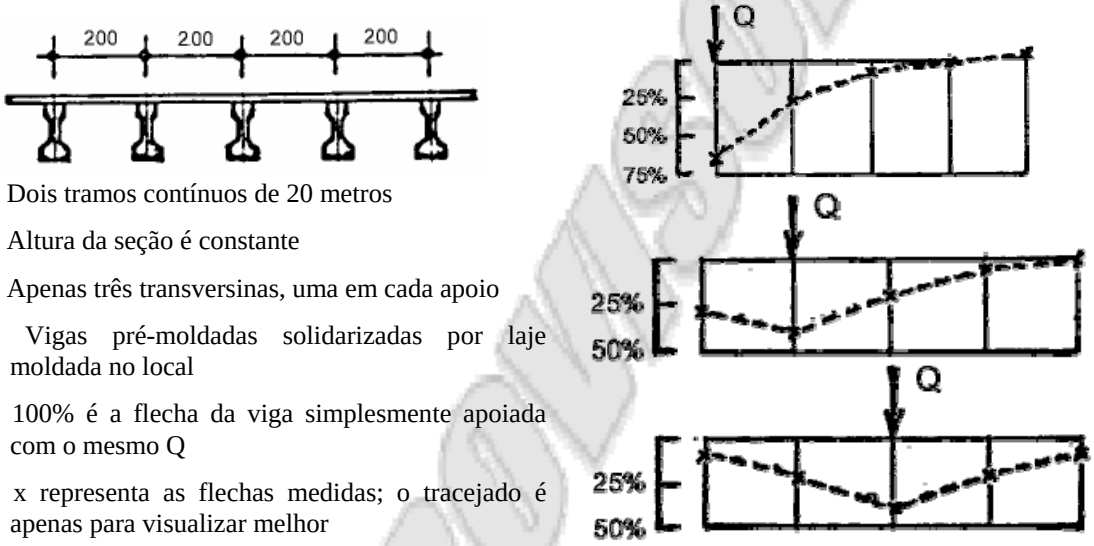


Fig. 3.14 Tipologia da seção e processos de cálculo das superestruturas com elevado número de vigas.

As considerações utilizadas no caso de duas vigas (vigas independentes) valem também para o caso de mais de duas vigas, devendo-se porém notar que, neste caso a aproximação mediante vigas independentes é, em geral, muito grosseira, recomendada apenas para avaliação preliminar de esforços. É importante lembrar que com o maior número de vigas, por ser hiperestática a estrutura principal, maior será a distribuição transversal dos esforços, logo qualquer alteração das dimensões inicialmente adotadas altera a distribuição dos esforços.

Pode-se ter noção do erro que se comete ao se utilizar para o cálculo o esquema de vigas independentes, observando os resultados experimentais da Fig. 3.15, cuja legenda os esclarece. Note-se que não há transversinas nos tramos, mas apenas nos apoios.



- Dois tramos contínuos de 20 metros
- Altura da seção é constante
- Apenas três transversinas, uma em cada apoio
- Vigas pré-moldadas solidarizadas por laje moldada no local
- 100% é a flecha da viga simplesmente apoiada com o mesmo Q
- x representa as flechas medidas; o tracejado é apenas para visualizar melhor

Fig. 3.15 Resultados experimentais.

Todavia, deve-se também observar que, no cálculo, há mais cargas, e somente parte delas é que é colocada diretamente sobre a viga analisada; as outras – concentradas e distribuídas – atenuam o erro, para o que contribui também a carga permanente, especialmente no caso de vigas pré-fabricadas, cujo peso próprio não se distribui transversalmente.

b.1) Processo de Engesser-Courbon

Como conseqüência das hipóteses simplificadoras adotadas, este processo de cálculo fornece bons resultados quando o tabuleiro de ponte analisado apresenta a dimensão longitudinal predominando sensivelmente sobre a dimensão transversal.

As hipóteses simplificadoras são:

- transformação do tabuleiro monolítico numa malha de vigas longitudinais e transversais;

- não consideração do efeito de torção das vigas;

- suposição de rigidez infinita para a transversina.

A segunda hipótese implica no fato de que a reação mútua nos cruzamentos das vigas longitudinais com as transversais seja unicamente uma força vertical.

Na Fig. 3.16, apresenta-se a esquematização gráfica das hipóteses simplificadoras do processo.

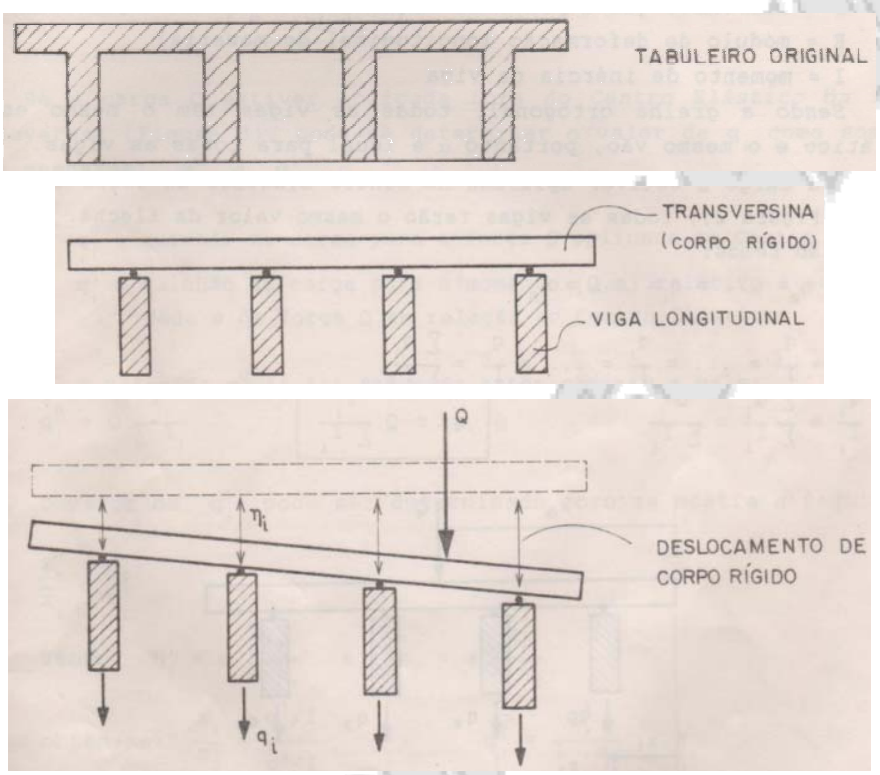


Fig. 3.16 Esquematização gráfica do processo de Engesser-Courbon.

b.2) Processo de Guyon-Massonnet

No processo de Guyon-Massonnet para o cálculo de tabuleiro de pontes (Fig. 3.17), são consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- o tabuleiro é transformado numa placa ortótropa que apresenta as mesmas rigidezes médias de flexão e torção;
- o carregamento real é substituído por um carregamento equivalente que tem a forma senoidal na direção longitudinal;
- a placa ortótropa é calculada utilizando o método dos coeficientes de repartição transversal.

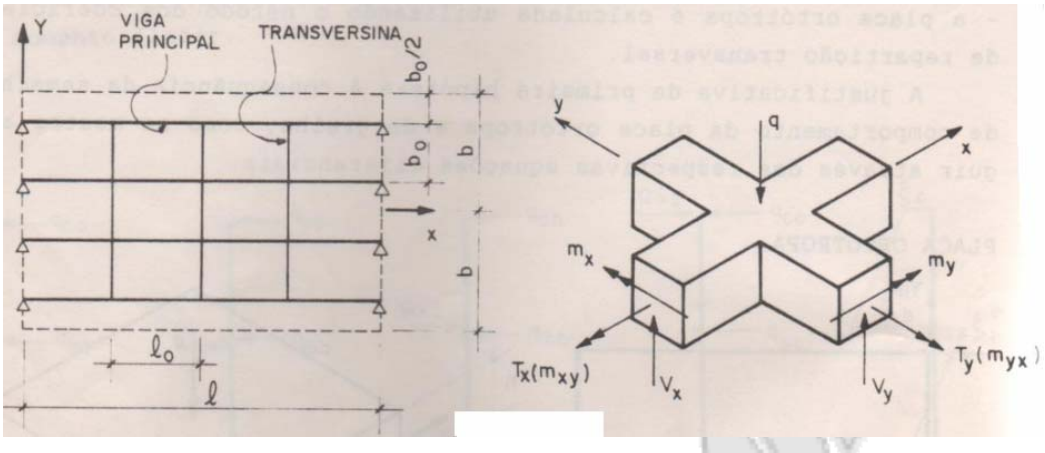


Fig. 3.17 Esquematização gráfica do processo de Guyon-Massonnet.

A justificação da primeira hipótese é conseqüência da semelhança de comportamento da placa ortótropa e da grelha, como se mostra a seguir através das respectivas equações diferenciais.

$$\rho_P \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\gamma_P + \gamma_E) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_E \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \tag{3.1}$$

Sendo:

$$\rho_P = \frac{E \cdot I_P}{b_0} \tag{3.2}$$

$$\rho_E = \frac{E \cdot I_E}{l_0} \tag{3.3}$$

$$\gamma_P = \frac{G \cdot I_{tP}}{b_0} \tag{3.4}$$

$$\gamma_E = \frac{G \cdot I_{tE}}{l_0} \tag{3.5}$$

Onde:

I_P = momento de inércia à flexão das vigas principais

I_{tP} = momento de inércia à torção das vigas principais

I_E = momento de inércia à flexão das transversinas

I_{tE} = momento de inércia à torção das transversinas

b_o = espaçamento das vigas principais

l_o = espaçamento das transversinas

As equações diferenciais da placa ortótropa e da grelha são formalmente idênticas, significando que, as placas ortótropas podem ser calculadas como grelhas e vice-versa.

O tabuleiro de ponte de vigas, constituído pelas vigas longitudinais, transversais e laje, é uma estrutura cujo comportamento é intermediário entre a placa ortótropa e a grelha.

Para definir o comportamento do tabuleiro de uma ponte de vigas, Guyon criou dois parâmetros adimensionais: α (referente a torção) e θ (associado ao travamento).

O parâmetro de torção é calculado pela expressão:

$$\alpha = \frac{\gamma_P + \gamma_E}{2 \cdot \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}} \text{ com } 0 \le \alpha \le 1 \tag{3.6}$$

Onde $\alpha = 0$ significa grelha sem torção e $\alpha = 1$ significa placa ortótropa.

O parâmetro de travamento é calculado pela expressão:

$$\theta = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}} \tag{3.7}$$

Salienta-se que quanto maior é o valor de θ, mais fraco é o travamento.

3.2.2. Seção celular

a) Uma célula

O caso da seção celular composta apenas de uma célula, apresentado na Fig. 3.18, pode ser às vezes assimilado ao caso de uma grelha, porém é mais adequadamente tratado considerando-se a viga-caixão sujeita aos efeitos da carga Q centrada e do momento Q.e, correspondente à excentricidade de Q.

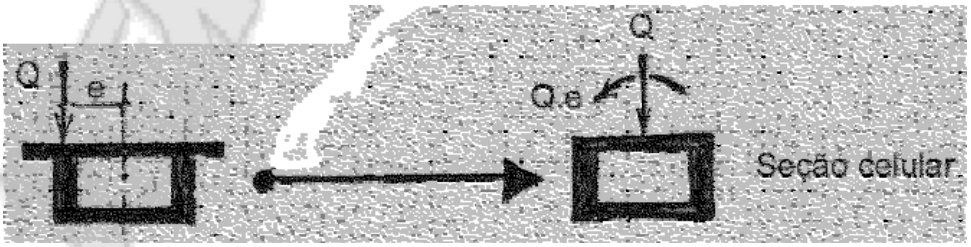


Fig. 3.18 Caso da seção celular composta apenas de uma célula.

No caso da seção celular, os esforços dependem basicamente de duas situações de projeto:

- Carregamento de todo o tabuleiro (Fig. 3.19): máximo momento fletor, máxima força cortante, com ou sem momento de torção;
- Carregamento de parte do tabuleiro (Fig. 3.20): máximo momento de torção, momento fletor e força cortante.

Fig. 3.19 Carregamento de todo o tabuleiro.

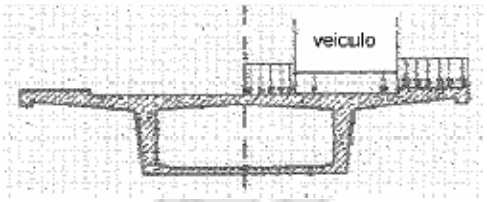


Fig. 3.20 Carregamento de parte do tabuleiro.

b) Mais de uma célula

Com mais de uma célula, a seção celular, mostrada na Fig. 3.21, obedece as mesmas considerações análogas as anteriores, devendo-se notar que com mais de duas vigas, a aproximação mediante vigas independentes é, em geral, deficiente, o que permite sugerir que tal seção seja calculada como grelha, como mostra a Fig. 3.22.

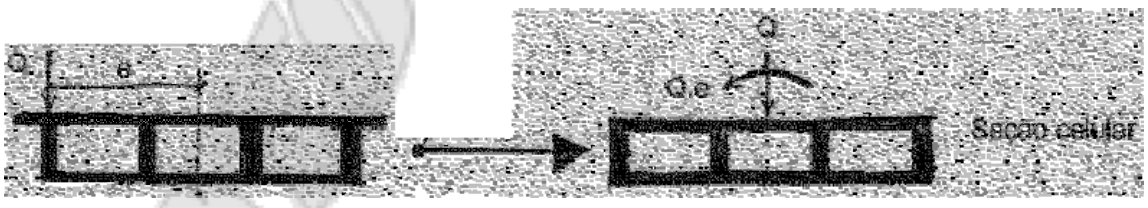


Fig. 3.21 Caso da seção celular composta por mais de uma célula.

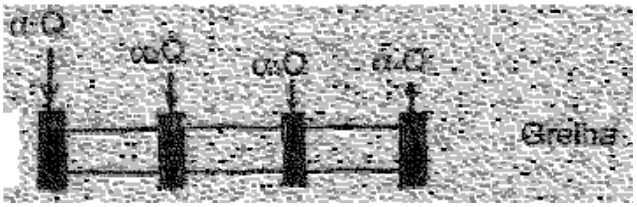


Fig. 3.22 Caso da seção celular com mais de uma célula utilizando o procedimento de cálculo Grelha.

3.2.3. Lajes do tabuleiro (tabelas de Rüsch)

As lajes do tabuleiro apresentam sempre certo grau de engastamento nas vigas, longitudinais ou transversais. O cálculo dessas lajes é feito mediante processos baseados na teoria das placas elásticas ou elastoplásticas (teoria das charneiras plásticas) ou, ainda, por processo misto (NB-2/61:24). Calcula-se cada painel isoladamente, admitindo de início apoios livres ou engastamentos perfeitos em seguida, os momentos são corrigidos de maneira aproximada, levando em conta a continuidade em cada direção.

No processo misto, arbitra-se desde o início o momento de engastamento parcial sobre as vigas, dispensando-se a posterior correção de continuidade (a não ser quanto à eventual necessidade de harmonizar os momentos arbitrários em painéis adjacentes).

Em quaisquer desses processos, supõe-se que as vigas forneçam apoio irrecalcável às lajes; à consideração da deformabilidade das transversinas pode-se chegar, por exemplo, mediante as superfícies de influência de momentos de apoio construídas por Hoeland.

Contrariamente ao que habitualmente sucede em edificios, as lajes de pontes devem ser verificadas à força cortante.

Cabe ressaltar que as tabelas de Rusch (lajes retangulares) e de Rüsch e Hergenröder (lajes esconsas), baseadas na teoria elastica, tornam o cálculo bastante rapido, dispensando-se os critérios aproximados. Embora nem sempre seus resultados conduzam a dimensionamento econômico, são certamente adequados em fase de anteprojeto. O emprego das tabelas de Rüsch será visto posteriormente no Apêndice 2.

3.3. PONTES DE LAJE

3.3.1. Lajes maciças

Um dos tipos construtivamente mais simples de superestrutura de pontes é a que utiliza como esturutra principal a laje maciça, de concreto armado ou de concreto protendido. Confundem-se a estrutura principal e o tabuleiro numa única peça, de grande simplicidade de execução, quer quanto às formas e às armadura, quer quanto à concretagem.

O cálculo de solicitações é realizado pela teoria das placas isótropas, onde a rigidez é igual nas duas direções, como mostra a Fig. 3.23. No caso das lajes Maciças também se utiliza para o cálculo as tabelas de Rüsch.

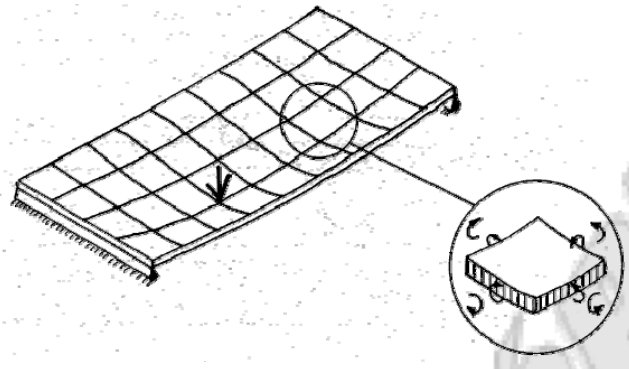


Fig. 3.23 Lajes Maciças: cálculo pela teoria das placas isótropas.

O esforço de flexão em placas para fins de dimensionamento pode ser representado por duas "superfícies" de momentos: M_x e M_y. Na Fig. 3.24 apresenta-se estes momentos para uma placa retangular apoiada nos quatro lados com carga uniformemente distribuída. A Fig. 3.25 mostra também as superfícies de momentos para uma placa retangular apoiada em dois lados opostos com carga uniformemente distribuída.

Sendo para as Fig. 3.24 e 3.25:

x, y: indicam a direção do momento / direção da armadura

m: ponto no meio da placa

r: ponto na borda livre da placa

e: ponto no lado engastado da placa

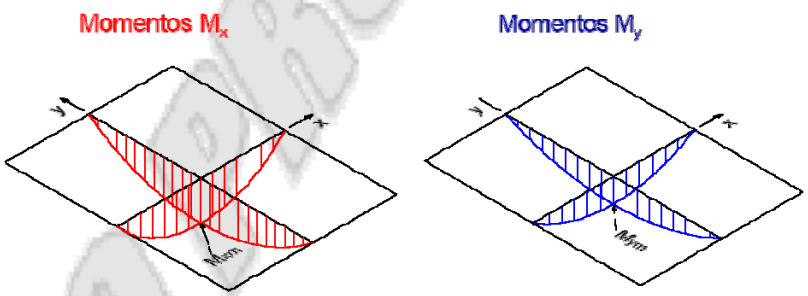


Fig. 3.24 Placa retangular apoiada nos quatros lados com carga uniformemente distribuída.

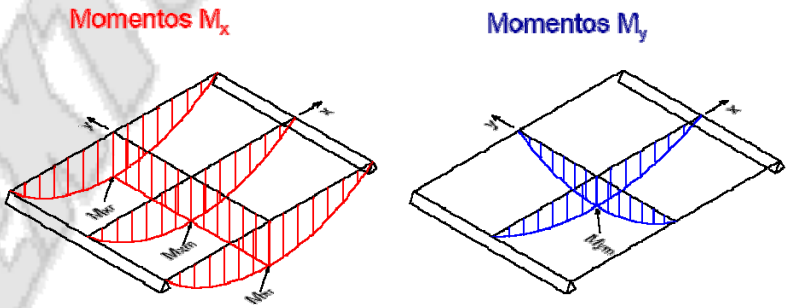


Fig. 3.25 Placa retangular apoiada em dois lados opostos com carga uniformemente distribuída.

Para os casos da placa retangular com carga uniformemente distribuída apoiada nos quatro lados e em dois lados representam-se, respectivamente, nas Fig. 3.26 e 3.27 a superfície de momentos numa representação plana.

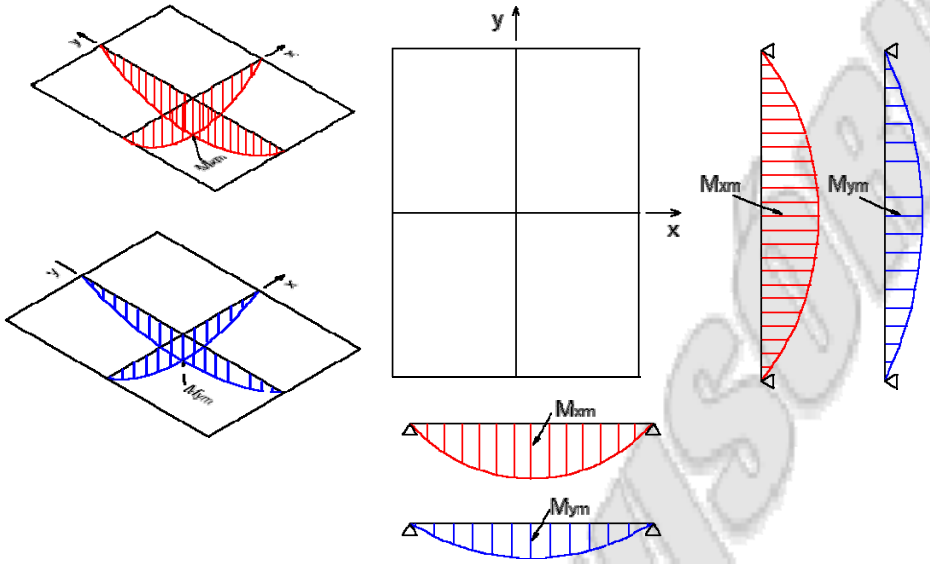


Fig. 3.26 Placa apoiada nos quatro lados com carga distribuída.

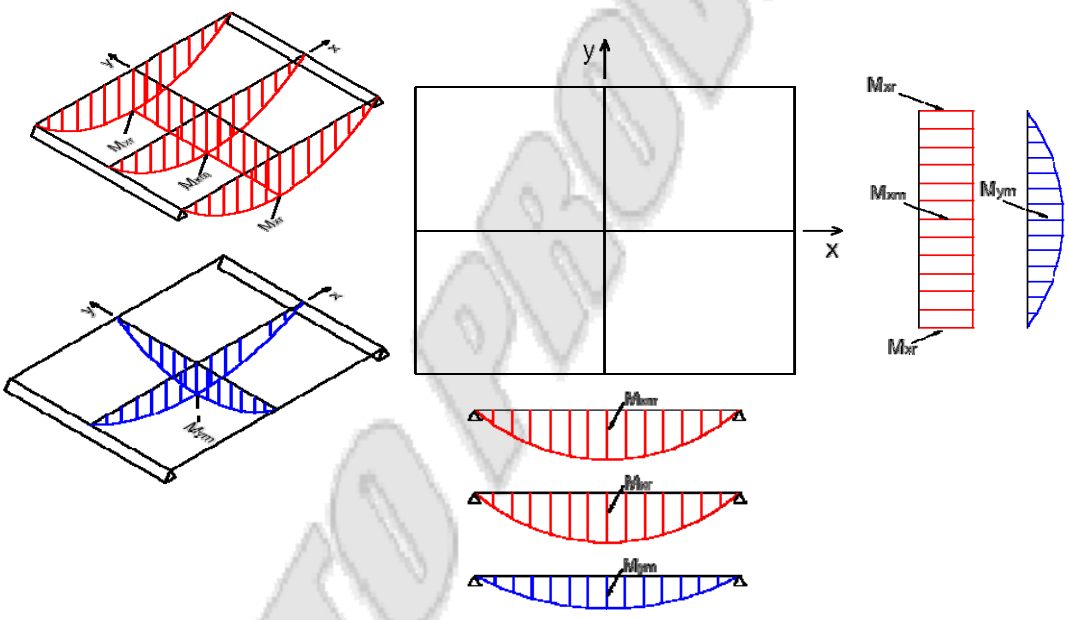


Fig. 3.27 Placa apoiada em dois lados opostos com carga uniforme.

3.3.2. Lajes vazadas

No caso das lajes vazadas, o cálculo das solicitações é feito pela teoria das placas ortótropas, onde a rigidez é igual nas duas direções (Fig. 3.28). Também pode ser calculada pelo processo de Guyon-Massonnet.

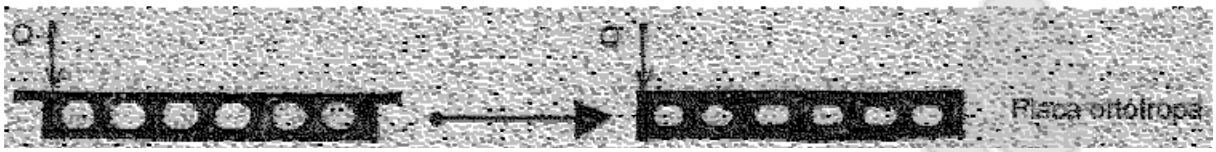


Fig. 3.28 Lajes Vazadas: cálculo pela teoria das placas ortótropas.

3.4. CÁLCULO MEDIANTE PROGRAMAS DE COMPUTADOR

Em função da quantidade de cálculos numéricos, muitas vezes repetitivos, as solicitações no vigamento principal (longarinas) e também nas transversinas podem ser determinadas utilizando-se programas de computador.

3.4.1. Pontes de viga

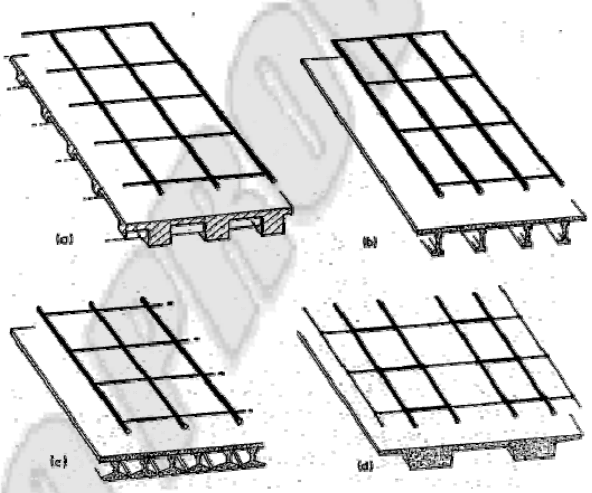


Fig. 3.29 Pontes de viga.

3.4.2. Pontes de laje

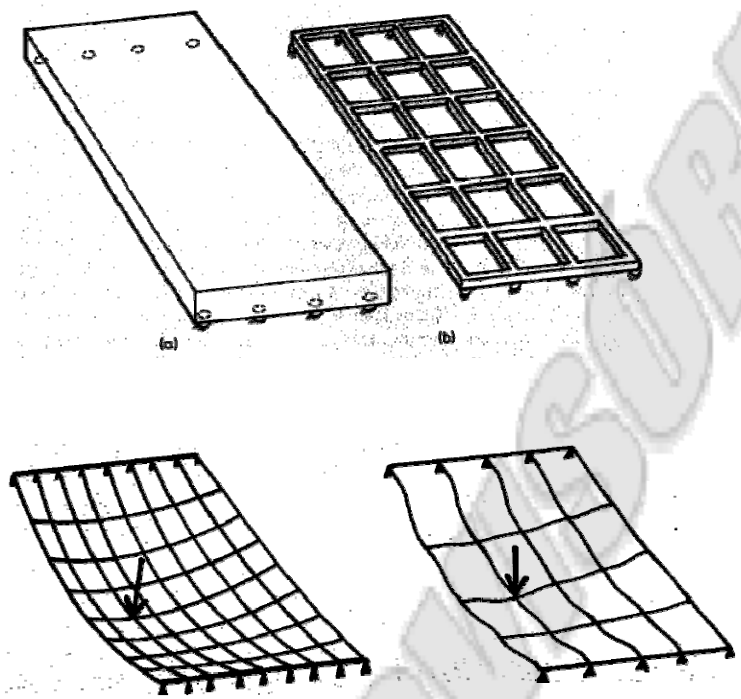


Fig. 3.30 Pontes de laje - malha de grelha: a) pouco espaçada e b) muito espaçada.

Exemplos de malhas para pontes de laje:

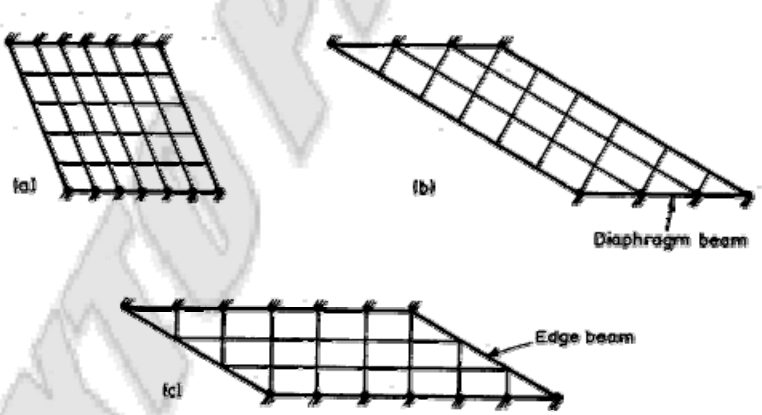


Fig. 3.31 Pontes esconsas.

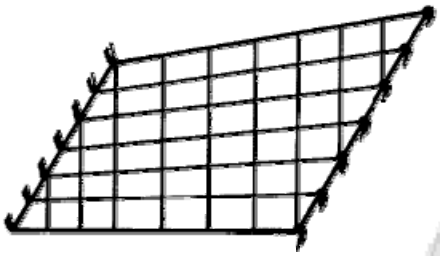


Fig. 3.32 Pontes com largura variável.

3.4.3. Programas comerciais

O software utilizado para as análises foi o STRAP (*Structural Analysis Programs*). As figuras a seguir, dão uma idéia geral sobre cada passo que deverá ser efetuado no programa STRAP. Os passos a serem executados são:

- Discretização da superestrutura em nós, barras e elementos de placa;
- Definição das propriedades de barras e elementos;
- Resultado de momento fletor para as longarinas;
- Tabuleiro com seis faixas de rolamento;
- Linhas de influência para longarinas;
- Carregamentos críticos para momento na longarina;
- Carregamento crítico para força cortante nos apoios.

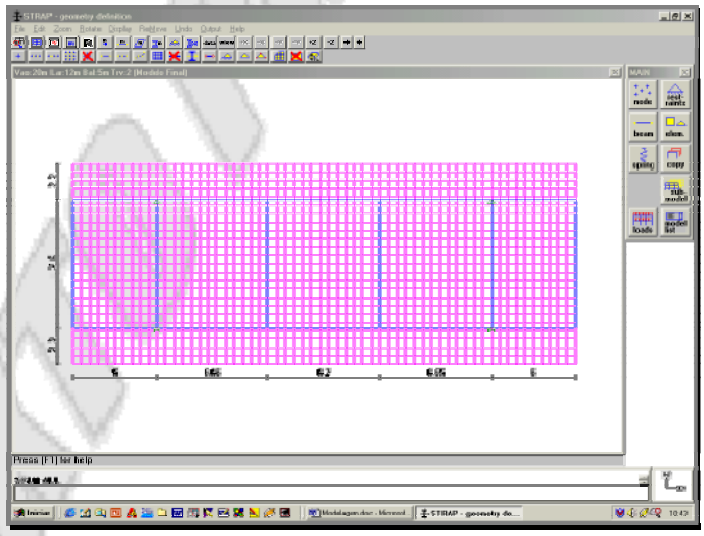


Fig. 3.33 Discretização da superestrutura em nós, barras e elementos de placa.

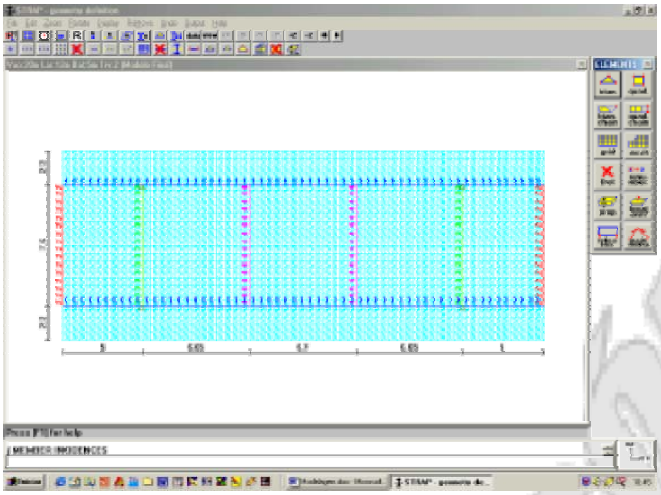


Fig. 3.34 Definição das propriedades de barras e elementos.

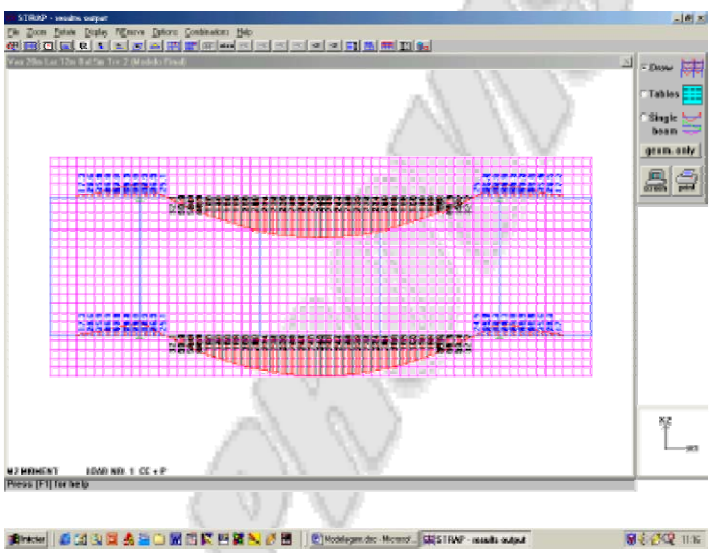


Fig. 3.35 Resultado de momento fletor para as longarinas.

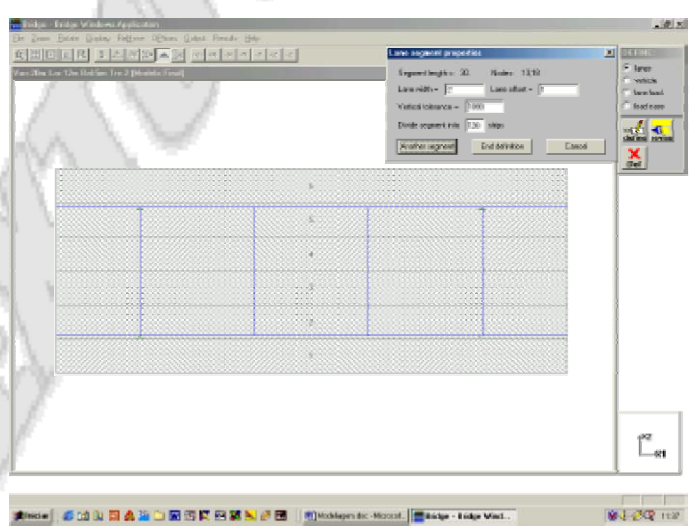


Fig. 3.36 Tabuleiro com seis faixas de rolamento.

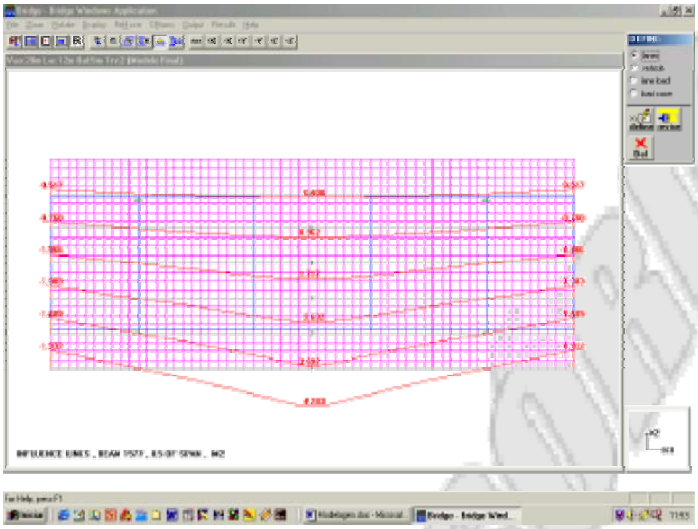


Fig. 3.37 Linhas de influência para longarinas.

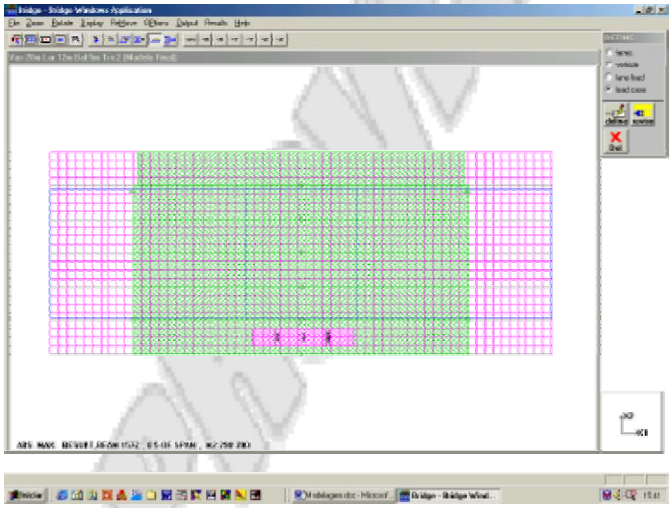


Fig. 3.38 Carregamentos críticos para momento na longarina.

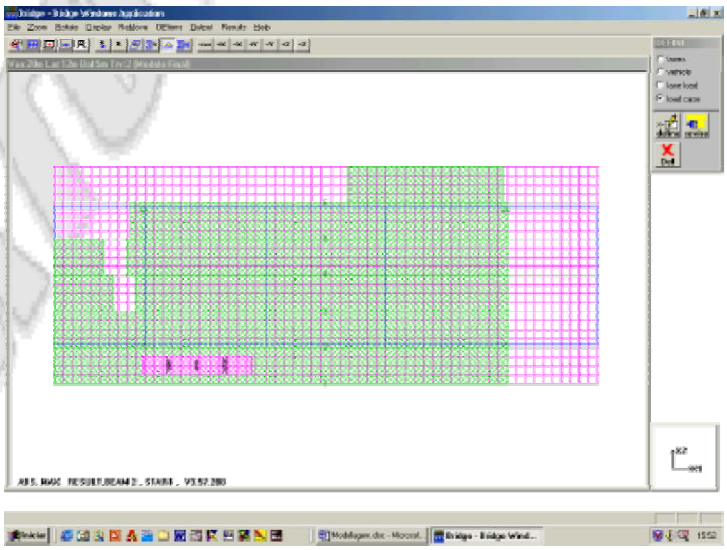


Fig. 3.39 Carregamento crítico para força cortante nos apoios.

BIBLIOGRAFIA

ABNT. NB 2 - Cálculo e execução de pontes de concreto armado. Rio de Janeiro, 1961.

ABNT. NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978.

ABNT. NBR 7187 - Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido. Rio de Janeiro, 1986.

ABNT. NBR 7188 - Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre. Rio de Janeiro, 1984.

ABNT. NBR 7189 - Cargas móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias. Rio de Janeiro, 1985.

ABNT. NBR 7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1987.

ABNT. NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas. Rio de Janeiro, 1984.

BARES, R., MASSONNET, C. Le calcul des grillages de pouters et dalles orthotropes. Paris, Dunod Editeur, 1966.

DIN 1072. Puentes de carreteras y caminos: hipótesis de carga (Tradução para o castelhano). Bilbao, Editorial Balzola, 1973.

FREITAS, M. Pontes: introdução geral - definições. São Paulo, EPUSP, 1981.

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de vigas. São Carlos, EESC-USP, 1971.

MARTINELLI, D.A.O. Solicitações nas pontes de concreto. São Carlos, EESC-USP, 1971.

MARTINELLI, D.A.O. Pontes de concreto. São Carlos, EESC-USP, 1978.

MONTANARI, I. Cálculo de pontes de vigas – Notas de aula. São Carlos, EESC-USP, 1975.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

SAN MARTIN, F. J. Cálculo de tabuleiros de pontes. São Paulo, Livraria Ciência e Tecnologia Editora, 1981.

TEXTO PROVISÓRIO

4. SISTEMAS ESTRUTURAIS

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são fornecidas indicações gerais sobre os sistemas estruturais das pontes de concreto. Naturalmente, o sistema estrutural está relacionado com a seção transversal da ponte. Embora exista esta interdependência, em maior ou menor grau, em uma primeira análise pode ser feita uma separação entre o sistema estrutural e as seções transversais, as quais são vistas no capítulo seguinte.

Os sistemas estruturais normalmente empregados nas pontes de concreto são:

- pontes em viga
- pontes em pórtico
- pontes em arco
- pontes estaiadas

Chama-se a atenção para o fato de que, nesta relação não estão incluídas as pontes pênseis, que constaram da relação apresentada no Capítulo 1 - INTRODUÇÃO. Este tipo estrutural não é apropriado para as pontes de concreto, tendo sido empregado apenas em raras ocasiões.

4.2. PONTES EM VIGA

As pontes em viga se caracterizam por apresentarem vinculações que não transmitem momentos fletores da superestrutura para a infraestrutura.

Este tipo estrutural é o mais empregado atualmente no Brasil e por isto será privilegiado nesta apresentação.

TEXTO PROVISÓRIO

4.2.1. Vinculações típicas

4.2.1.1. Vigas simplesmente apoiadas sem balanços

Neste caso pode-se ter um tramo único ou uma sucessão de tramos, conforme ilustra a **Fig. 4.1**.

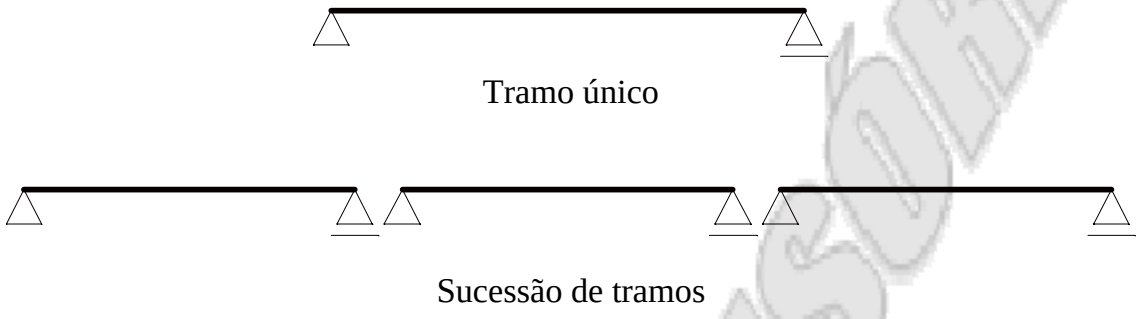


Fig. 4.1 Esquemas estáticos de pontes em vigas simplesmente apoiadas sem balanços.

A sucessão de tramos simplesmente apoiados é usualmente empregada nas pontes em que se utiliza o processo construtivo com vigas pré-moldadas.

As vigas simplesmente apoiadas sem balanços se constituem num tipo estrutural relativamente pobre, pois imposto um determinado vão, existem poucas possibilidades de melhorar a distribuição dos esforços. Em razão disto, os vãos empregados com este tipo estrutural, dificilmente ultrapassam a casa dos 50 metros.

Nas **Fig. 4.2** e **Fig. 4.3** estão mostrados dois casos típicos de pontes em vigas com tramo único.

No caso da sucessão de tramos é usual, atualmente, executar-se a laje do tabuleiro contínua em três a quatro tramos, para diminuir o número de juntas na pista, conforme ilustra a **Fig. 4.4**. Cabe destacar que neste caso haverá reflexos benéficos também na distribuição de esforços nos apoios devidos às ações horizontais, como por exemplo na ação da frenagem.

4.2.1.2. Vigas simplesmente apoiadas com balanços

Este tipo estrutural possibilita uma melhor distribuição de esforços solicitantes, conforme ilustrado na **Fig. 4.5**, pois ao introduzir momentos negativos nos apoios haverá uma diminuição dos momentos positivos no meio do vão.

Além dessa vantagem, o tipo estrutural em questão possibilita, de uma forma natural, a eliminação do encontro, que é uma estrutura relativamente cara. Este aspecto pode ser observado na ponte mostrada na **Fig. 4.6**.

Por outro lado, este tipo estrutural apresenta uma desvantagem relacionada à manutenção, que é a dificuldade de impedir a fuga de material nas extremidades da ponte junto ao aterro. Em conseqüência desta desvantagem, o emprego deste sistema estrutural tem sido militado ultimamente.

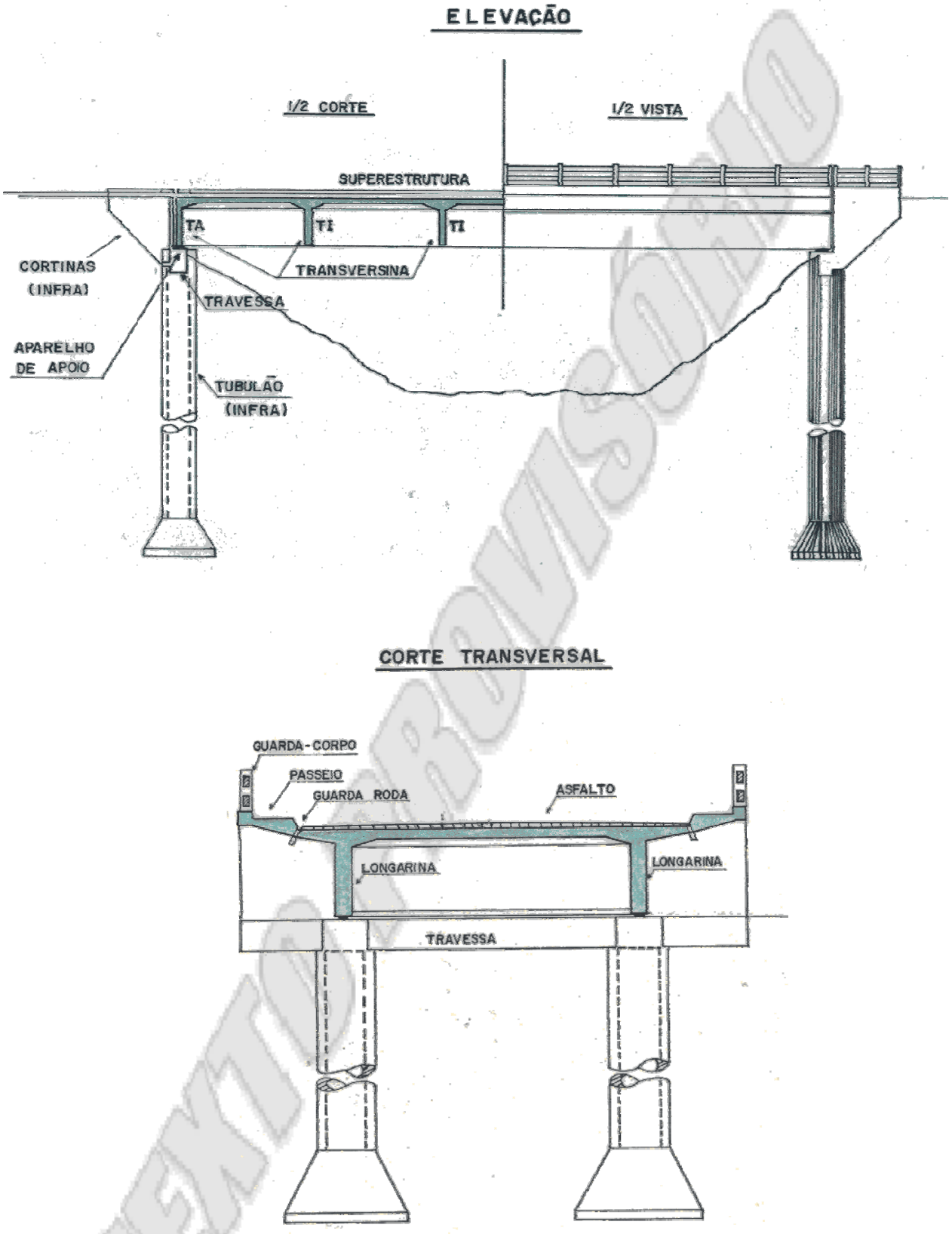
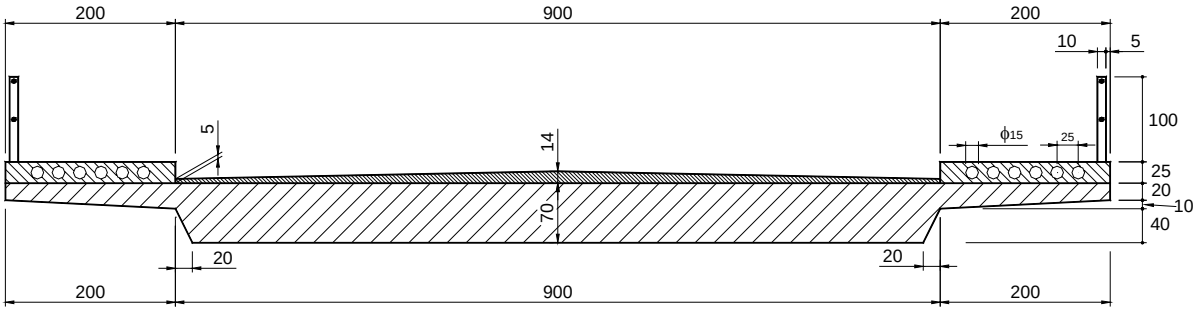
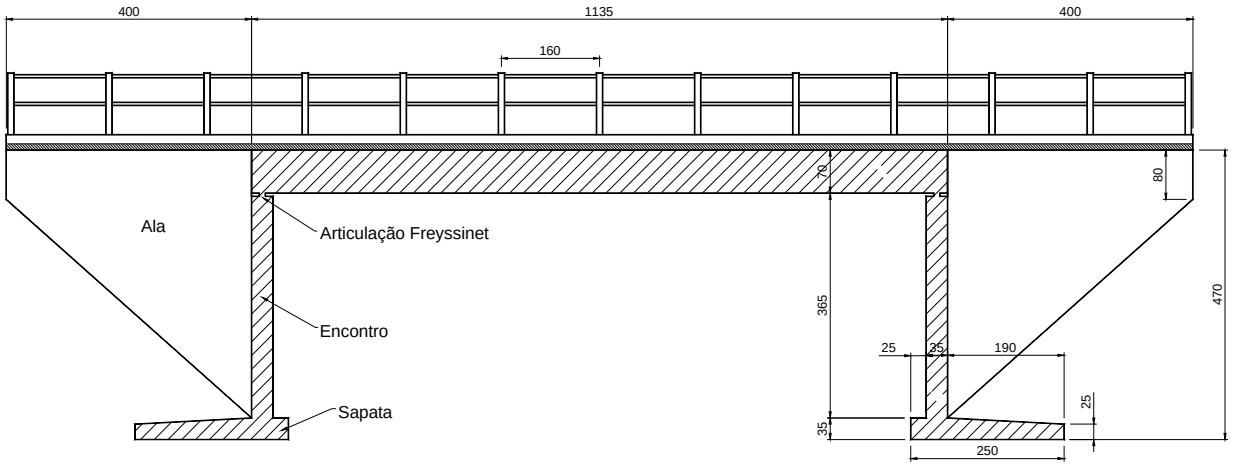


Fig. 4.2 Exemplo de ponte simplesmente apoiada com tramo único apoiada em encontro baixo.



Seção transversal da superestrutura



Corte longitudinal

Fig. 4.3 Exemplo de ponte simplesmente apoiada com tramo único apoiada em encontro alto.

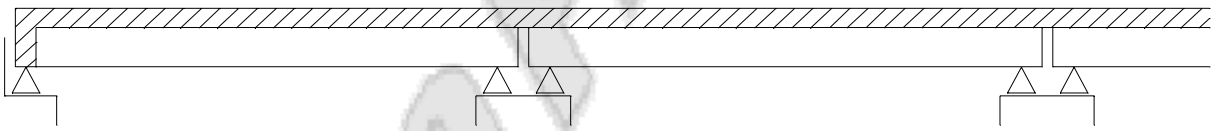


Fig. 4.4 Vigas simplesmente apoiadas com tabuleiro contínuo.

O comprimento do balanço deve ser fixado de forma a se ter uma boa distribuição de esforços, atendendo no entanto às condições topográficas. Como valor inicial, em fase de pré-dimensionamento, pode-se adotar para o comprimento do balanço um valor igual a cerca de 15% a 20% do comprimento da ponte.

Devem ser evitados balanços muito grandes para não introduzir vibrações excessivas nas suas extremidades, e também para que não haja prejuízos em relação à já comentada contenção do solo nas extremidades da ponte.

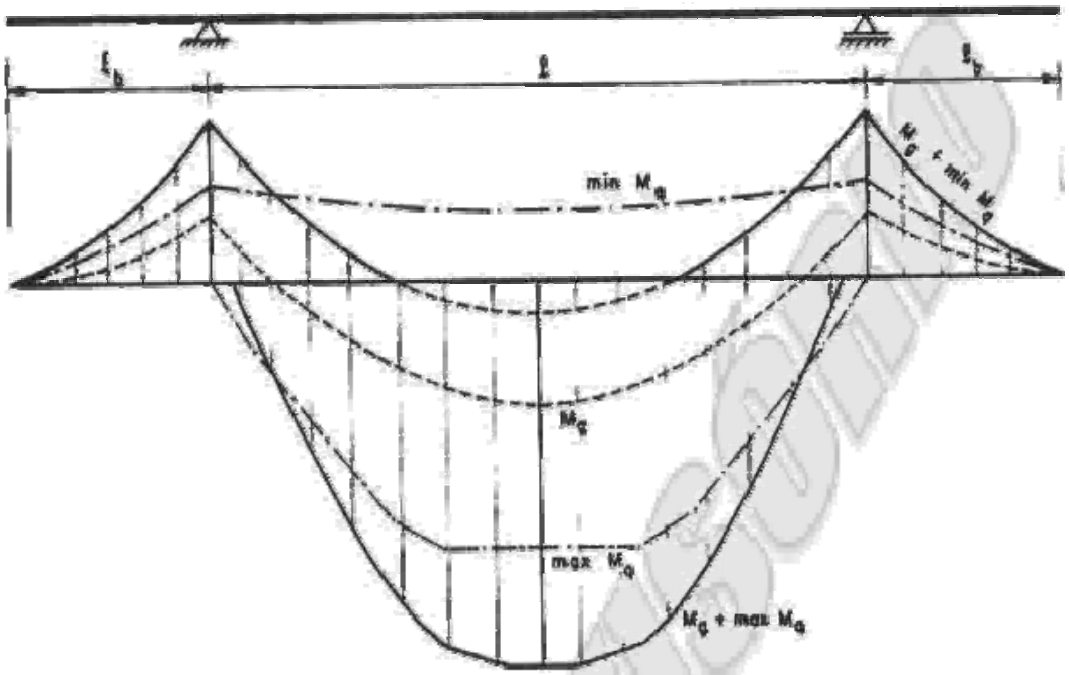


Fig. 4.5 Distribuição de momentos fletores em vigas simplesmente apoiadas com balanços.

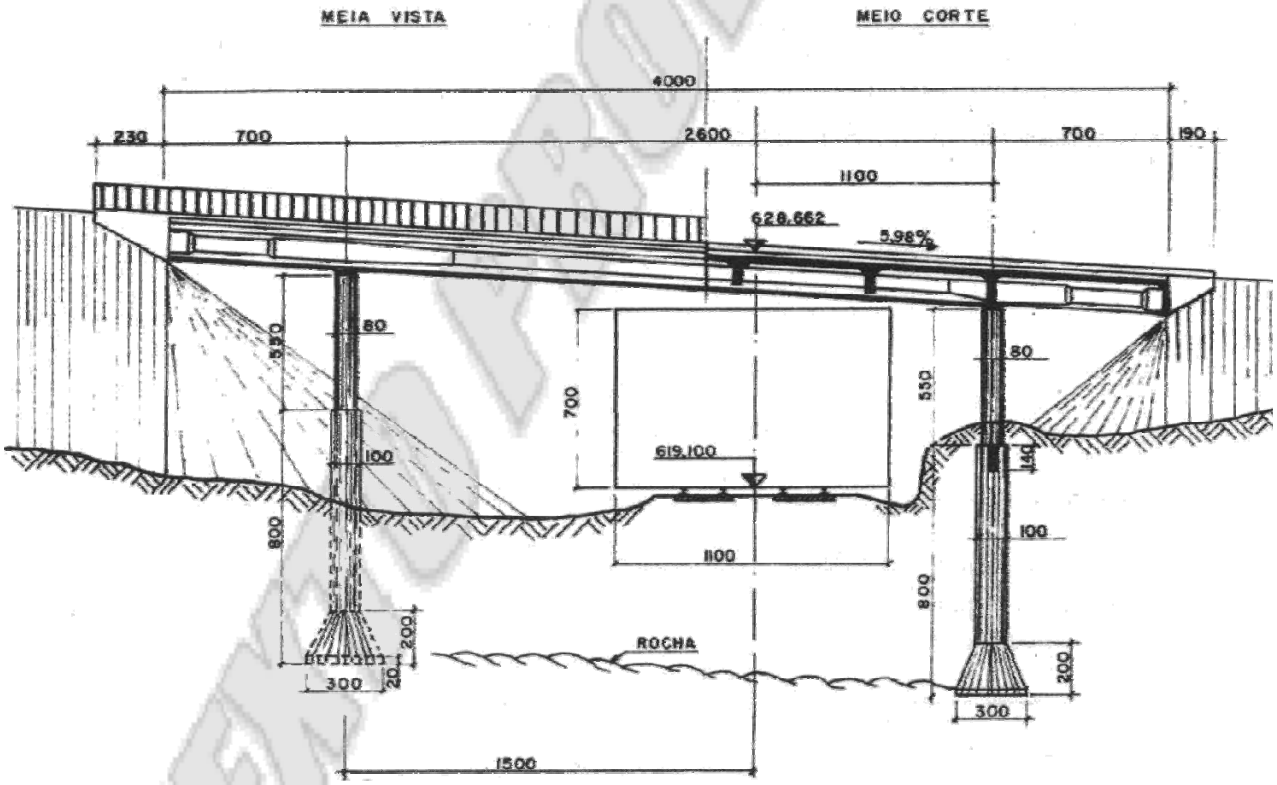


Fig. 4.6 Exemplo de ponte em viga simplesmente apoiada com balanços. Fonte: MARTINELLI (1971).

4.2.1.3. Vigas contínuas

Quando o comprimento da ponte pode ser subdividido em vãos parciais, o esquema de vigas contínuas, ilustrado na **Fig. 4.7**, aparece como solução natural.

Fig. 4.7 Esquema estático de ponte em viga contínua.

Se não houver restrições de ordem urbanística, topográfica ou construtiva, deve-se fazer os vãos extremos cerca de 20% menores que os vãos internos de forma que os máximos momentos fletores sejam aproximadamente iguais, resultando assim uma melhor distribuição das solicitações.

Em concreto protendido, tem-se empregado também a alternância de vãos longos com vãos curtos, na proporção de 1 : 0,3 a 1 : 0,1. Neste caso procura-se o maior confinamento dos efeitos da carga móvel nos tramos longos, com a maior rigidez promovida pelos apoios pouco espaçados dos tramos curtos.

A distribuição de momentos fletores pode também ser melhorada através da adoção de momentos de inércia da seções variáveis ao longo dos vãos. O aumento do momento de inércia das seções junto aos apoios, implicará no aumento do momento fletor negativo dessas seções, e na diminuição do momento fletor positivo das seções do meio dos vãos, o que possibilitará a redução da altura das seções nestas posições; essa redução da altura das seções no meio dos vãos poderá por seu turno, facilitar o atendimento dos gabaritos relativos à transposição do obstáculo.

A título de ilustração, estão mostradas na **Fig. 4.8** as distribuições de momentos fletores em uma viga biengastada com momento de inércia constante, e com momento de inércia variável (maior nas extremidades), onde se nota a significativa redução do momento fletor no meio do vão da viga de inércia variável, em relação à de inércia constante.

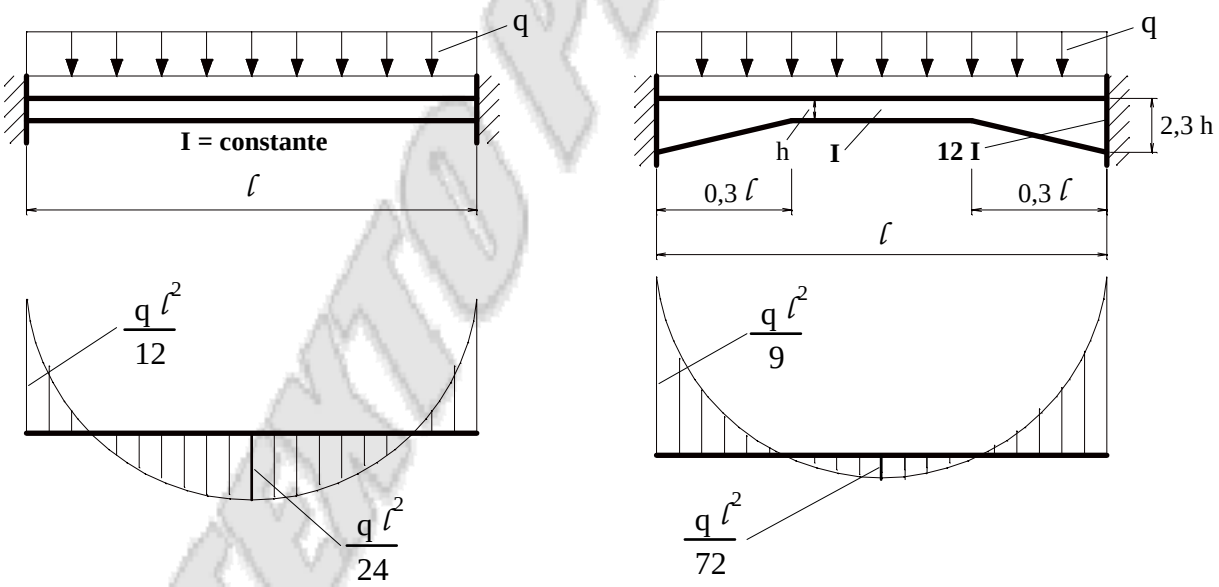


Fig. 4.8 Distribuição de momentos fletores em viga biengastada. Fonte: MARTINELLI (1971).

A variação do momento de inércia pode ser obtida com a variação da altura da viga, e também com o emprego de laje inferior junto aos apoios, conforme mostrado na **Fig. 4.9**.

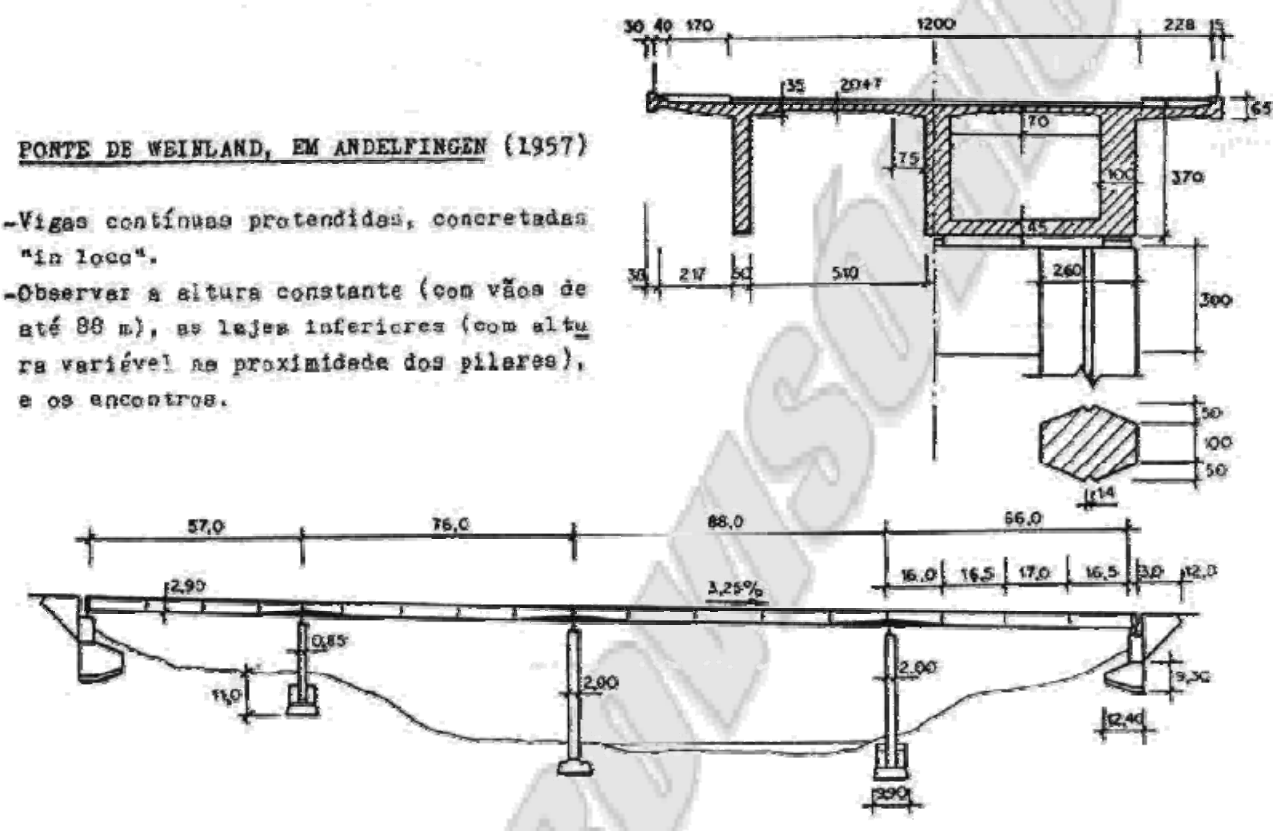


Fig. 4.9 Exemplo ilustrativo de ponte em viga contínua. Fonte: MARTINELLI (1971).

Outro aspecto relevante das pontes de vigas contínuas é o fato de não se ter juntas no tabuleiro. No entanto, quando o comprimento da ponte é muito grande, os efeitos de variação de temperatura se tornam importantes, e neste caso é conveniente introduzir juntas. Em princípio, como indicação inicial, pode ser adotado espaçamento de 100 m entre as juntas, no caso de se empregarem aparelhos de apoio comuns. No caso de aparelhos de apoio especiais à base de teflon, o espaçamento entre as juntas pode ser aumentado chegando até cerca de 400 m, como por exemplo é o caso da ponte Rio-Niterói.

Em princípio, as pontes de vigas contínuas devem ser evitadas em situações nas quais estão previstos deslocamentos de apoio significativos, pois recalques diferenciais irão introduzir esforços adicionais neste tipo de estrutura.

4.2.1.4. Vigas Gerber

A viga Gerber, cujo esquema estático está apresentado na **Fig. 4.10**, pode ser entendida como derivada da viga contínua, na qual são colocadas articulações de tal forma a tornar o esquema isostático, e como conseqüência disto, não receberá esforços adicionais devidos aos recalques diferenciais dos apoios.

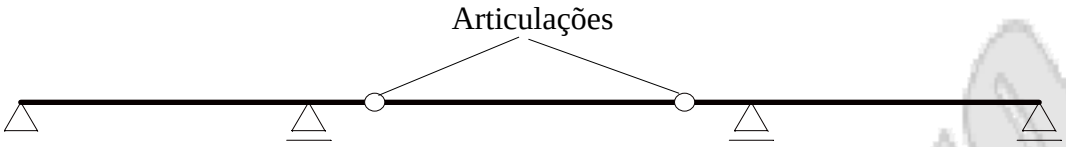


Fig. 4.10 Esquema estático de ponte em viga Gerber.

Se as articulações forem dispostas nos pontos de momento nulo do diagrama de momentos fletores provocados pela carga permanente, tem-se, o comportamento da viga Gerber, em relação às cargas permanentes, igual ao das vigas contínuas. Assim, para pontes de grandes vãos, em que o peso próprio representa uma grande parcela da totalidade das cargas, as vigas Gerber teriam um comportamento próximo ao das vigas contínuas, sem sofrer a influência danosa dos recalques diferenciais.

As pontes de vigas Gerber, normalmente, apresentam três ou cinco tramos, com a posição das articulações mostrada na **Fig. 4.11**.

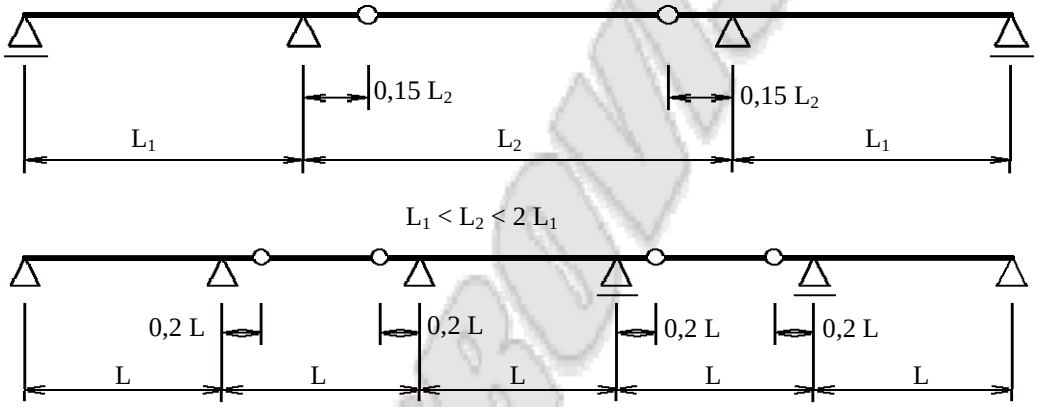


Fig. 4.11 Posição das articulações nas pontes de viga Gerber. Fonte: MARTINELLI (1971).

Vale ressaltar que, quando os vãos são desiguais, as articulações colocadas nos tramos maiores, resultam em uma melhor distribuição dos momentos fletores devidos à carga móvel. Este fato pode ser observado na Fig. 4.12, onde são mostradas as envoltórias dos momentos fletores da carga móvel em vigas de três tramos.

As vigas Gerber podem também ser entendidas como uma sucessão de tramos simplesmente apoiados com balanços e de tramos suspensos. Vistas desta maneira, as pontes de vigas Gerber possibilitam alternativas construtivas bastante interessantes. Na **Fig. 4.13** está ilustrado um esquema de viga Gerber em que os tramos laterais podem ser moldados no local, ou mesmo pré-moldados e o tramo central é pré-moldado.

Cabe destacar ainda que se de um lado as juntas (dentes Gerber) acarretam as vantagens já mencionadas, de outro lado, elas representam trechos em que devem ser tomados cuidados redobrados tanto no detalhamento da armadura como na execução, em razão da grande redução da seção resistente ao esforço cortante que será transmitido pela articulação.

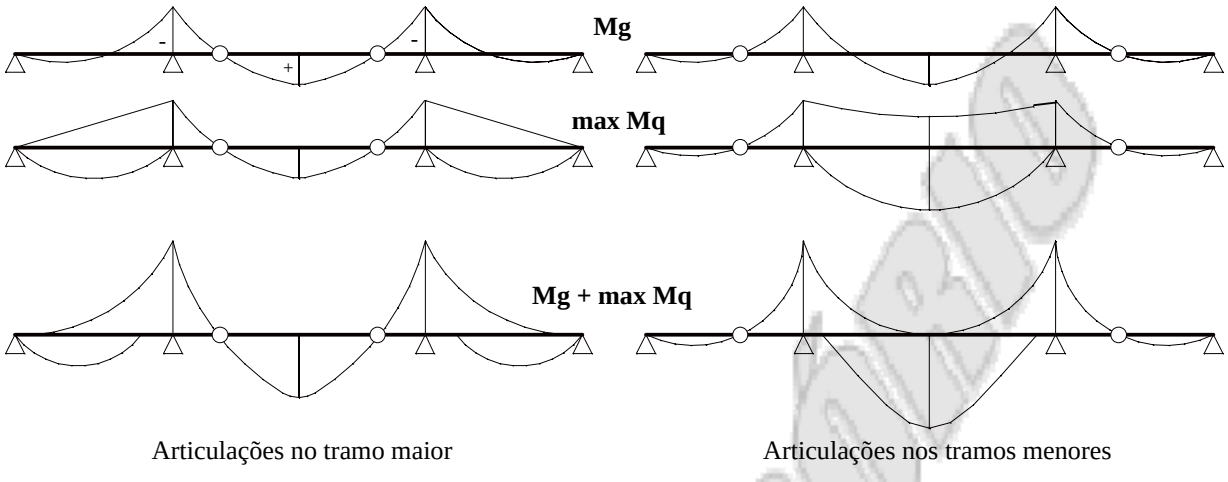


Fig. 4.12 Envoltória de momentos fletores em viga Gerber de três tramos.

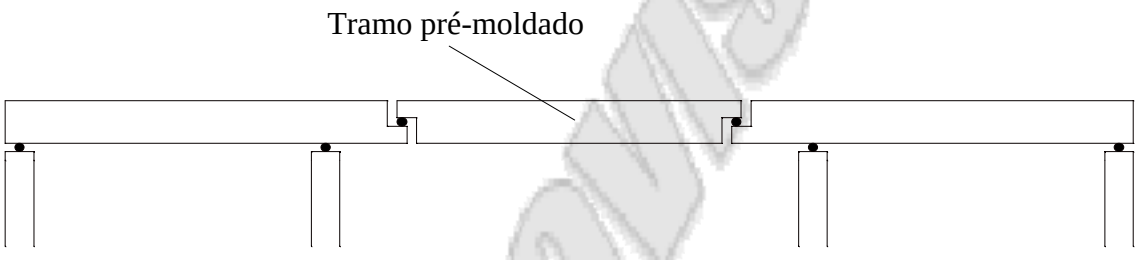


Fig. 4.13 Ilustração de possibilidade construtiva de ponte em viga Gerber.

4.2.2. Formas da viga

As pontes em vigas podem ser de altura constante ou de altura variável. A variação da altura das vigas ao longo do vão, quando empregada, deve ser de forma a se ajustar melhor à variação dos momentos fletores.

Para as pontes em vigas simplesmente apoiadas sem balanços, a altura é maior no meio do vão diminuindo para os apoios, conforme ilustra a **Fig. 4.14**. Neste caso a estética fica prejudicada, bem como a resistência à força cortante, mas é a forma mais indicada tendo em vista que o momento fletor também diminui no sentido do meio do vão para os apoios.

Para as pontes em vigas contínuas, Gerber, e simplesmente apoiadas com balanços, a altura é maior nos apoios diminuindo para o meio do vão. A **Fig. 4.15** ilustra as alternativas da variação da altura para pontes em viga contínua: variação da altura com mísula, e variação da altura ao longo de todo o vão.

A variação da altura neste último caso faz com que o peso próprio do trecho central seja menor e consequentemente os momentos fletores serão também menores, o que possibilitará a adoção de altura reduzida no meio do vão. No caso de vigas contínuas este efeito irá se superpor ao fato de que a rigidez maior no apoio irá diminuir ainda mais os momentos no meio do vão, conforme já foi dito anteriormente. Salienta-se que neste tipo de variação da altura, a obediência ao gabarito do obstáculo transposto pela ponte fica facilitada, conforme já foi comentado, e além disto, as pontes construídas desta forma apresentam uma estética agradável, na maioria dos casos.

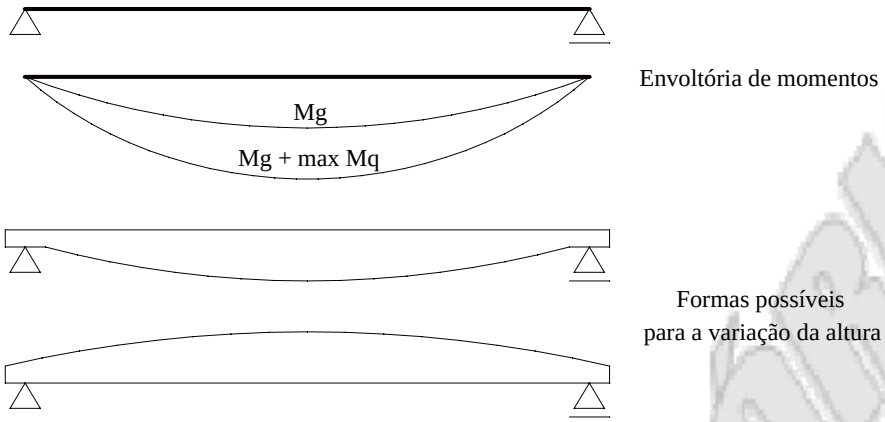


Fig. 4.14 Variação da altura nas pontes de vigas simplesmente apoiadas sem balanços.

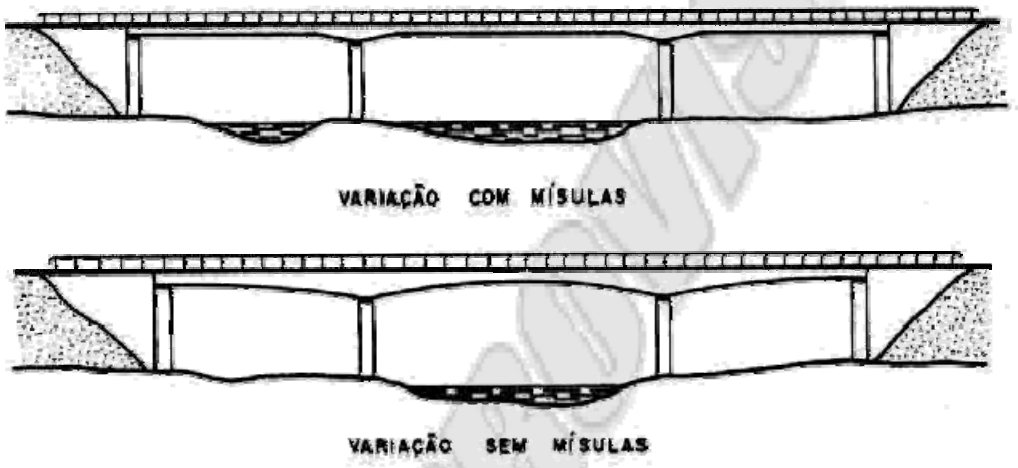


Fig. 4.15 Alternativas da variação da altura das vigas para pontes de vigas contínuas. Fonte: LEONHARDT (1979).

Cabe destacar ainda que o emprego da variação da altura deve ser equacionado considerando as vantagens estáticas, e às vezes estéticas, e as eventuais desvantagens da maior dificuldade de construção.

4.2.3. Faixa de vãos

As pontes em vigas varrem uma faixa de vãos bastante grandes, iniciando dos menores vão de pontes e chegando a vãos da ordem de 300 metros, para pontes em vigas contínuas. Já as pontes em vigas simplesmente apoiadas chegam a atingir a casa dos 70 metros, mas em condições excepcionais.

Para se ter uma melhor noção dos vãos atingidos com as pontes em vigas, apresentam-se na tabela 4.1 pontes com os vãos mais longos no mundo e duas importantes pontes nacionais.

Tabela 4.1 Algumas das pontes em viga de maior vão no mundo e no Brasil.

Nome	Local	País	Ano	Vão (m)
Stolmasundet	Austevoll	Noruega	1998	301
Raftsundet	Lofoten	Noroega	1988	298
Humen	Pear River	China	1998	279
Varodd	Kristiansand	Noroega	1994	260
Gateway	Brisbane	Austrália	1986	260
No Brasil				
Ponte Tancredo Neves [1]	Rio Iguaçu	Brasil/Argentina	1985	220
Ponte sobre o Rio Pelotas na Rodovia BR-116 [1]	Rio Pelotas	Brasil	1965	189

Nota 1 – Ver detalhes da construção dessas pontes no capítulo 8.

4.3. PONTES EM PÓRTICO

Quando a ligação entre a superestrutura e a infraestrutura transmitir momentos fletores tem-se as pontes em pórticos.

Neste tipo estrutural, parte da flexão da viga é transmitida para os pilares, possibilitando a redução dos momentos fletores na superestrutura à custa da flexão da infraestrutura.

A **Fig. 4.16** ilustra a comparação da distribuição dos momentos fletores nos esquemas de ponte em viga e de ponte em pórtico, para uma carga uniformemente distribuída na superestrutura.

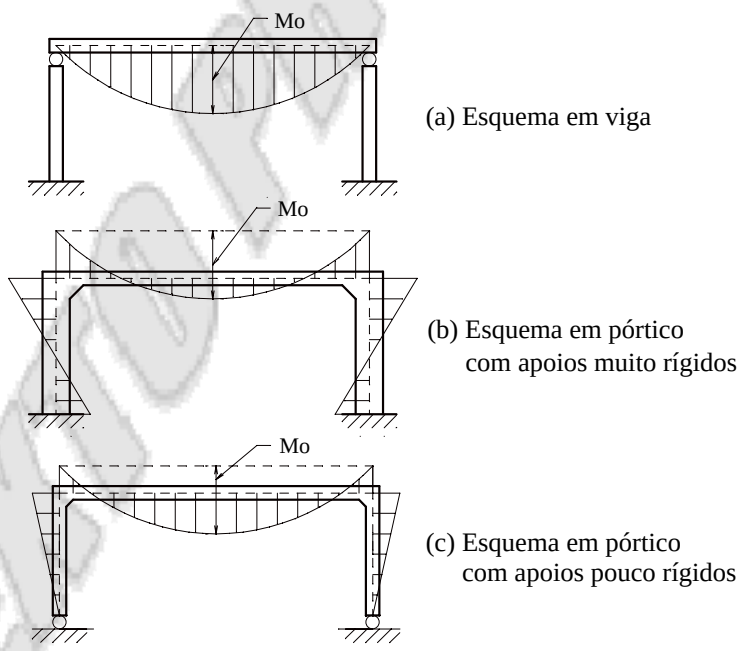


Fig. 4.16 Ilustração do comportamento de ponte em pórtico.

4.3.1. Vinculações típicas

No caso de pontes de pequenos vãos, os esquemas estáticos empregados são os apresentados na **Fig. 4.17**.

Os pórticos fechados também chamados de quadros, podem ser empregados com uma célula, duas células, ou mais, e são utilizados para vãos bastante pequenos. Os esquemas biapoiado e biengastado são indicados para vãos um pouco maiores que os atingidos pelos quadros. A característica comum destes casos é o emprego exclusivo de seção transversal de laje (ponte de laje).

No caso de vãos maiores, os esquemas estáticos empregados são apresentados na **Fig. 4.18**. Salienta-se que estes tipos estruturais são de uso pouco comum no país.

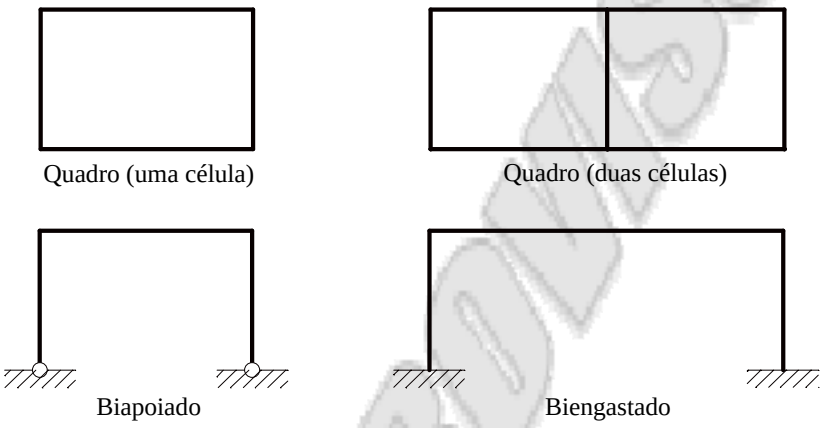


Fig. 4.17 Esquemas estáticos de pórticos para pontes de pequenos vãos.

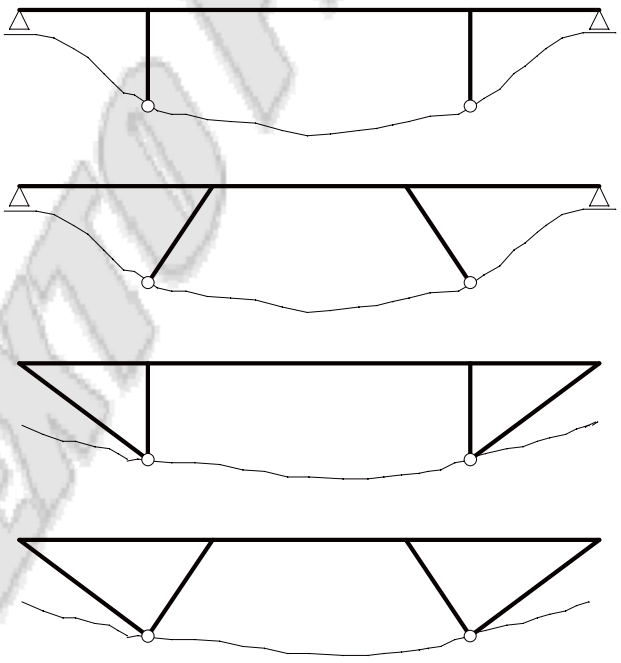


Fig. 4.18 Esquemas estáticos de pórticos para pontes de vão maiores.

4.3.2. Formas do pórtico

A **Fig. 4.19** mostra alguns exemplos das formas de pórtico, onde se destaca o emprego da variação de altura para acentuar a esbeltez da estrutura.

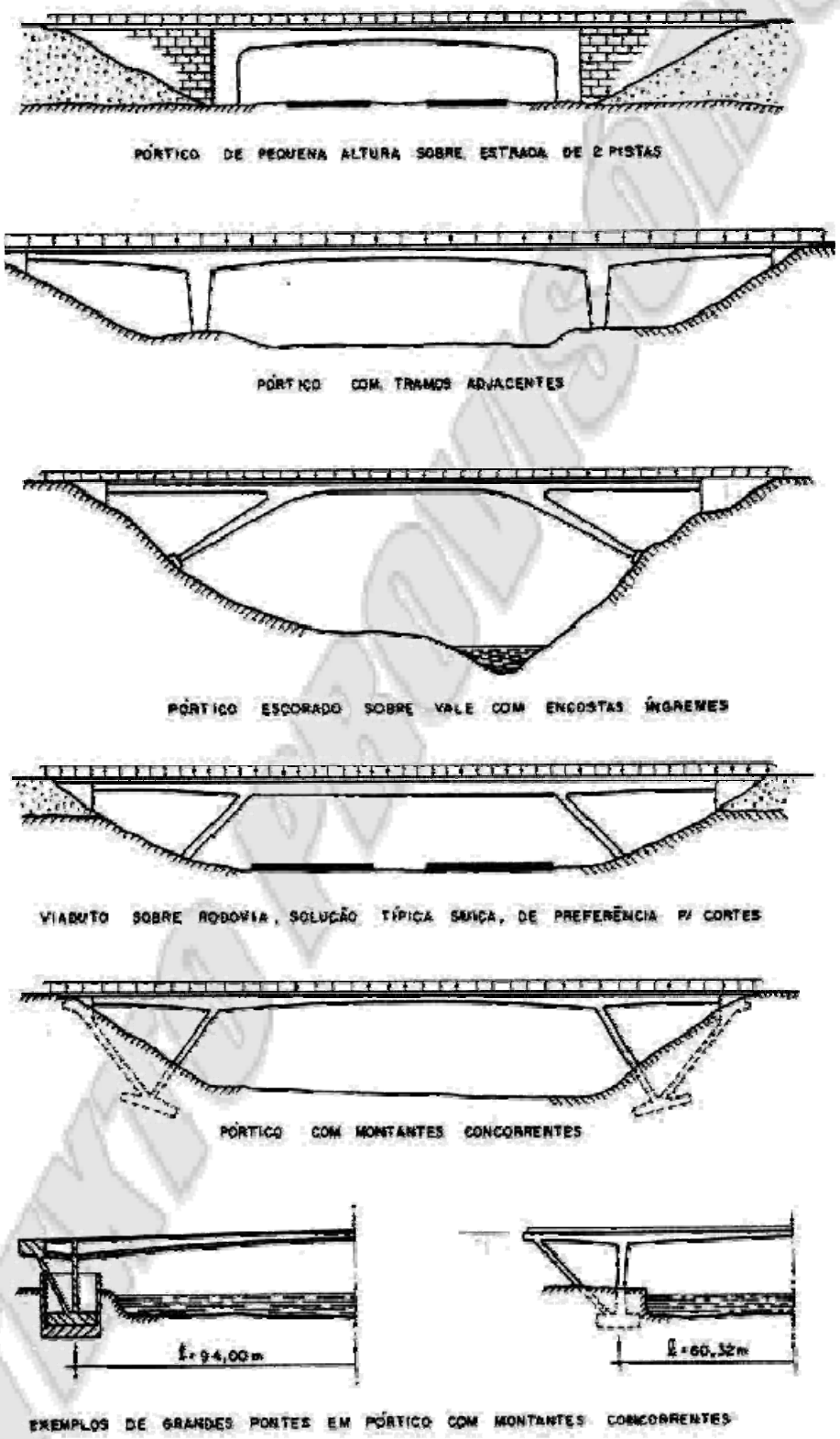


Fig. 4.19 Exemplos de pontes em pórtico. Fonte: LEONHARDT (1979).

4.3.3. Faixa de vãos

A faixa de vão coberta com este sistema estrutural é basicamente a mesma das pontes em vigas. Merece comentar que não existem estatísticas disponíveis em relação aos maiores vão com este sistema estrutural.

4.4. PONTES EM ARCO

O arco é um tipo estrutural que tem um comportamento estrutural interessante, pois apresenta a possibilidade de ter os esforços de flexão reduzidos em função da sua forma. No caso de arcos de concreto, essa possibilidade de redução da flexão resultando na predominância da compressão, é adequada ao material.

Atualmente o emprego das pontes em arco é bem menor que no passado, principalmente devido ao avanço da tecnologia do concreto protendido, que ampliou os vãos franqueados às pontes em viga, e que até então eram exclusivos dos arcos.

Via de regra, os arcos são indicados para vales profundos, com tabuleiro superior, quando se pode resistir aos empuxos do arco com uma fundação não muito onerosa (solo de boa qualidade ou rocha); em terrenos planos a pontes em arco normalmente tem o tabuleiro inferior, o qual pode ser incorporado ao sistema estrutural promovendo o seu funcionamento como tirante para aliviar os empuxos do arco.

Em contrapartida ao bom comportamento estrutural do arco, tem-se o alto custo da construção das fôrmas e do cimbramento, o que tem justificado a redução do emprego deste sistema estrutural. No entanto, a partir da década de 90 observou-se uma retomada ao sistema estrutural com a utilização de construção em balanço, com concreto pré-moldado, na forma de aduelas, ou concreto moldado no local, para grandes vãos, principalmente.

Destaca-se ainda que no caso de pontes em arco com tabuleiro superior, em que a largura do arco é igual à largura do tabuleiro, o arco recebe a denominação de abóbada.

4.4.1. Vinculações típicas

A **Fig. 4.20** mostra os esquemas estáticos empregados nas construções de pontes em arco.

4.4.2. Formas do arco

A **Fig. 4.21** mostra alguns exemplos de formas do arco. A variação da seção transversal, quando utilizada, é de forma que a espessura do arco diminui junto às articulações.

Cabe destacar, que via de regra, a estética das pontes em arco é muito boa.

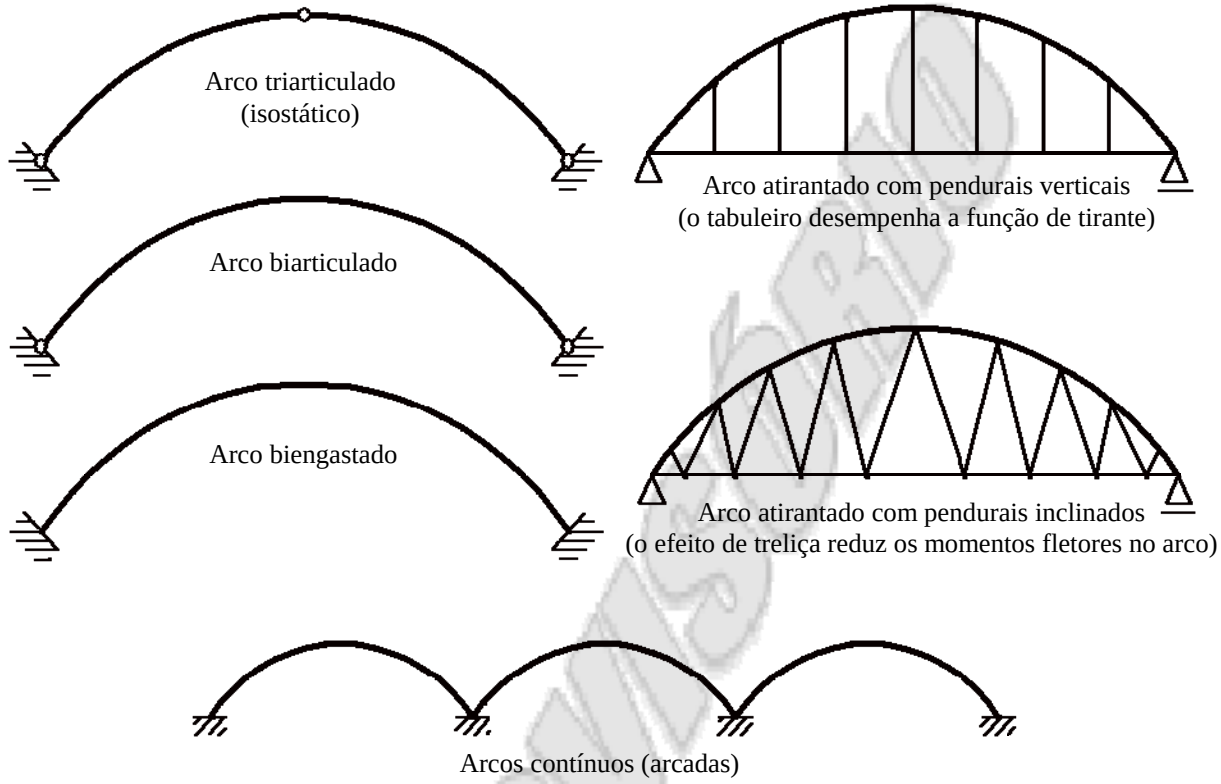


Fig. 4.20 Esquemas estáticos de pontes em arco. Fonte: LEONHARDT (1979).

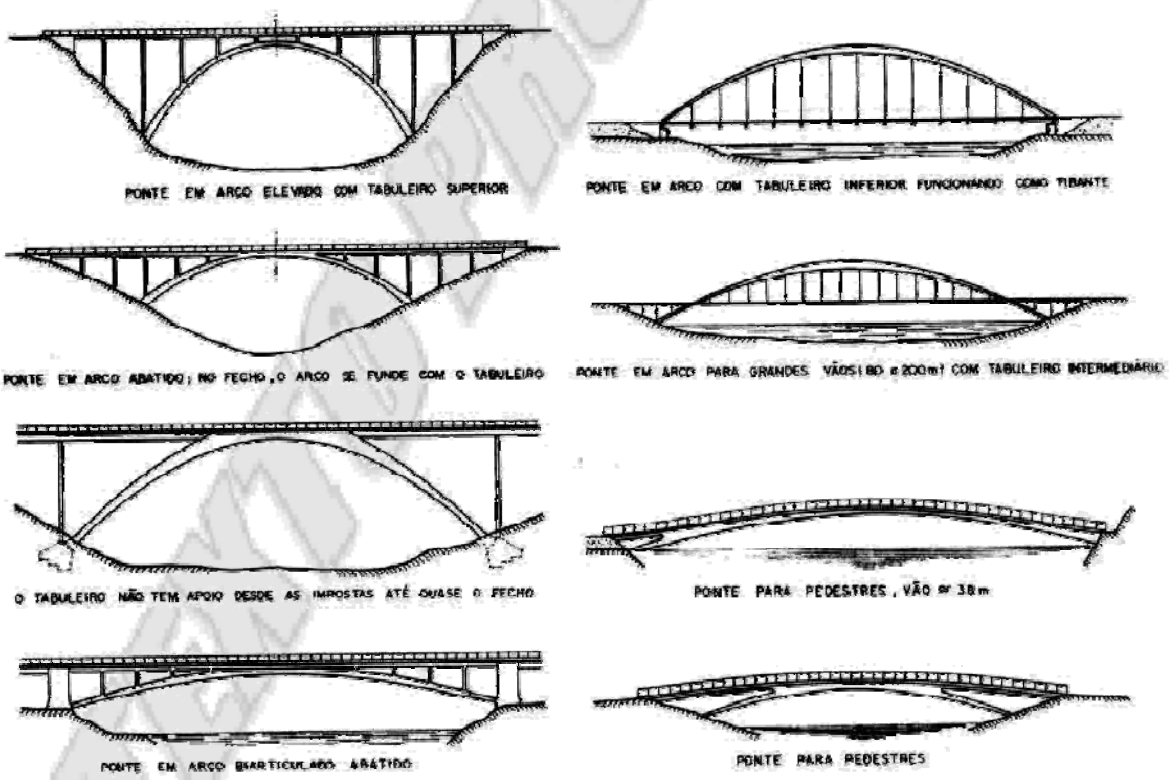


Fig. 4.21 Exemplos de pontes em arco. Fonte: LEONHARDT (1979).

4.4.3. Faixa de vãos

Considerando as pontes antigas, a faixa de vãos cobertas com este sistema é bastante amplo. No entanto, considerando os dias atuais, a sua aplicação é concentrada em vãos bastante grandes. Apenas algumas poucas aplicações recentes, com a utilização de elementos pré-moldados, tem sido noticiadas para vãos médios e pequenos.

Na Tabela 4.2 estão apresentadas pontes em arcos com maiores vãos, onde merece destacar a Ponte da Amizade entre o Brasil e o Paraguai.

Tabela 4.2 Algumas das pontes em arco de maior vão no mundo e no Brasil.

Nome	Local	País	Ano	Vão (m)
Wanxiang	Yangzi River	China	1996	420
Krk-1	Krk Islannd	Croácia	1980	390
Jiangjiang	Wu River	China	1995	330
Yongjiang	Guangxi	Chine	1996	312
Gladesvile	Sydney	Austrália	1964	305
No Brasil				
Ponte da Amizade [1]	Rio Paraná	Brasil/Paraguai	1964	290

Nota 1 – Ver detalhes da construção dessa ponte no capítulo 8.

4.5. PONTES ESTAIADAS

Nas pontes estaiadas de concreto, normalmente, apenas o tabuleiro é de concreto; pontes com tirantes de concreto são de uso muito restrito.

Este esquema estrutural, que pode ser considerado igual ao de uma viga atirantada em vários pontos, é empregado para vãos muito grandes.

Trata-se de um tipo estrutural que vem se tornando cada vez mais utilizado no exterior, porém a sua utilização no Brasil, até o presente momento, ainda é bastante reduzida. Uma das principais características que tem favorecido o emprego crescente das pontes estaiadas é a sua execução. Este fato pode ser verificado na Fig. 4.22 onde é feita uma comparação com uma ponte pênsil, na qual o tabuleiro tem a finalidade de absorver os esforços horizontais. Como pode ser visto nesta figura, a ponte pênsil precisa ser cimbrada ao longo do vão, enquanto que na ponte estaiada, à medida que vai sendo executado o tabuleiro, as forças horizontais vão sendo auto-equilibradas.

Este tipo estrutural pode apresentar grandes variações; algumas delas são mostradas na **Fig. 4.24**. A **Fig. 4.25** mostra algumas possibilidades de torres para as pontes estaiadas.

Cabe destacar que este sistema estrutural tem sido utilizado, com tabuleiro moldado no local ou com tabuleiro feito de aduelas pré-moldadas, como uma forma apropriada para construção em balanço sucessivos.

Com este sistema estrutural pode-se vencer vãos bastante grandes. Para se ter uma noção dos vãos vencidos, apresenta-se na Tabela 4.3 algumas das pontes de maiores vãos no mundo.

Tabela 4.3 Algumas das pontes estaiadas de maior vão no mundo e no Brasil.

Nome	Local	País	Ano	Vão (m)
Wadi Laben	Wadi Laben	Arábia Saudita	1998	450
Barrios de Luna	Cordillera	Espanha	1983	440
Helgeland	Alsten Island	Noruega	1991	425
Vasco da Gama	Lisboa	Portugal	1998	420
Broward	Jacksonville	Estados Unidos	1988	380
Sunshine Skyway	Tampa	Estados Unidos	1987	305
No Brasil				
Ponte sobre o Rio Guamá	Belém	Brasil	2002	320
Ponte de Porto Alencastro sobre o Rio Parnaíba	Divisa MG-MS	Brasil	2003	350

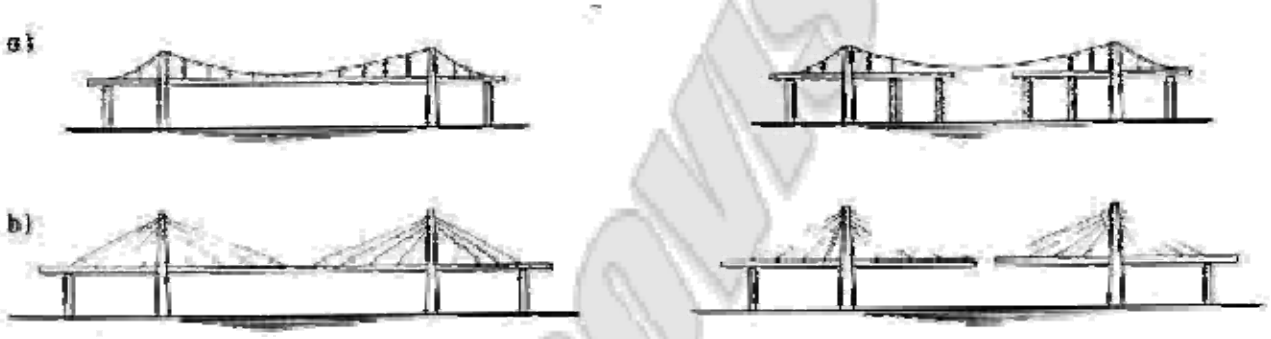


Fig. 4.22 Comparação entre ponte pênsil (a) e ponte estaiada (b).

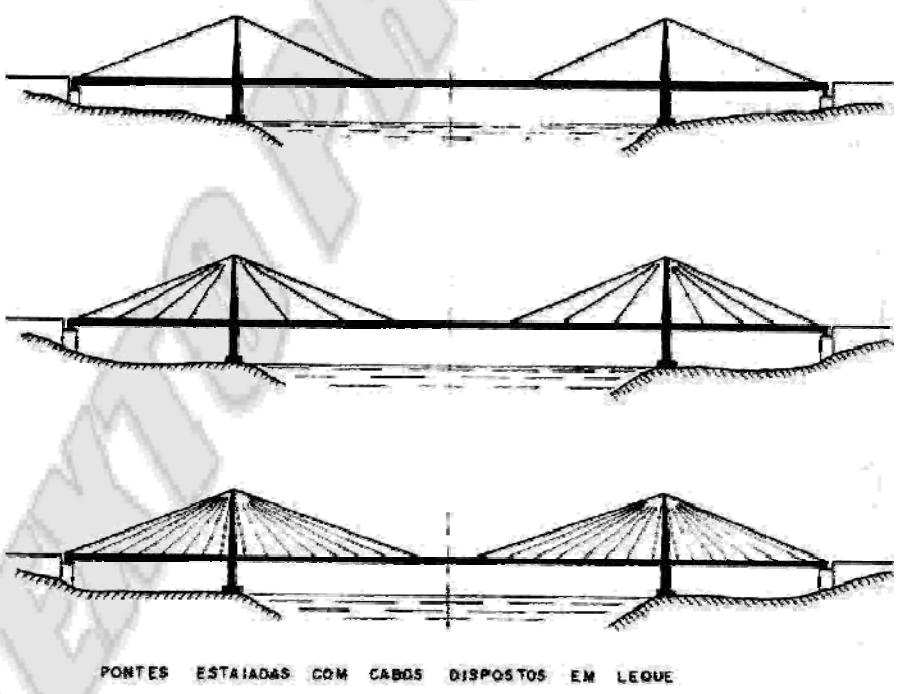


Fig. 4.23 Exemplos de pontes estaiadas – Parte 1. Fonte: LEONHARDT (1979).

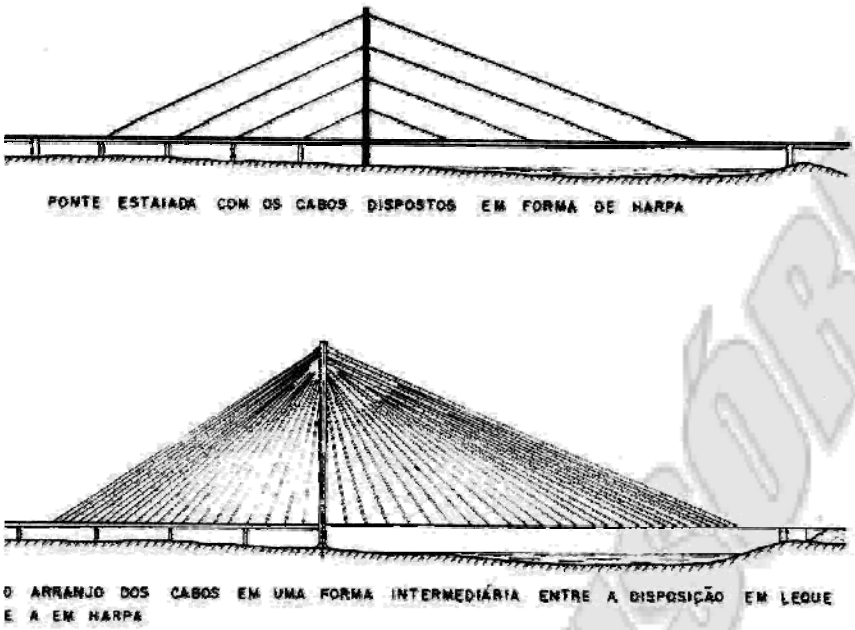


Fig. 4.24 Exemplos de pontes estaiadas – Parte 2. Fonte: LEONHARDT (1979).

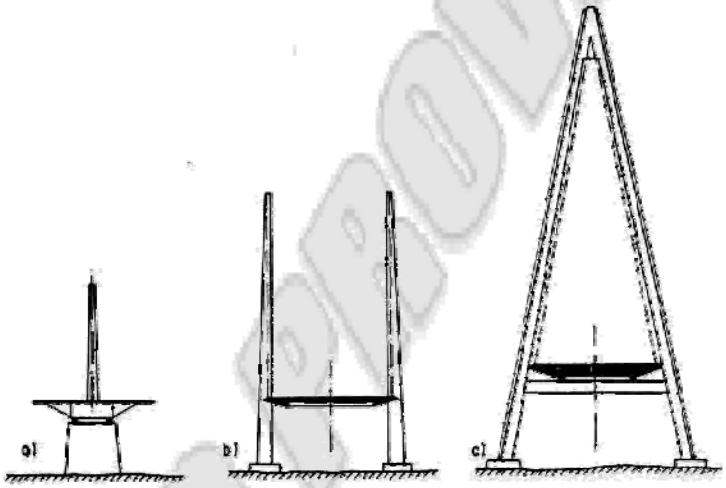


Fig. 4.25 Alternativas de torres para pontes estaiadas. Fonte: LEONHARDT (1979).

BIBLIOGRAFIA

FERNANDEZ CASADO, C. Puentes de hormigon armado pretensado. Madrid, Editorial Dossat, 1965.

LEONHARDT, F. Construções de concreto, vol. 6: Princípios básicos da construção de pontes de concreto. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1979.

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de vigas. São Carlos, EESC-USP, 1971.

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de laje. São Carlos, EESC-USP, 1971.

WITTFOHT, H. Puentes: ejemplos internacionales. Barcelona, Editorial Gustavo Gilli, 1975.

5. SEÇÕES TRANSVERSAIS

5.1. INTRODUÇÃO

As seções transversais empregadas com mais freqüência nas pontes de concreto podem ser agrupadas da seguinte forma:

- Laje
  - Maciça
  - Vazada
- Viga
  - Tabuleiro normal
    - Seção T
    - Seção celular
  - Tabuleiro rebaixado

Os fatores que influenciam na escolha da seção transversal, segundo LEONHARDT (1979), são os seguintes:

a) vão a ser vencido e o respectivo sistema estrutural;

b) altura de construção disponível ou índice de esbeltez desejado, expresso pela relação ℓ_0/h, onde ℓ_0 é a distância aproximada entre os pontos de momento nulo do diagrama de momentos provocados pela carga permanente;

c) processo de construção, meios disponíveis, equipamentos e outros fatores circunstanciais;

d) economia da construção - estruturas mais esbeltas exigem um maior consumo de aço do que as menos esbeltas, mas, por outro lado, elas apresentam algumas vantagens; mesmo em relação ao custo total da construção, há de se considerar que ocorre uma redução de movimento de terra nas rampas de acesso (**Fig. 5.1**); outros aspectos interessantes são melhores condições de atender aos gabaritos e à estética da construção.

TEXTO PROVISÓRIO

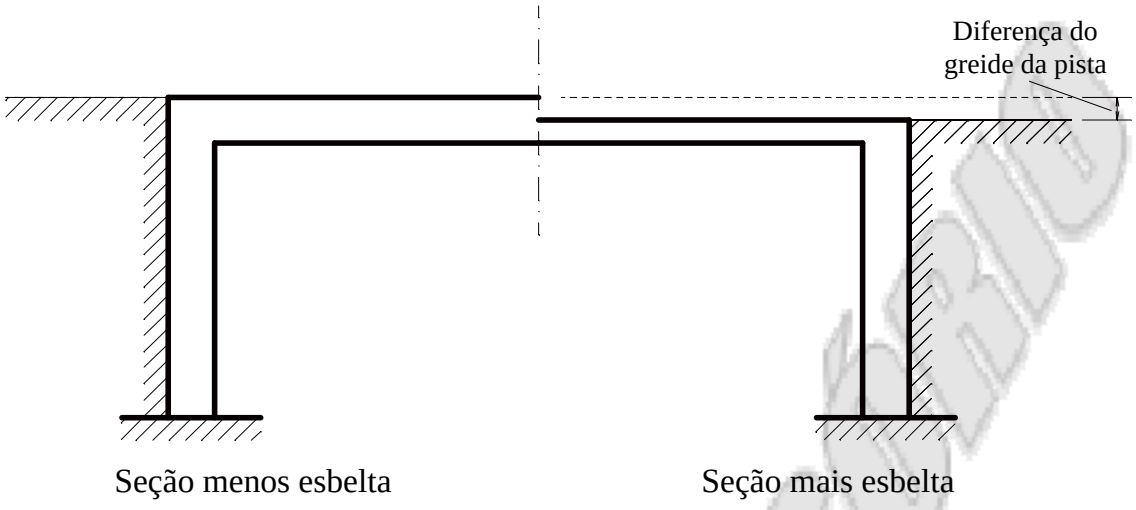


Fig. 5.1 Ilustração da influência da esbeltez nas rampas de acesso.

e) relação carga móvel / carga permanente (q/g) - valores altos de q/g implicam, no caso de concreto protendido, em maior consumo de concreto na parte tracionada (pré-comprimida pela protensão), o que conduz a seções T com talão inferior ou seções celulares (**Fig. 5.2**).

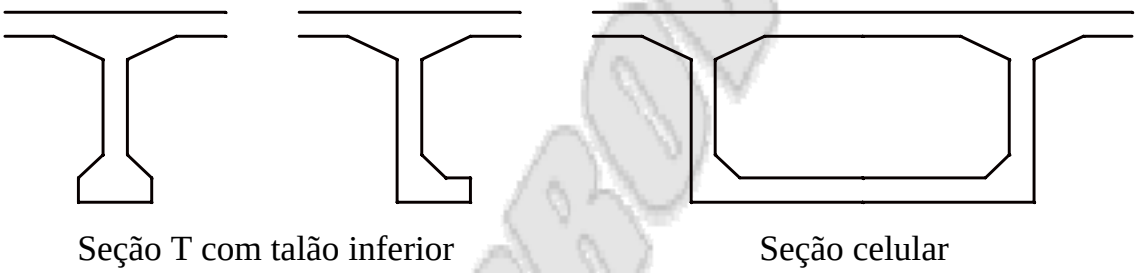


Fig. 5.2 Formas de aumentar a seção na parte tracionada, previamente comprimida pela protensão.

5.2. PONTES DE LAJE

Nas seções transversais de pontes de lajes maciças, mostradas na **Fig. 5.3**, o tabuleiro e o sistema estrutural principal formam uma peça única.

Este tipo de seção apresenta como característica principal a simplicidade de execução - das fôrmas, da armadura e da concretagem. Além disso, a seção transversal em laje garante uma boa distribuição transversal de esforços.

A seção em laje maciça é indicada para pontes de vãos pequenos. Segundo LEONHARDT (1979), elas chegam, excepcionalmente, a atingir vãos de até 20 m em tramo único, e vãos de até 30 m em tramos contínuos com variação de altura ao longo dos vãos.

A laje maciça é especialmente indicada para pontes esconsas ou para pontes de largura variável em trechos de bifurcação da via.

Considerando a estética, é conveniente privilegiar seções que "escondem" a espessura da laje; por exemplo as seções (c) e (d) são melhores do que as seções (a) e (b).

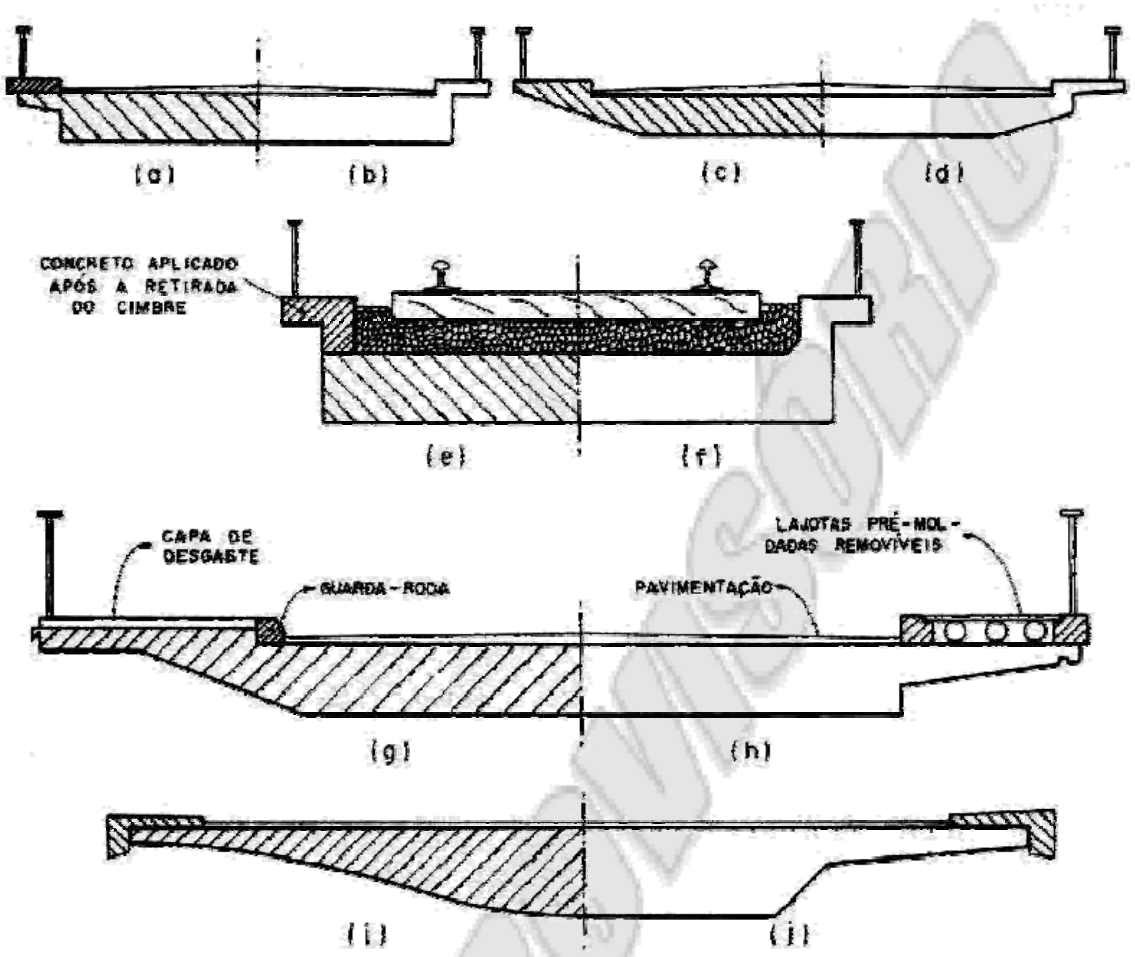


Fig. 5.3 Seções transversais de pontes de laje maciça.

A altura da seção pode ser adotada a partir dos índices de esbeltez ℓ_0/h, indicados em LEONHARDT (1979) e adaptados para as categorias de pontes nacionais, e que são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Valores do índice de esbeltez ℓ_0/h, para seção transversal de laje maciça.

Classe da ponte	Valores de ℓ_0/h
45 ou 30	15 a 22 para C.A.
	18 a 30 para C.P.
12	20 a 25 para C.A.
	26 a 36 para C.P.
Obs.: os valores maiores valem para vãos maiores, e portanto para relações q/g menores	

Em contrapartida à simplicidade da execução, a seção transversal em laje maciça apresenta um elevado consumo de concreto e consequentemente elevado peso próprio.

Em face disto, quando a altura requerida da seção for da ordem de 60cm ou mais, é recomendável fazer vazamentos obtendo assim a chamada laje vazada ou oca (**Fig. 5.4**), aumentando então a faixa de vãos atingidos pelas pontes de laje. Cabe destacar que este procedimento irá diminuir as vantagens de execução, mas o bom comportamento transversal é pouco afetado.

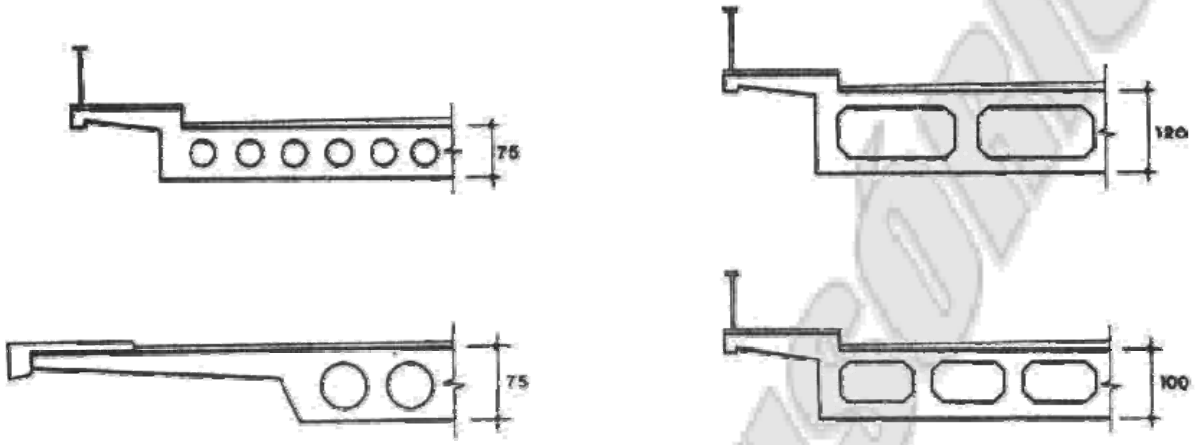


Fig. 5.4 Seções transversais de pontes de laje vazada.

As dimensões recomendadas para as lajes vazadas são apresentadas na **Fig. 5.5**. A largura mínima das nervuras indicada é para que não haja dificuldades no lançamento e adensamento do concreto.

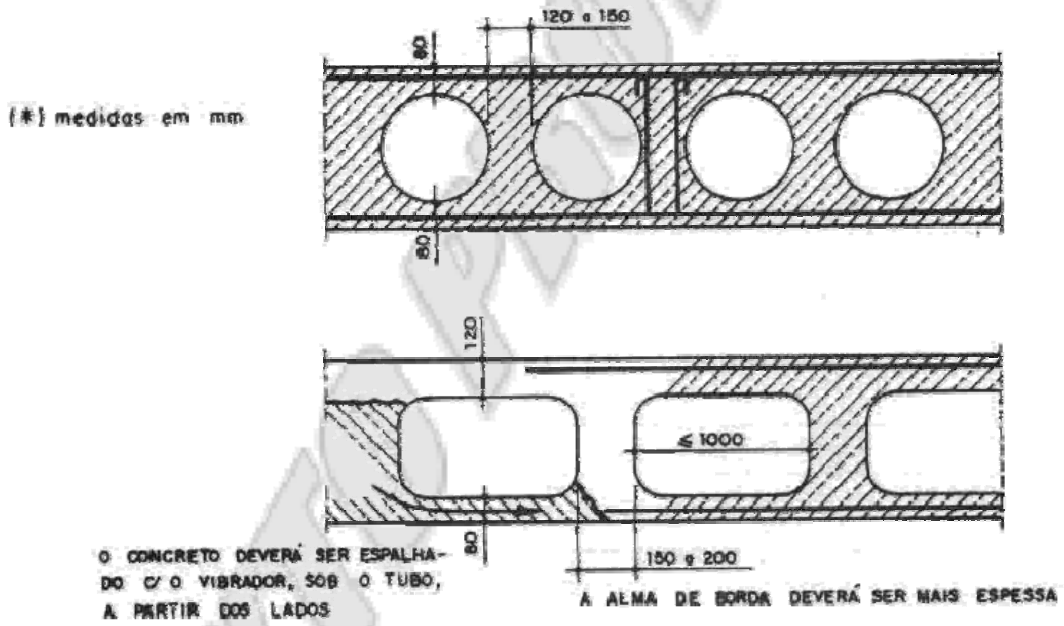


Fig. 5.5 Dimensões recomendadas para lajes vazadas. Fonte: LEONHARDT (1979).

A **Fig. 5.6** mostra um exemplo de ponte em viga simplesmente apoiada com balanços, com seção transversal em laje vazada, na qual merece destaque a elevada esbeltez da estrutura.

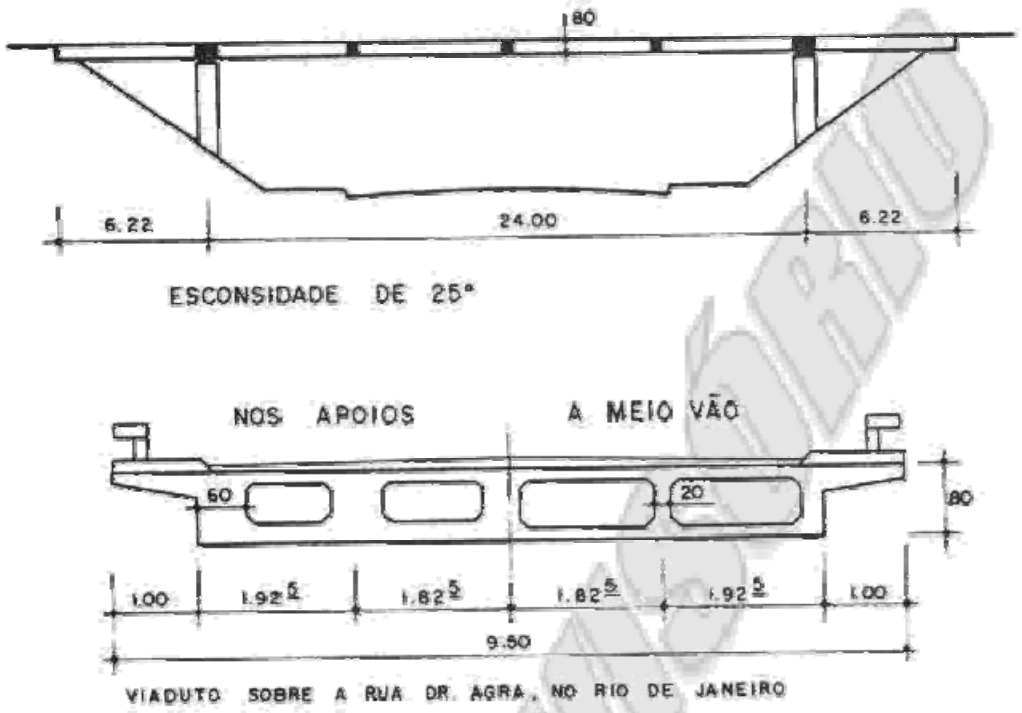
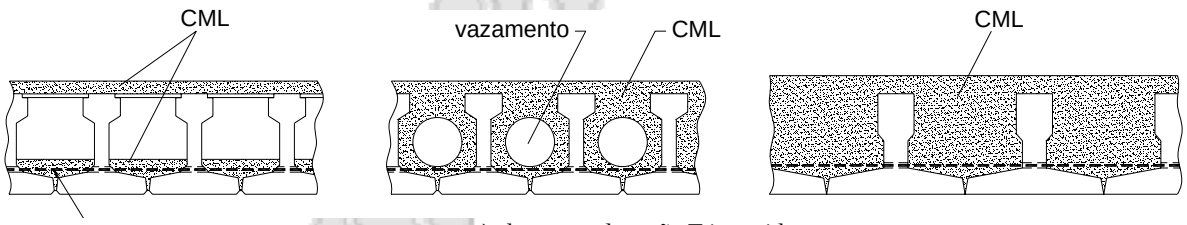
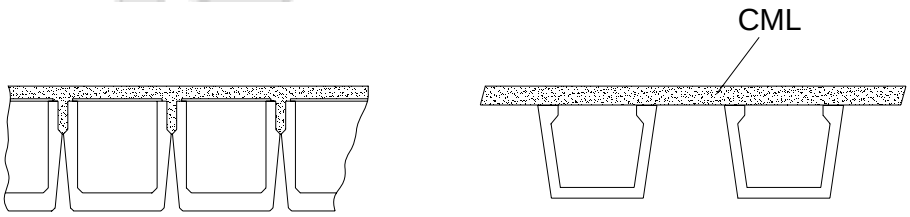


Fig. 5.6 Exemplo de ponte em viga com seção transversal em laje vazada. Fonte: MARTINELLI (1971).

As pontes com seção transversal de laje podem ser executadas com o emprego de elementos pré-moldados que vencem todo o vão e colocados justapostos, como ilustra a **Fig. 5.7**. O comportamento de laje deverá ser garantido pelo concreto moldado no local e por armadura transversal protendida ou não, sendo que a primeira é mais indicada, ou então, assumir o prejuízo do comportamento como laje, e considerar no cálculo uma distribuição transversal menos eficiente.



a) elementos de seção T invertido



b) elementos de seção trapezoidal

Fig. 5.7 Exemplos de seções transversais de pontes de laje com emprego de elementos pré-moldados.

5.3. PONTES DE VIGA

5.3.1. Tabuleiro normal

5.3.1.1. Seção T

A seção transversal T é obtida utilizando-se a laje do tabuleiro como mesa superior, e mais a nervura que seria a alma, conforme mostra a **Fig. 5.8**.

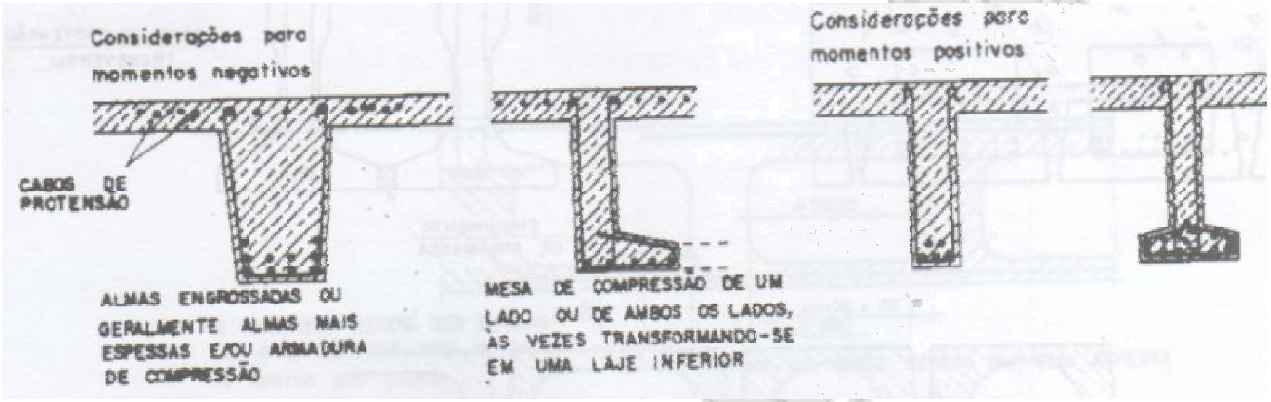


Fig. 5.8 Seção transversal em viga "T". Fonte: LEONHARDT (1979).

Este tipo de seção é mais indicado para resistir a momentos positivos, pois neste caso a zona comprimida, formada pela mesa superior será bastante grande.

O alargamento da parte inferior da alma pode dificultar a execução, sendo por isto indicado somente quando a altura da nervura ultrapassar 2 m.

A altura da seção pode ser pré-dimensionada a partir dos índices de esbeltez para sistema estrutural em viga simplesmente apoiada, indicados por MARTINELLI (1971), e que podem ser extrapolados para outros tipos de sistemas estruturais, conforme apresentado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 Valores do índice de esbeltez ℓ_0/h, para pré-dimensionamento de pontes de viga.

Tipo de ponte	C.A.	C.P.
para pedestres	15 a 20	20 a 25
rodoviária	10 a 15	15 a 20
ferroviária	8 a 10	10 a 15

A **Fig. 5.9** mostra os tipos representativos de seções transversais das pontes de viga em seção T, moldadas no local, segundo LEONHARDT (1979).

O número de vigas (longarinas) mais indicado é dois, salvo nas passarelas para pedestres. Número de vigas maior que dois conduz a maior área de fôrmas, sendo por isto pouco empregado atualmente.

No caso de se empregar mais de duas longarinas é conveniente utilizar uma transversina no meio do vão, além das transversinas de apoio.

No caso de se empregar duas longarinas tem-se as seguintes opções:

a) duas transversinas intermediárias monolíticas com a laje, além das transversinas nos apoios (**Fig. 5.9**-c);

b) transversinas desligadas da laje - o que possibilita um arranjo de armadura constante ao longo do vão, e evita-se o aparecimento de tensões de tração longitudinais na parte superior do tabuleiro - em número igual ao do caso anterior (**Fig. 5.9**-d e **Fig. 5.9**-e);

c) sem transversinas intermediárias, presentes apenas nos apoios ou até sem estas, com as vantagens da situação anterior, além da facilidade de execução, porém com uma pior distribuição transversal das cargas (**Fig. 5.9**-f).

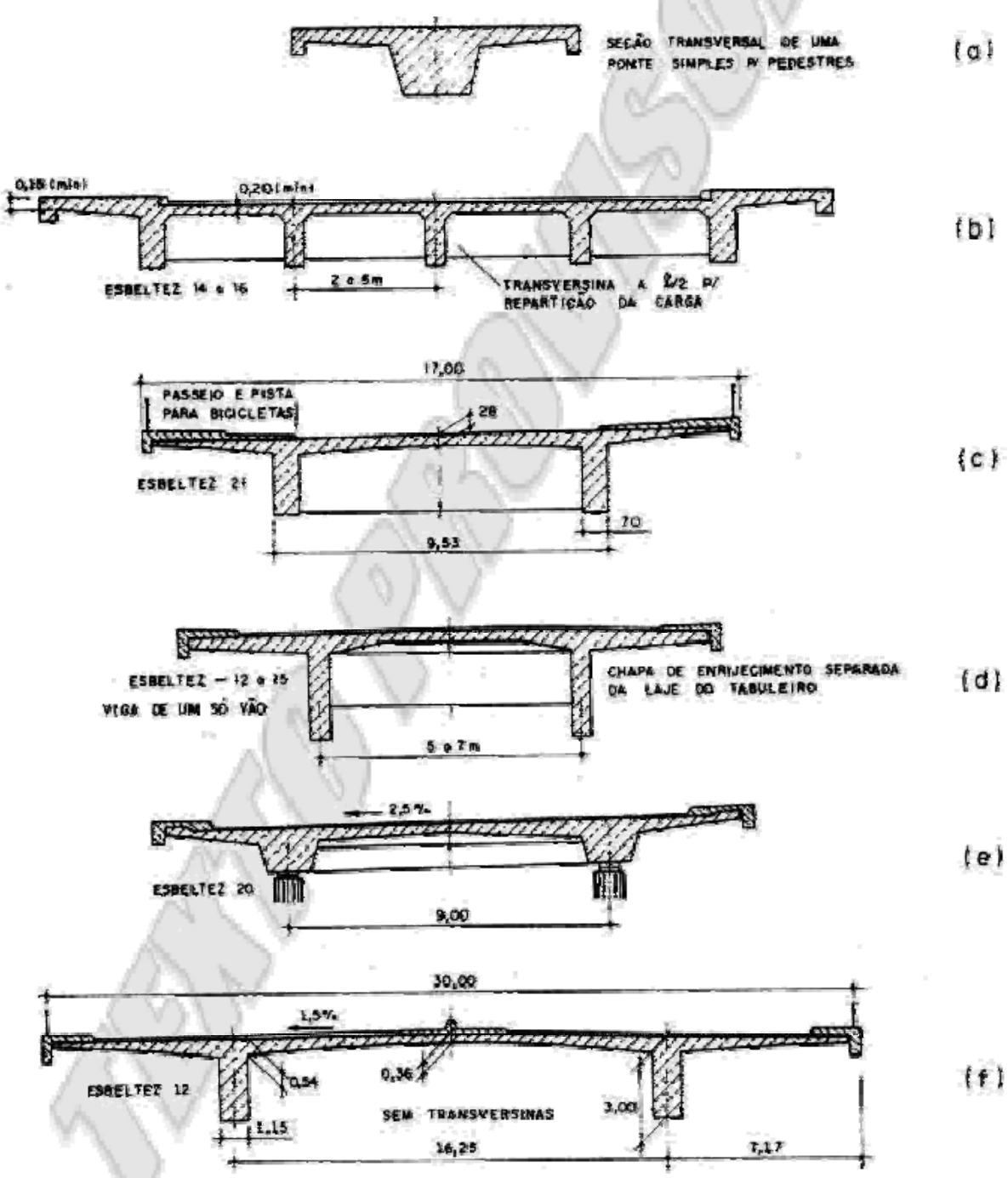


Fig. 5.9 Seções transversais de pontes de vigas "T". Fonte: LEONHARDT (1979).

As pontes de viga de seção T podem ser executadas com elementos pré-moldados que vencem todo o vão. Este tipo construtivo tem sido bastante empregado atualmente. Neste caso não vale o que foi dito anteriormente sobre o número de longarinas, e nem sobre o alargamento da parte inferior da alma. Por se tratarem de elementos pré-moldados procura-se reduzir o peso dos elementos aumentando-se o número das vigas.

A seção transversal dos elementos pré-moldados e o seus arranjos para formar o tabuleiro dependem do tipo de concreto pré-moldado – pré-moldado de canteiro (com pós-tração) ou pré-moldado de fábrica, com pré-tração. No pré-moldado de fábrica tem-se empregado seção T com talão inferior, seção I, seção caixão e seção trapezoidal, sendo que nestes dois últimos casos, o resultado final da sua aplicação já começa a fugir do caso em questão. No pré-moldado de canteiro recorre-se freqüentemente às vigas de seção tipo I. Em tabuleiro com largura de 12 m a 14 m normalmente empregam-se de 4 a 5 longarinas. Ainda com vigas pré-moldadas em canteiro, merece registrar seção ligeiramente trapezoidal (seção praticamente retangular com largura da base inferior menor que a da parte superior), utilizada em pontes de poucos tramos e vãos relativamente pequenos.

Algumas possibilidades de formação do tabuleiro estão apresentadas na **Fig. 5.10**.

A **Fig. 5.11** mostra exemplos de seção transversal de pontes de viga de seção T, empregando esta alternativa. A primeira corresponde a um viaduto de tramo único, com pré-moldado de fábrica, em que se procurou reduzir a altura de construção. A segunda é de parte uma ponte de vários tramos com vigas pré-moldadas de canteiro (Ponte Mauricio Joppert – ver mais detalhes no capítulo 8) .

5.3.1.2. Seção celular

Ao se associar uma laje inferior no tipo de seção do item anterior tem-se a seção celular, também chamada de seção caixão.

A laje inferior, além de melhorar a distribuição transversal dos esforços, forma uma outra mesa em posição oposta à mesa formada pelo tabuleiro, fazendo com que a seção tenha um comportamento semelhante à seção I. Desta forma, este tipo de seção é apropriado para ser empregado em vigas contínuas, especialmente as protendidas.

Mesmo para pontes simplesmente apoiadas, mas protendidas, a seção celular pode ser vantajosa, pois a laje inferior serve de mesa de compressão quando atua apenas a carga permanente.

Em razão da grande rigidez à torção, as seções celulares são também indicadas para pontes curvas e para pontes retas com suportes formados por um único pilar isolado.

Em razão dessas vantagens com relação ao comportamento estrutural, as seções celulares têm sido as mais empregadas atualmente, exceto para pontes de pequeno vão e para aquelas executadas com vigas de seção T empregado elementos pré-moldados.

As seções transversais típicas de vigas de seção celular são mostradas nas figuras: Fig. 5.12, Fig. 5.13 e Fig. 5.14.

Destaca-se que a tendência atual é a de se empregar uma única célula. O emprego de mais de uma célula se impõe para pontes com tabuleiro largo associado a seção transversal com pequena altura.

Nas seções celulares normalmente se empregam vigas transversais, que são chamadas de diafragmas transversais, apenas nos apoios.

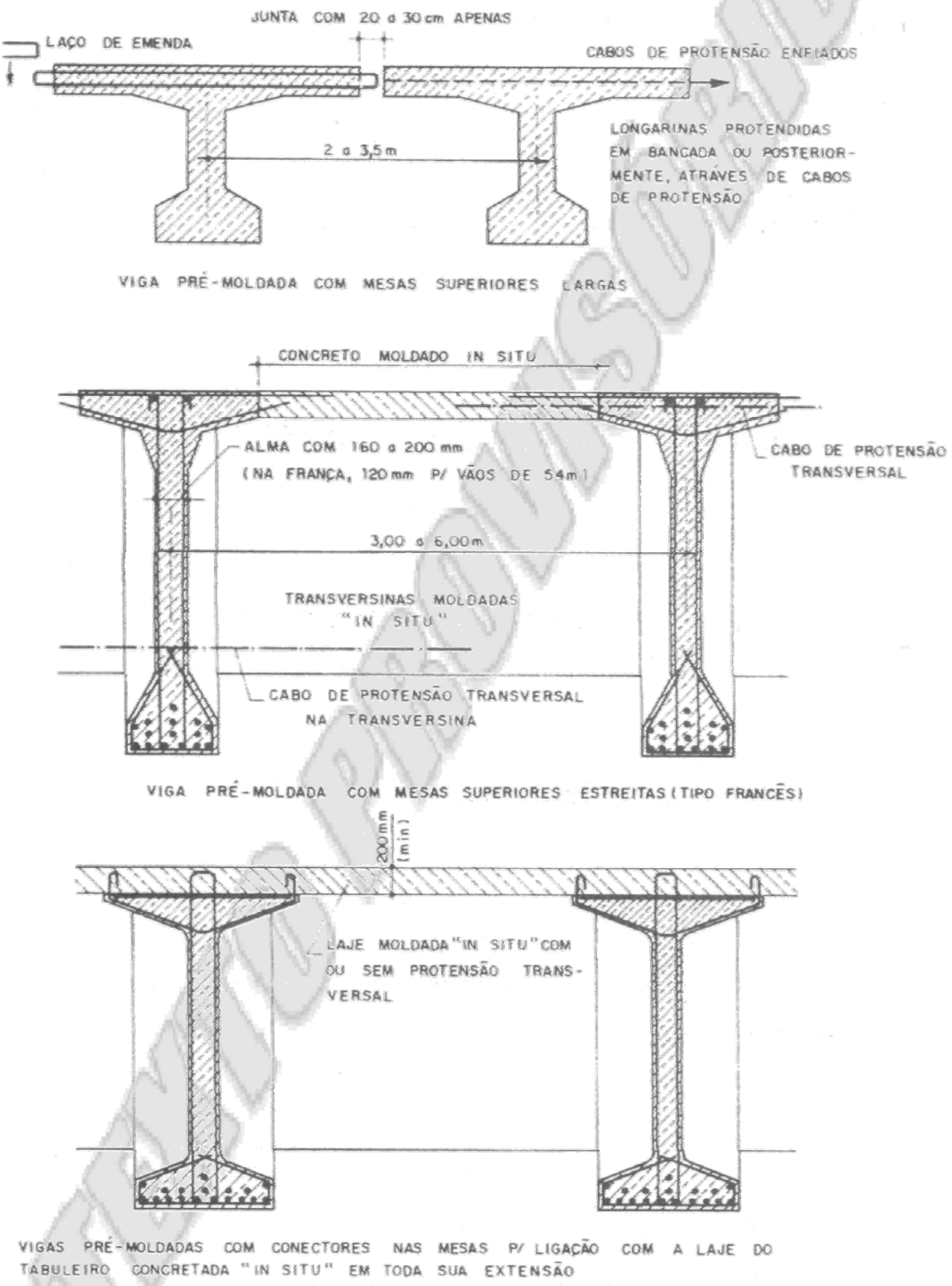


Fig. 5.10 Formação de seções transversais em vigas "T" pré-moldadas. Fonte: LEONHARDT (1979).

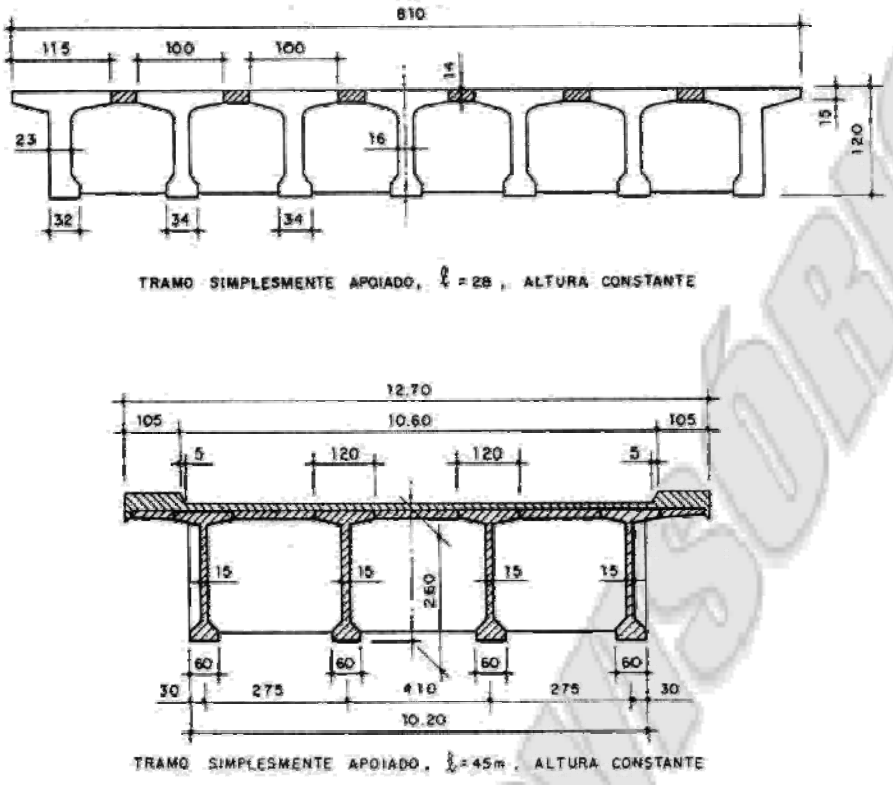


Fig. 5.11 Exemplos de seções transversais em vigas "T" pré-moldadas.

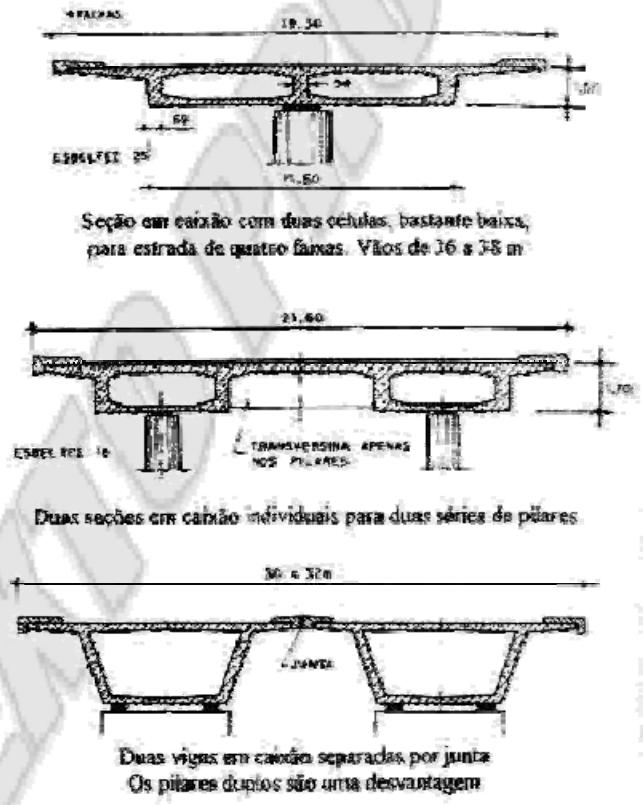
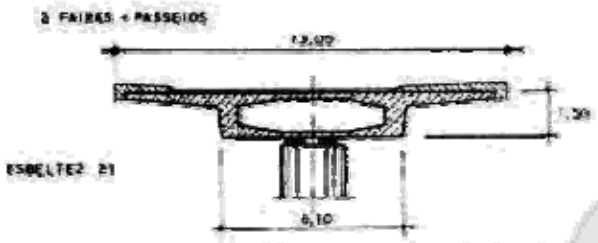
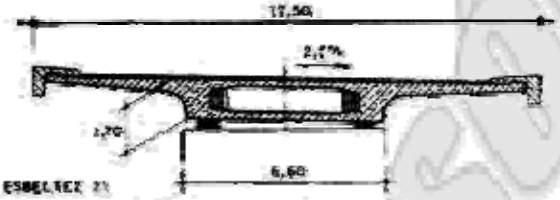


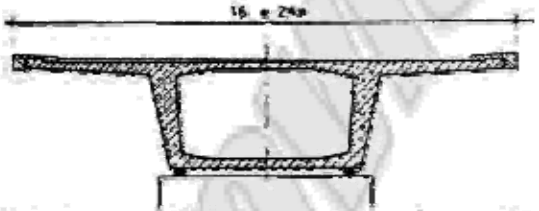
Fig. 5.12 Exemplos de seções transversais de pontes de vigas de seção celular (parte 1).



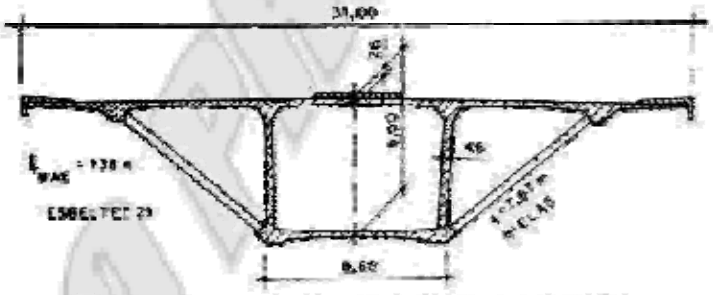
Seção em caixão unicelular, para estrada de duas faixas.
Vãos de cerca de 32 m



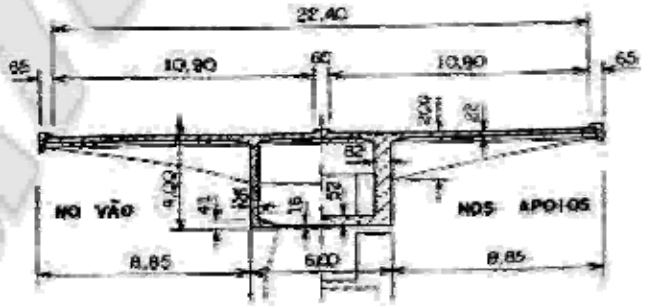
Seção em caixão de pouca altura.
Lajes em balanço, enrijecidas nas bordas por vigas de arrimamento



Seção transversal típica para o processo de execução
por deslocamentos progressivos. Vãos de 40 a 70 m



Seção em caixão estreita, para toda a largura da estrada
Tabuleiro em balanço com bielas de apoio



Seção em caixão estreita. Tabuleiro em balanço com nervuras
Vãos de 60 m

Fig. 5.13 Exemplos de seções transversais de pontes de vigas de seção celular (parte 2).

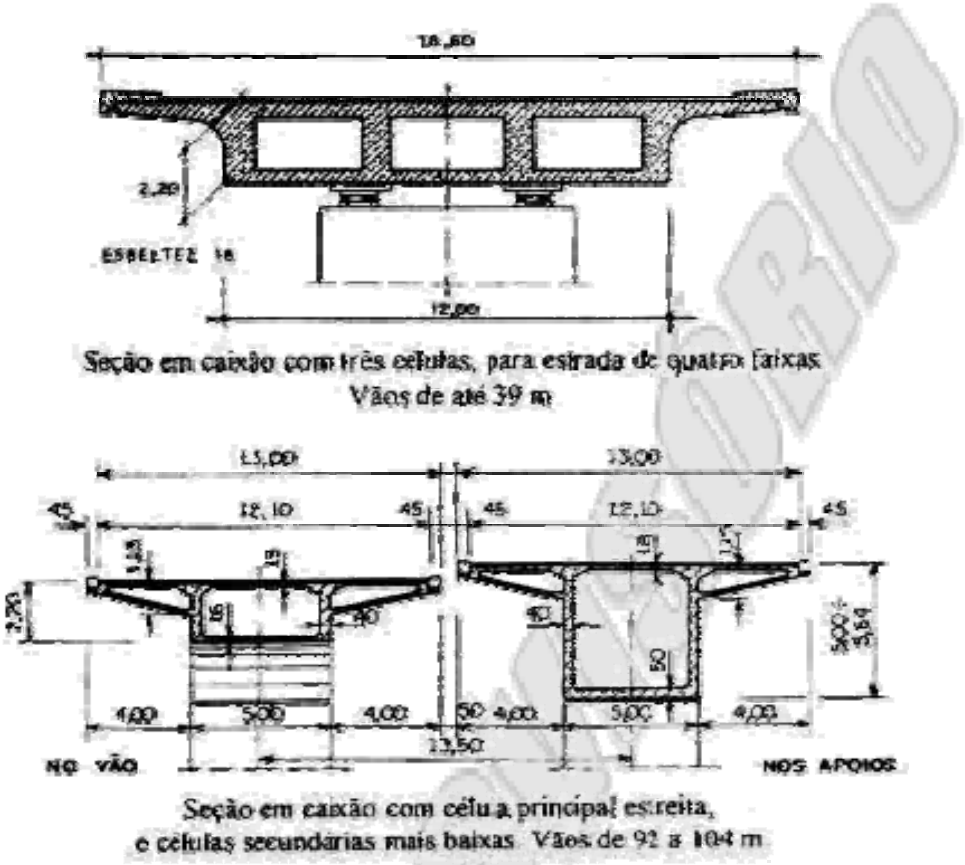


Fig. 5.14 Exemplos de seções transversais de pontes de vigas de seção celular (parte 3).

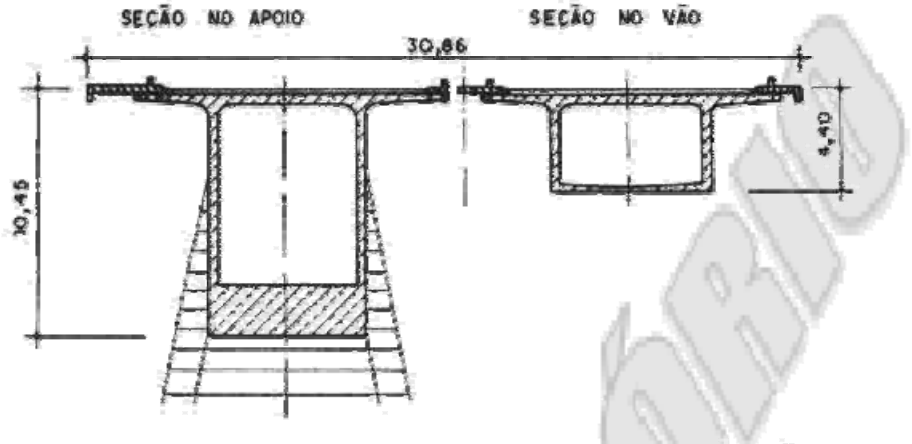
Nas pontes construídas com a técnica dos balanços sucessivos e dos deslocamentos progressivos, moldados no local ou pré-moldados, o uso da seção celular é praticamente inevitável por causa dos altos momentos negativos que ocorrem durante a fase construtiva.

Na **Fig. 5.15** mostram-se alguns exemplos de pontes de grandes vãos construídos com a técnica dos balanços sucessivos.

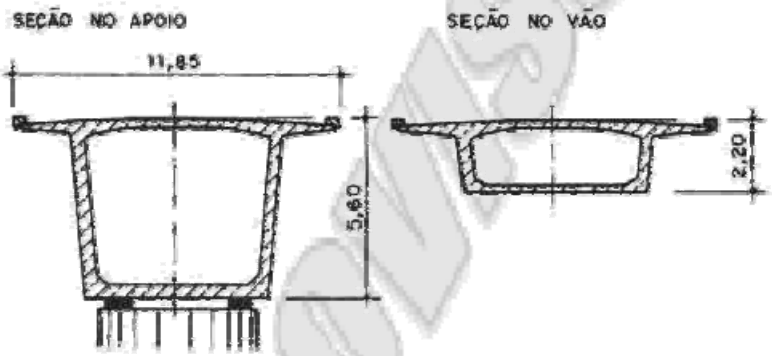
5.3.2. Tabuleiro rebaixado

O emprego de tabuleiro rebaixado - tabuleiro inferior ou intermediário - conforme ilustrado na **Fig. 5.16**, apresenta a vantagem de possibilitar uma pequena altura na seção transversal, entre a pista de rolamento e a face inferior da ponte, implicando na redução da movimentação de terra nas rampas de acesso, ou então, facilidades na observância do gabarito do obstáculo transposto pela ponte.

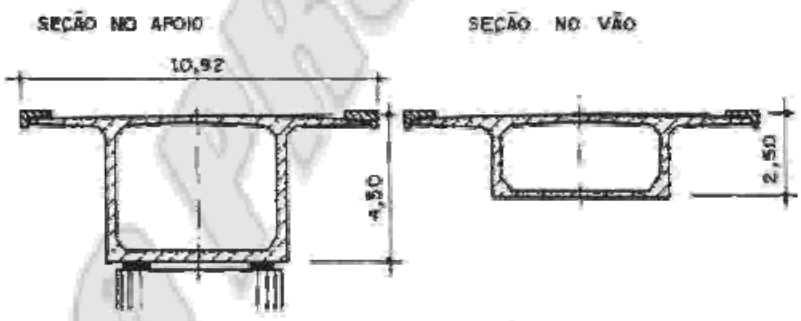
Este tipo de seção tem sido pouco empregado por causa da sua estética, pouco apreciada, porém cabe destacar que o seu uso pode ser interessante em certas situações particulares, tendo em vista a vantagem comentada anteriormente.



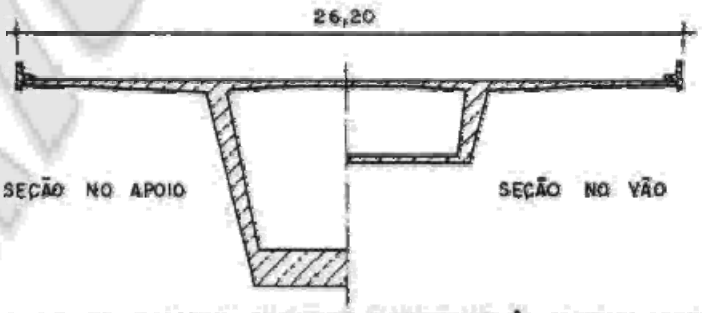
SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE SOBRE O RENO EM BENDORF, COM VÃO MÁXIMO DE 205m. DOIS CAIXÕES UM AO LADO DO OUTRO (PROJETO DA FIRMA DYWIDAG). ESPESSURA DA ALMA : 370 mm



SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE DE OOSTERSCHELDE (HOLANDA), ℓ = 95 m, ESPESSURA DA ALMA: 350 m



SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE DE OLÉRON (FRANCA), ℓ = 79 m, ESPESSURA DA ALMA: 300 mm



SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE DE FELSENAU SOBRE O AARE EM BERNA, ℓ_{max} = 144 m (PROJETO DO PROF. MENN)

Fig. 5.15 Exemplos de seções transversais de pontes de viga de seção celular construídas com a técnica dos balanços sucessivos. Fonte: LEONHARDT (1979).

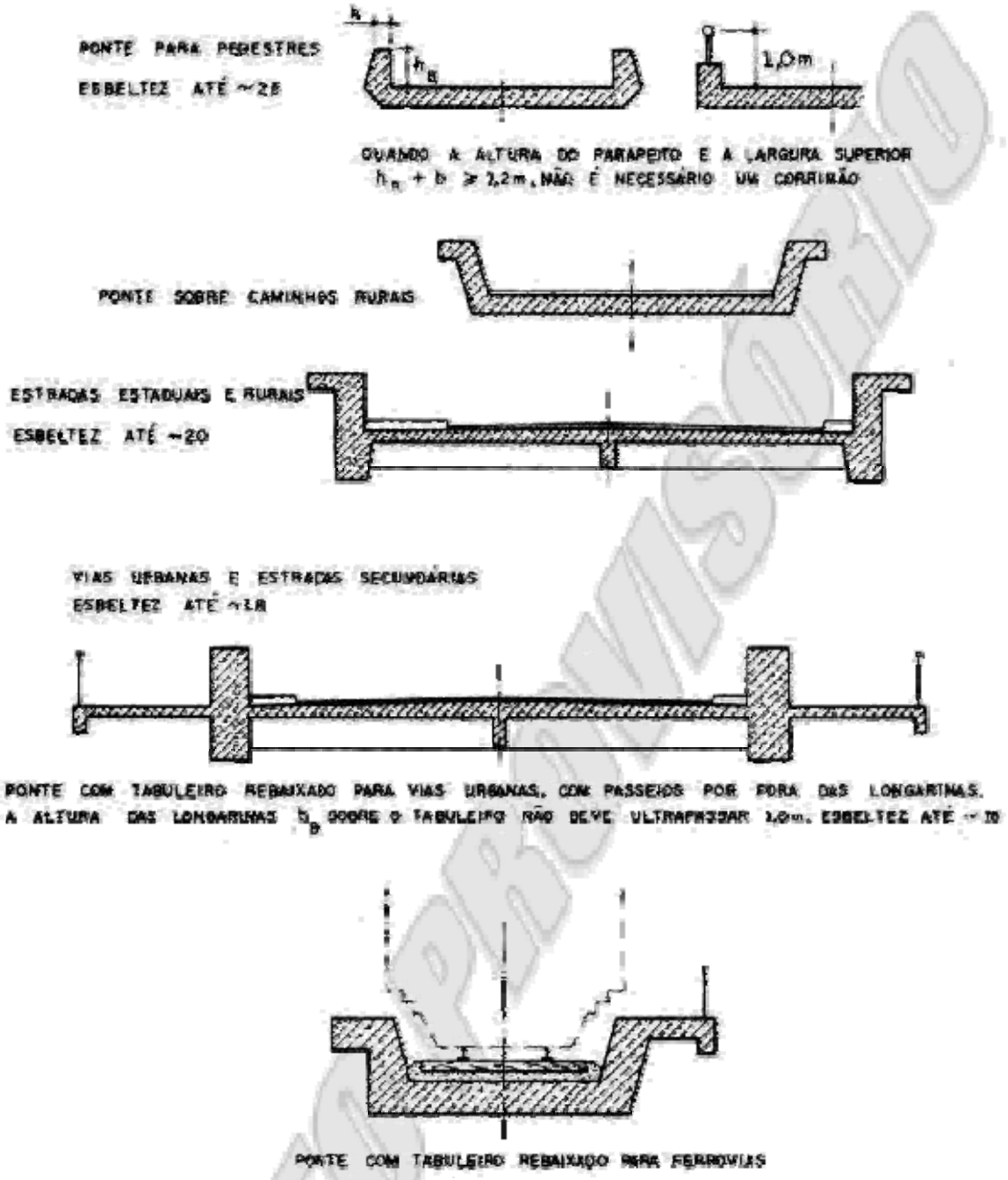


Fig. 5.16 Seções transversais com tabuleiro rebaixado. Fonte: LEONHARDT (1979).

BIBLIOGRAFIA

FERNANDEZ CASADO, C. Puentes de hormigon armado pretensado. Madrid, Editorial Dossat, 1965.

LEONHARDT, F. Construções de concreto, vol. 6: Princípios básicos da construção de pontes de concreto. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1979.

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de vigas. São Carlos, EESC-USP, 1971.

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de laje. São Carlos, EESC-USP, 1971.

6. TIPOLOGIA DOS APOIOS DAS PONTES

6.1. INTRODUÇÃO

No capítulo 1 foi visto que sob o aspecto estrutural, as pontes usuais podem ser divididas em três elementos: superestrutura, aparelho de apoio, e infraestrutura. O termo “apoio das pontes” utilizado no título deste capítulo, será utilizado para designar o conjunto formado pelo aparelho de apoio e pela infra-estrutura.

Repetindo as definições já apresentadas no capítulo 1, tem-se que:

- Aparelho de apoio é o elemento colocado entre a infraestrutura e a superestrutura, destinado a transmitir as reações da superestrutura para a infraestrutura, e ao mesmo tempo permitir determinados movimentos da superestrutura.
- Infra-estrutura é a parte da ponte que recebe a ação das reações geradas no aparelho de apoio, transmitindo-as ao solo; a infraestrutura, por seu turno, pode ser subdividida em dois elementos: os suportes e as fundações; os suportes podem ser de dois tipos: pilares e encontros; denomina-se encontro, o pilar que situado na extremidade da ponte, na transição entre a ponte e o aterro da vila, tem a finalidade suplementar de arrimar o solo do aterro.

A divisão nos três elementos, superestrutura, aparelho de apoio e infra-estrutura, pode não estar presente em certos tipos de pontes. Por exemplo uma ponte em pórtico biengastado terá a superestrutura do pórtico e a infra-estrutura constituída apenas pela fundação, não apresentando o aparelho de apoio e nem o suporte.

6.2. APARELHOS DE APOIO

Os aparelhos de apoio vinculam determinadas partes da superestrutura, permitindo ao mesmo tempo, os movimentos previstos no projeto, provocados pelos esforços, protensão, variação de temperatura, retração do concreto, etc., que modificam as dimensões dos elementos.

Nas estruturas de edifícios usuais, não se utilizam aparelhos de apoio, embora o cálculo dos esforços tenha sido feito coma a hipótese de existirem articulações, separando os pórticos reais monolíticos em pilares e vigas. Esta simplificação de cálculo, criando articulações onde não

existem, só é admissível em estruturas com vãos e carregamentos pequenos, onde os esforços secundários gerados pela ausência das articulações na estrutura real, podem ser desprezados.

Nas pontes e nas construções de grande porte, a estrutura deve funcionar, tanto quanto possível, de acordo com as hipóteses previstas no cálculo, sendo portanto necessária a utilização de aparelhos de apoio adequados nos locais onde o cálculo admitiu a possibilidade de ocorrerem movimentos.

Os movimentos pode ser de rotação e de translação, em função dos quais, os aparelhos de apoio podem ser classificados em três tipos: articulações fixas, articulações móveis e articulações elásticas.

As articulações fixas permitem apenas os movimentos de rotação, gerando reações vertical e horizontal no vínculo.

As articulações móveis permitem tanto a rotação como a translação, gerando no vínculo apenas a reação vertical. Na realidade, surge também a reação horizontal, por causa do atrito que não pode ser totalmente eliminado, mas nos casos usuais ela pode ser desprezada por ter valor relativamente pequeno.

As articulações elásticas permitem também os dois movimentos, a rotação e a translação, gerando porém reações vertical e horizontal, esta última, com valor que não pode ser desprezado, ao contrário das articulações móveis.

As articulações fixas e móveis podem ser metálicas (normalmente de aço), ou de concreto.

As articulações elásticas são constituídas de elastômero (borracha sintética), denominada comercialmente de neoprene.

6.2.1. Aparelhos de apoio metálicos

Os aparelhos de apoio metálicos podem ser obtidos combinando-se adequadamente chapas e roletes metálicos.

No caso das articulações fixas (Fig. 6.1) as chapas possuem cavidades usinadas e lubrificadas onde se encaixa o rolete. Podem ser obtidas também combinando-se duas chapas metálicas, uma com a superfície plana e a outra com a superfície curva e convexa.

No caso das articulações móveis (Fig. 6.2) um ou mais roletes ficam confinados entre chapas planas. Podem ser obtidas também com pêndulos, que nada mais são que os roletes sem as partes que não são necessárias.

Os aparelhos de apoio metálicos exigem manutenção periódica, pois a sujeira e a corrosão do metal podem prejudicar o seu funcionamento correto.

6.2.2. Aparelhos de apoio de concreto

Os aparelhos de apoio de concreto são construídos junto com a própria estrutura, utilizando os mesmo materiais.

Os principais tipos são:

- articulação de concreto de superfícies;

- articulação Mesnager;
- articulação Freyssinet;
- pêndulo de concreto.

Os três primeiros são articulações do tipo fixo, e o quarto é uma articulação do tipo móvel.

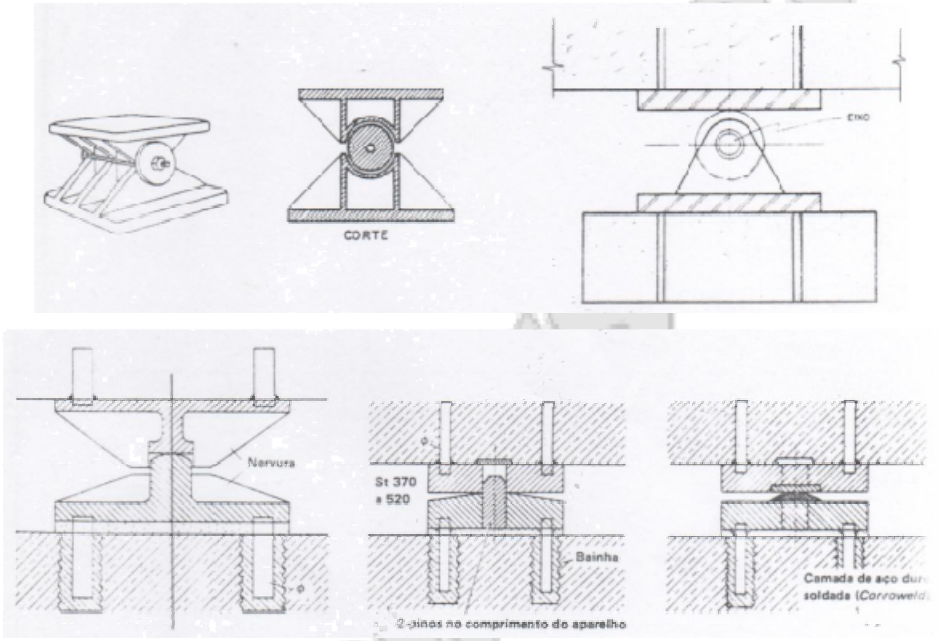


Fig. 6.1 Articulações fixas.

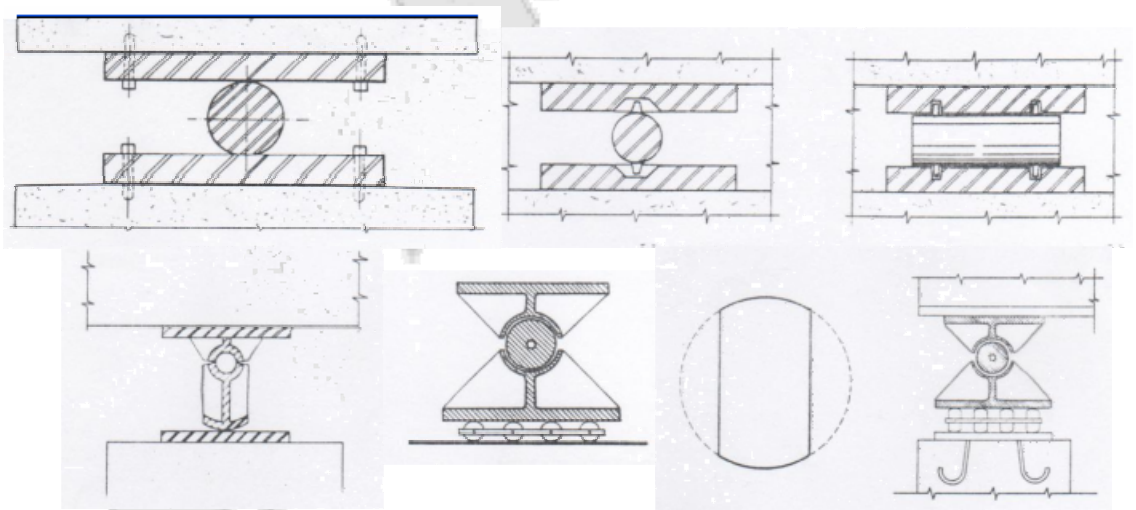


Fig. 6.2 Articulações móveis.

A articulação de contato de superfícies (Fig. 6.3) é construída por duas superfícies cilíndricas em contato: uma superfície é convexa, e a outra é côncava com raio de curvatura ligeiramente maior. As superfícies requerem um acabamento cuidadoso para que haja distribuição adequada das tensões; com essa finalidade, pode-se intercalar uma chapa delgada de chumbo de alguns milímetros de espessura, ou ainda revestir as superfícies com chapas finas de aço.

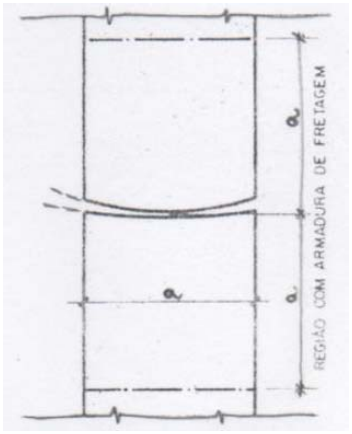


Fig. 6.3 Articulação de contato de superfícies.

A articulação Mesnager (Fig. 6.4) é obtida pelo estrangulamento da seção do elemento de concreto. O concreto do trecho estrangulado não é considerado como elemento resistente à reação transmitida pela articulação, e tem como única função proteger a armadura, que portanto deve estar dimensionada para resistir a toda a reação.

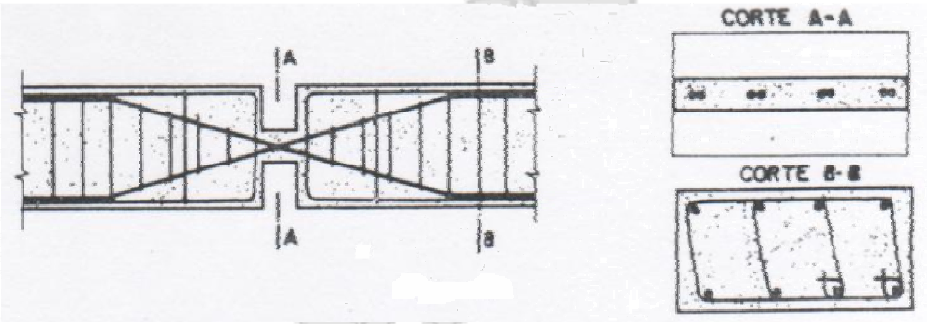


Fig. 6.4 Articulação Mesnager.

A articulação Freyssinter (Fig. 6.5) é obtida também pelo estrangulamento da seção do elemento de concreto, porém neste caso, a reação transmitida pela articulação é resistida apenas pelo concreto do trecho estrangulado. O principio de funcionamento tem como base o fato de que o concreto do trecho estrangulado fica sujeito ao efeito de cintamento provocado pelo alargamento das seções vizinhas; cria-se um estado duplo de tensões favorável, que permite elevar o valor das tensões de compressão axial muito além da resistência do concreto à compressão simples. É recomendada a colocação de armadura na seção estrangulada quando a reação horizontal ultrapassa 1/8 da reação vertical, ou quando existe a possibilidade de ocorrer reação negativa que causa tração no concreto.

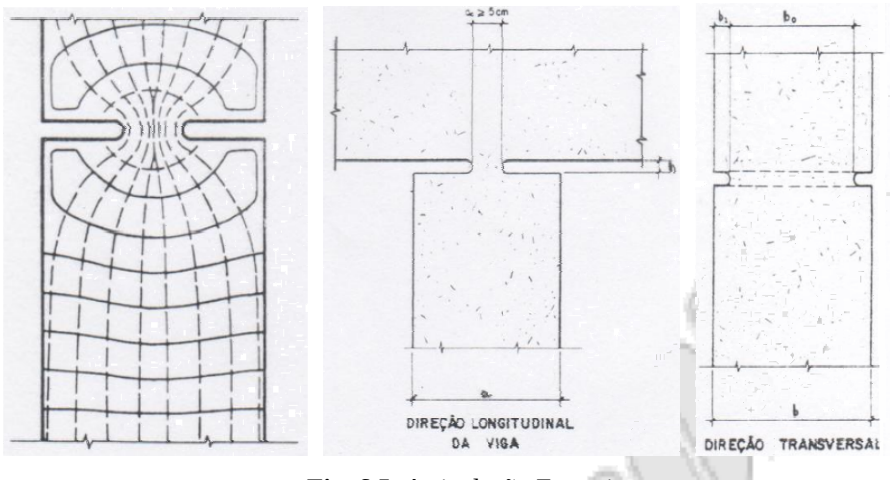


Fig. 6.5 Articulação Freyssinter.

O pêndulo de concreto (Fig. 6.6) é um elemento de concreto vinculado à superestrutura e à infraestrutura por meio de uma das três articulações descritas anteriormente, ou por meio de placas de chumbo ou de elastômero.

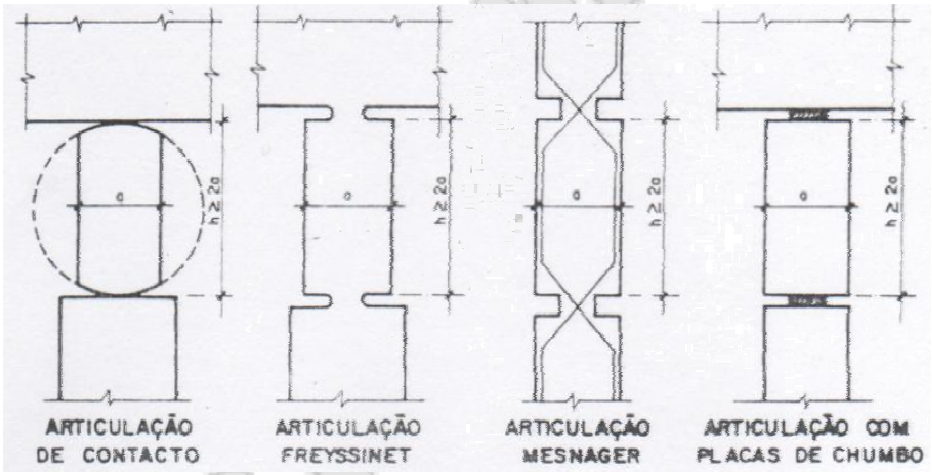


Fig. 6.6 Pêndulo de concreto.

6.2.3. Aparelhos de apoio de neoprene

Neoprene é a denominação comercial de um elastômero (borracha sintética) à base de policloropreno, que tem como características:

- módulo de deformação transversal de valor muito baixo;

- módulo de deformação longitudinal, também de valor muito baixo;

- tensão normal de compressão de serviço com valor razoável, da ordem de grandeza dos concretos usuais;

- grande resistência às intempéries.

Intercalando-se placas de neoprene de pequena espessura entra a superestrutura e a infraestrutura, obtém-se as articulações elásticas, nas quais os movimentos de translação e de

rotação são decorrentes, respectivamente, da grande deformabilidade transversal e longitudinal do neoprene, que é conseqüência das duas primeiras características relacionadas.

A terceira característica, implica em placas de neoprene de dimensões compatíveis com as das estruturas de concreto.

A quarta característica, implica na dispensa de manutenção rigorosa, que é necessária nos aparelhos de apoio metálicos; os aparelhos de apoio de neoprene necessitam de manutenção semelhante à dedicada à própria estrutura de concreto.

Para reações de apoio de pequena intensidade e espessuras das placas também pequenas, pode-se utilizar apenas o neoprene. Porém, nos casos usuais de pontes, são empregadas placas de neoprene intercaladas com chapas de aço vulcanizadas no neoprene, formando um bloco único; as chapas de aço exercem um efeito de cintamento sobre as placas de neoprene, reduzindo o seu achatamento excessivo, e aumentando as tensões admissíveis no apoio; os aparelhos de apoio assim constituídos são chamados de neoprene cintado ou fretado. A Fig. 6.7 mostra os aparelhos de apoio de neoprene, com e sem chapas de aço, submetidos a força cisalhante, momento fletor e força normal.

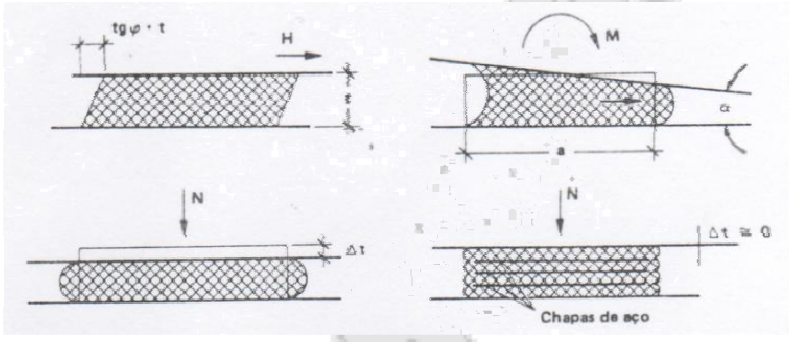
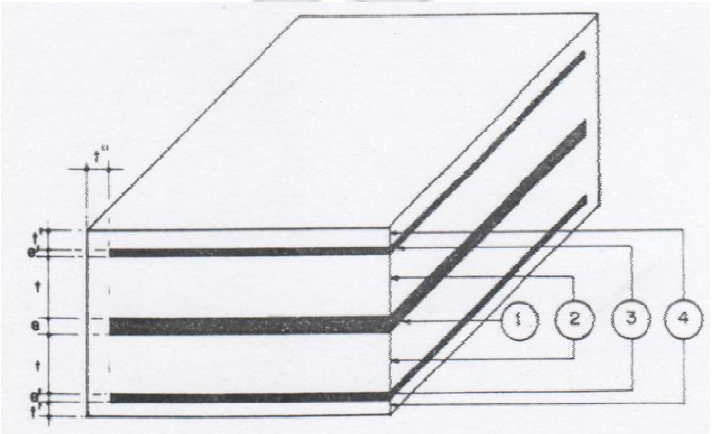


Fig. 6.7 Aparelhos de apoio de neoprene, com e sem chapas de aço, submetidos a esforços.

Os aparelhos de apoio de neoprene disponíveis no mercado têm forma retangular com dimensões desde 100mm até 900mm, variando de 50 em 50mm; as camadas de neoprene têm espessuras de 8, 10, 12, ou 16mm; as chapas de aço de fretagem do neoprene têm espessuras de 2 a 4mm. A Fig. 6.8 mostra as características anteriormente citadas.



1) (n-1) chapas intermediárias de aço de espessura “e” (e = 2, 3 ou 4 mm no caso geral);
2) “n” camadas intermediárias de elastômero de espessura “t” (t = 8, 10, 12 ou 16 mm no caso geral);
3) 2 chapas externas de aço, de espessura 2 mm no caso geral;
4) revestimento externo de elastômero de espessuras t’ = 2 a 3 mm e t” = 2 a 5 mm no caso geral.

Fig. 6.8 Características geométricas dos aparelhos de apoio de neoprene.

Quando se deseja maior mobilidade horizontal, ou a redução das reações horizontais em determinados apoios, pode-se empregar a articulação elástica deslizante conhecida como Neoflon (Fig. 6.9), que é constituída de neoprene associado com camadas de Teflon (politetrafluoretileno); o Teflon é uma resina que sob altas pressões apresenta coeficientes de atrito muito baixo, da ordem de 0,04.

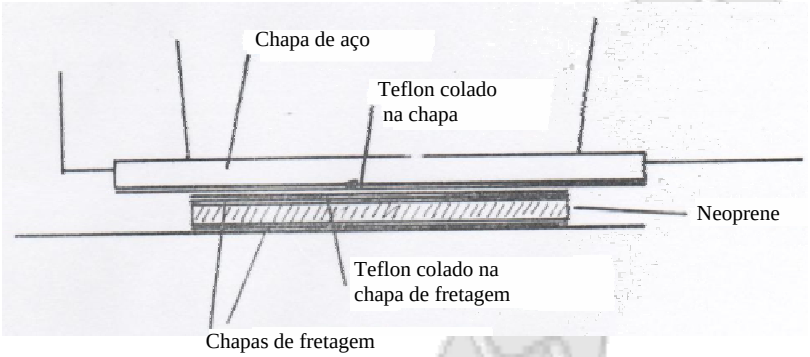


Fig. 6.9 Articulação elástica deslizante: Neoflon.

6.3. INFRAESTRUTURA

6.3.1. Encontros e pilares

Os encontros são elementos de transição entre a estrutura da ponte e o terrapleno, e têm a dupla função, de suporte da ponte, e de proteção do aterro contra a erosão.

Devem ser portanto dimensionados para resistir às reações verticais e horizontais da superestrutura, e também ao empuxo do aterro.

Os encontros (Fig. 6.10), têm um paramento frontal e alas laterais longitudinais, inclinadas, ou transversais. As alas laterais podem ser isoladas do paramento frontal, ou ligadas a ele formando uma estrutura monolítica.

Os pilares das pontes podem ser classificados em três tipos:

- de estrutura reticulada;

- de estrutura formada por lâminas;

- maciços.

Os pilares de estrutura reticulada (Fig. 6.11) podem ser constituídos por coluna única, colunas independentes, ou por pórticos planos e espaciais.

O pilar de coluna central única é muito comum nos viadutos urbanos, em que se deseja preservar espaço sob o viaduto.

Entre os pilares de estrutura reticulada, o mais comum é o constituído por um pórtico de duas colunas, para pontes com as larguras usuais (até 14 m); aumentando a largura da ponte há, em geral, conveniência em aumentar o número de colunas.

Por outro lado, aumentando a altura dos pilares, o pórtico passa a ter mais andares, pois o travamento intermediário se torna necessário para garantir a rigidez transversal adequada.

Sendo muito grande a altura dos pilares, acima de 40m, são utilizados os pórticos espaciais.

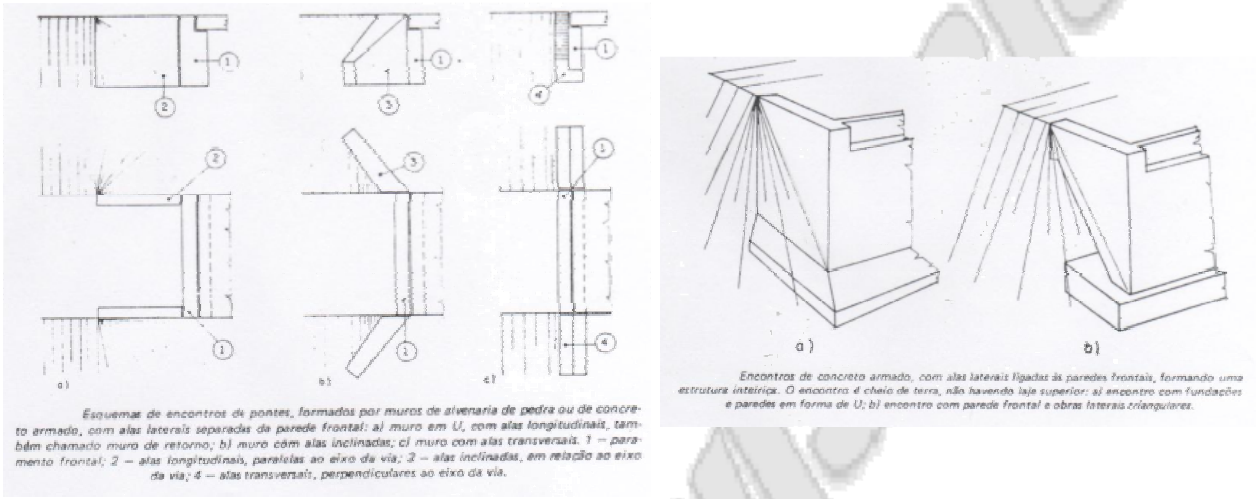


Fig. 6.10 Tipos e esquemas de encontros de pontes.

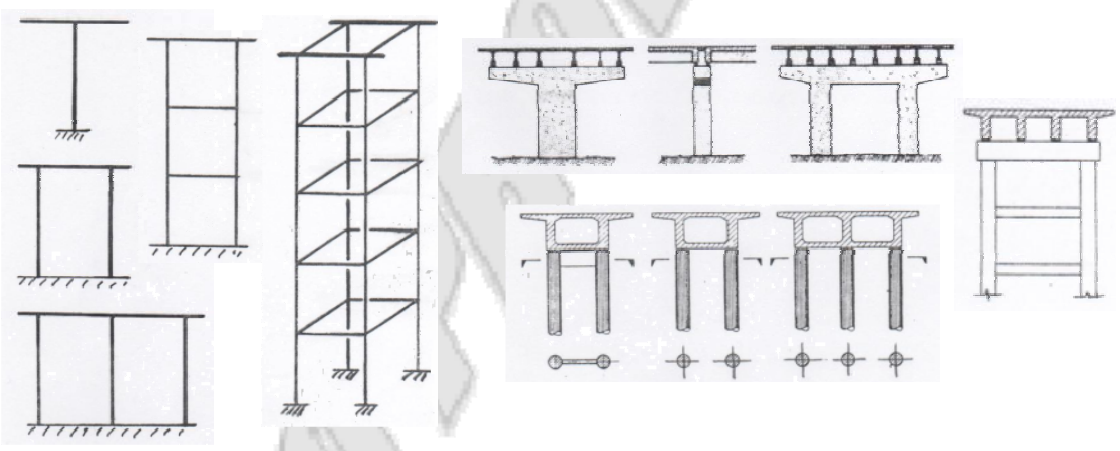


Fig. 6.11 Esquemas de pilares com estrutura reticulada.

Das estruturas formadas por lâminas (Fig. 6.12), a mais comum é a de lâmina única, muito usada por razões de estética, nos viadutos urbanos, a superestrutura desses viadutos é frequentemente de seção celular, adaptando-se mais facilmente aos pilares laminares.

É muito comum também o emprego de seções do tipo caixão, ou celular, nos pilares de grande altura,; as paredes podem ser contínuas fechadas em toda a altura, ou interrompidas, formando lâminas isoladas.

Os pilares maciços (Fig. 6.13), muito usados antigamente, construídos em alvenaria, são atualmente pouco utilizados.

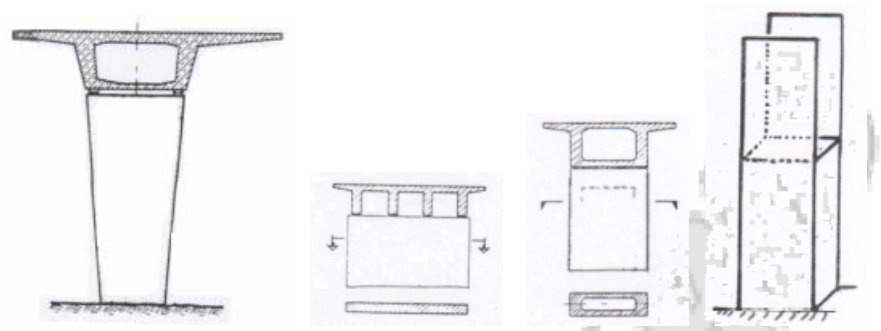


Fig. 6.12 Pilares com estrutura formada por lâminas.

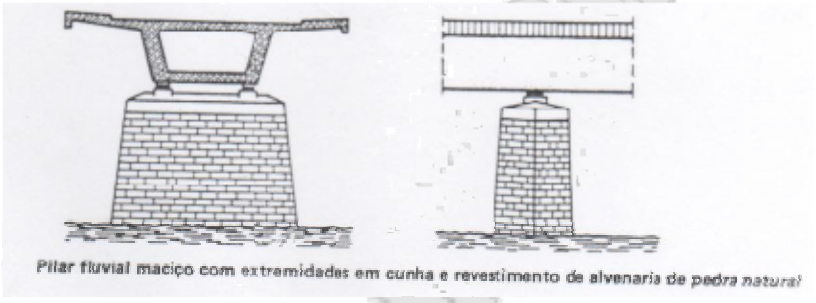


Fig. 6.13 Pilares maciços.

6.3.2. Fundações

Estruturalmente, as fundações das pontes podem ser divididas em quatro tipos:

- fundação direta;
- estacas;
- tubulões;
- especiais.

O tipo de solo, a presença ou não de água, a forma dos pilares, e as cargas a serem resistidas, são os principais fatores envolvidos na escolha do tipo de fundação.

6.3.2.1. Fundação Direta

Segundo a NBR 6122/96, fundação direta é aquela em que a carga é transmitida ao solo, predominantemente pelas tensões distribuídas sob a base do elemento estrutural de fundação.

Na prática, a fundação direta é economicamente viável quando o solo em pequena profundidade é relativamente resistente, com tensão admissível de no mínimo 300 kPa; além disso, é necessário que o terreno não seja sujeito a recalques. Pode ser de dois tipos (Fig. 6.14): sapata rígida e sapata flexível.

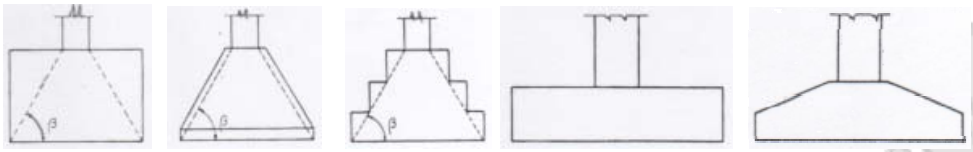


Fig. 6.14 Fundação direta: tipos de sapatas.

6.3.2.2. Estacas

A fundação por estacas é aquela em que a carga é transmitida ao solo pelas tensões distribuídas sob a base e o fuste do elemento estrutural de fundação. Como a resistência lateral também é utilizada no cálculo dos esforços solicitantes, o termo *fundação profunda* pode ser utilizado para designar a fundação por estacas.

A fundação por estacas pode ser em madeira, aço ou concreto.

As estacas de madeira são recomendáveis para obras provisórias, são em geral constituídas de peças roliças; as madeiras mais utilizadas são o eucalipto, a aroeira e o ipê.

As estacas de aço podem ser formadas por perfis laminados, soldados ou de chapa dobrada, simples ou compostos (Fig. 6.15).

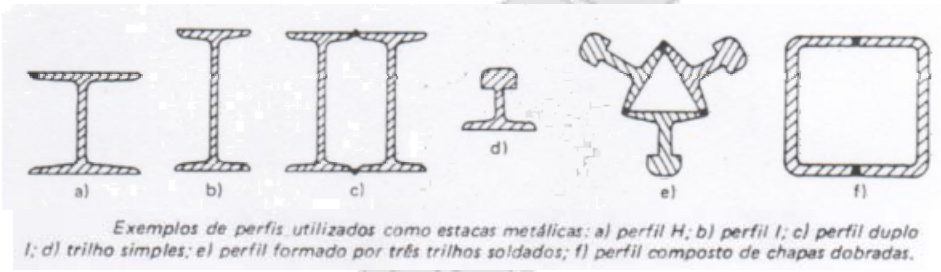


Fig. 6.15 Seções transversais de estacas metálicas.

As estacas de concreto podem ser pré-moldadas ou moldadas no local.

As pré-moldadas podem ser em concreto armado ou protendido. As seções mais usuais de estacas pré-moldadas de concreto são apresentadas na Fig. 6.16.

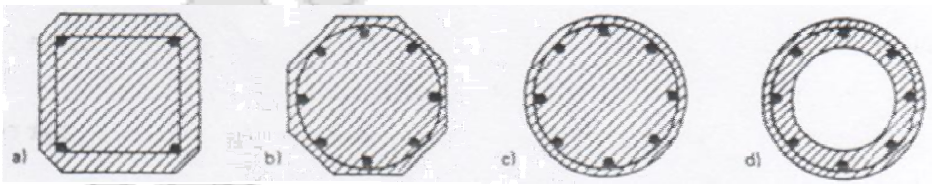
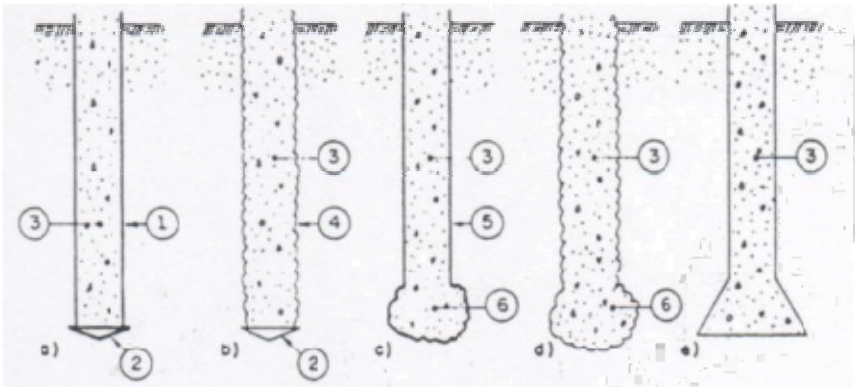


Fig. 6.16 Exemplos de seções transversais de estacas pré-moldadas em concreto armado: a) seção retangular; b) seção octogonal; c) seção circular; d) seção circular oca.

As estacas de concreto moldadas no local são normalmente executadas com auxílio de um tubo metálico, que pode ser recuperável ou perdido. Na Fig. 6.17 apresentam-se alguns tipos de estacas moldadas no local.



Tipos de estacas de concreto moldadas no local:

a) estaca tubada;
   1 — camisa metálica perdida
   2 — ponta metálica perdida
   3 — enchimento de concreto;

b) estaca tubada;
   4 — camisa metálica de parede fina cravada com auxílio de um mandril expansivo especial;

c) estaca tubada com base alargada;
   5 — camisa metálica perdida, cravada com uma bucha de concreto na extremidade inferior;
   6 — bulbo de concreto, executado com um martelo que trabalha por dentro do tubo, comprimindo o concreto contra o terreno;

d) estaca tipo Franki; utiliza-se um tubo removível, cravado com uma bucha de concreto até a profundidade desejada; o martelo passa então a compactar o concreto contra o terreno, fazendo a base; a seguir, o tubo é removido, concretando-se o fuste da estaca;

e) estaca construída com escavação prévia do terreno, sem revestimento (somente possível em terrenos argilosos com pouca água).

Fig. 6.17 Estacas moldadas no local.

6.3.2.3. Tubulões

A fundação por tubulão pode ser classificada como *fundação profunda*, pois ao longo do fuste pode ocorrer transferência de carga entre o solo e o fuste do tubulão. Porém, como comenta Cinta *et al.* (2003): *na prática profissional brasileira de projeto de fundações, há a tradição de não calcular a parcela de resistência lateral, supondo-a nula ou apenas o suficiente para equilibrar o peso próprio do tubulão, mesmo no caso de tubulões a céu-aberto.*

A fundação por tubulão é um poço escavado no terreno com auxílio de uma camisa metálica ou de concreto, no qual se faz um alargamento na base, e posteriormente preenchido com concreto.

A camisa metálica é um tubo de aço que é cravado no terreno antes de se iniciar a escavação.

A camisa de concreto é “cravada” no terreno simultaneamente com a escavação do poço; é executada em segmentos que vão sendo moldados na parte superior, à medida que a camisa desce no poço.

Acima do nível d’água, ou em terrenos pouco permeáveis, a escavação pode ser feita a céu aberto (Fig. 6.18).

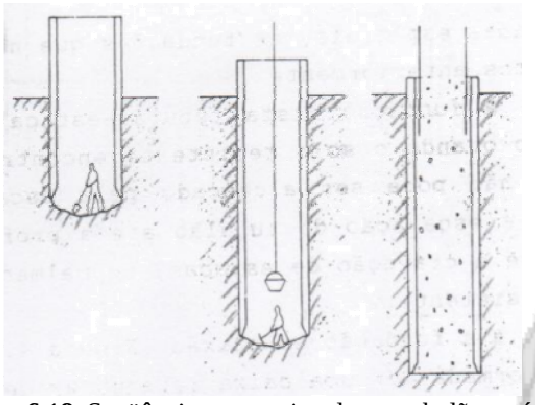


Fig. 6.18 Seqüência construtiva de um tubulão a céu aberto.

Não sendo possível escavar-se a céu aberto, devido à infiltração de água, fecha-se a parte superior da camisa com uma campânula especial, injetando-se ar comprimido no interior (Fig. 6.19). A pressão do ar expulsa a água, permitindo o trabalho a seco.

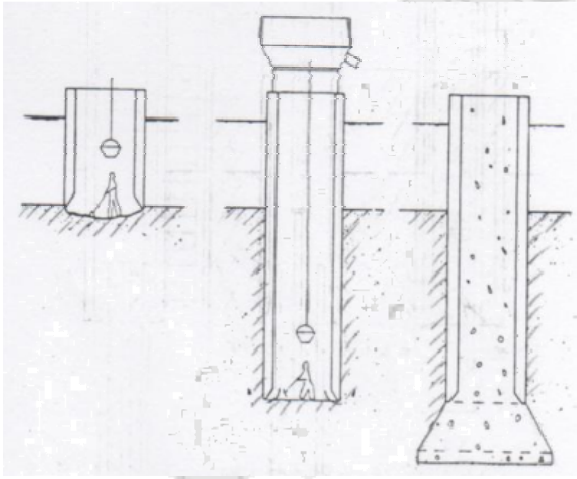


Fig. 6.19 Seqüência construtiva de um tubulão a ar comprimido.

6.3.2.4. Especiais

São consideradas especiais, as fundações que não se enquadram diretamente nos três tipos descritos anteriormente.

Um exemplo é a fundação mista tubulão-estaca (Fig. 6.20), que pode ser utilizado quando o solo resistente encontra-se a grande profundidade, e que não pode ser alcançando pela escavação do tubulão; nesse caso faz-se a escavação do tubulão até a profundidade possível, e em seguida faz-se a cravação de estacas, normalmente metálicas, para alcançar o solo resistente.

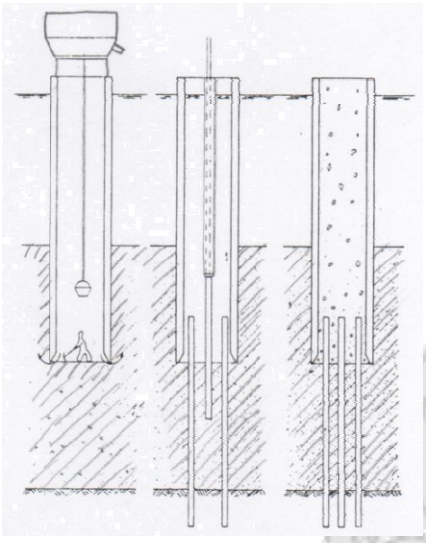


Fig. 6.20 Fundação mista tubulão-estaca.

Outro exemplo é a fundação em caixão (Fig. 6.21). É uma fundação de grande porte, formada por uma caixa retangular de aço ou de concreto, dentro da qual o terreno é escavado, a céu aberto ou com auxílio de ar comprimido; o caixão vai penetrando no solo, acompanhado a escavação, até atingir o solo resistente; posteriormente é feita a concretagem do interior do caixão escavado.

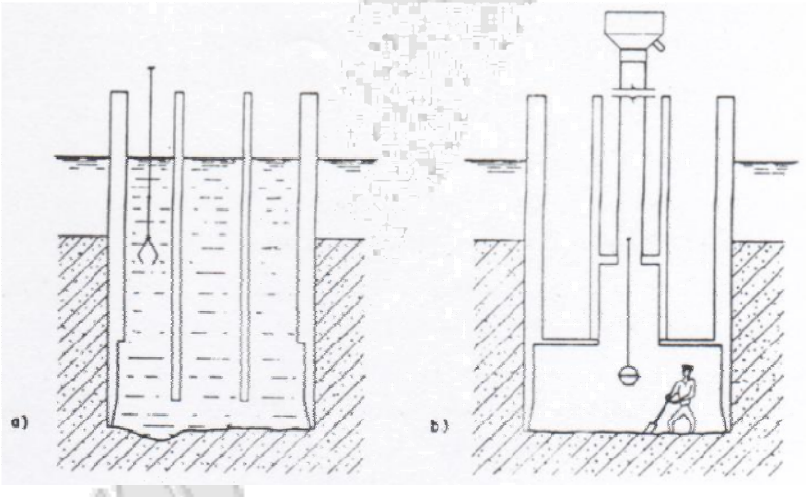


Fig. 6.21 Fundação em caixão: a) escavação a céu aberto, com escavadeira; b) escavação manual a ar comprimido.

O terceiro exemplo de fundação especial, é o tubulão tipo Bade-Wirth (Fig. 6.22), de grande profundidade, escavado mecanicamente e com concretagem submersa.

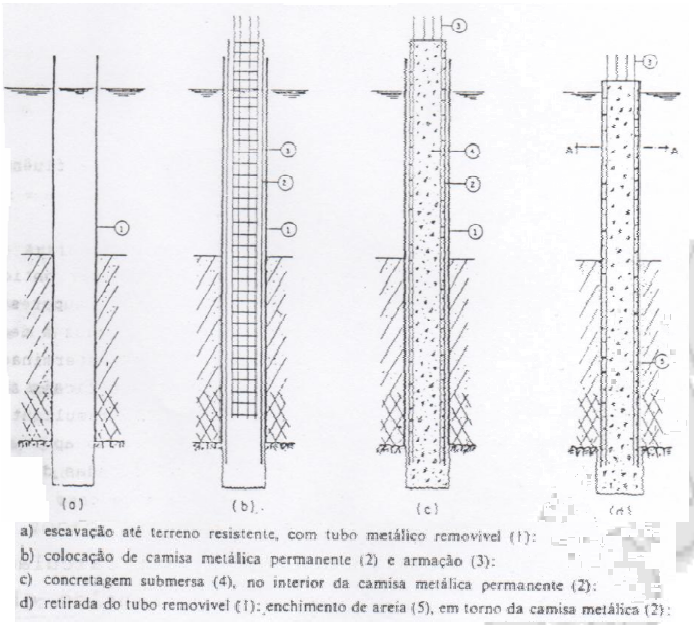


Fig. 6.22 Tubulões tipo Bade-Wirth.

BIBLIOGRAFIA

ABNT. NB 9062 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 1985.

ABNT. NBR 6122 – Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 1996.

BRAGA, W. A. Aparelhos de apoio das estruturas. São Paulo, Editora Edgard Blucher, 1986.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. Tensão admissível em fundações diretas. São Carlos - SP, Editora Rima, 2003.

D'ANDREA, V., ISHITANI, H. Distribuição dos esforços horizontais pontes em viga reta. Estrutura, Rio de Janeiro, nº 74, pg. 33-57, 19xx.

LEONHARDT, F. Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto, vol. 6, Rio de Janeiro, Editora Interciencia, 1979.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

TEXTO PROVISÓRIO

7. ESFORÇOS NOS APOIOS DAS PONTES

7.1. INTRODUÇÃO

Para analisar os esforços nos elementos dos apoios das pontes, as ações podem ser divididas em dois grupos:

- ações aplicadas na superestrutura que produzem esforços nos apoios;
- ações aplicadas diretamente nos elementos dos apoios.

Essas ações podem ser de dois tipos: verticais e horizontais.

- ações verticais:
    - carga permanente
    - carga móvel
    - impacto vertical.
- ações horizontais:
    - frenagem e aceleração da carga móvel
    - empuxo de terra e da sobrecarga
    - força centrífuga
    - impacto lateral
    - pressão do vento
    - deformações do tabuleiro causadas pela retração e fluência do concreto, pela variação de temperatura, e pela protensão
    - pressão de água
    - choque de veículos

Os esforços causados pelas ações verticais podem ser obtidos de maneira usual. No caso das ações verticais aplicadas na superestrutura, o cálculo dos esforços da própria superestrutura conduz à determinação das reações nos apoios, a partir das quais, são determinados os esforços nos elementos dos apoios. No caso das ações verticais aplicadas diretamente nos elementos dos apoios, os esforços resultantes podem ser obtidos através da análise isolada do elemento do apoio.

Os esforços causados pelas ações horizontais aplicadas diretamente nos apoios, podem ser obtidos de modo análogo ao do caso das ações verticais.

Por outro lado, os esforços nos apoios, provocados pelas ações horizontais aplicadas na superestrutura, devem ser calculados considerando o conjunto formado pela superestrutura e pelos elementos dos apoios. Esse é o tema que será tratado no presente capítulo.

7.2 CONSTANTES ELÁSTICAS DOS APOIOS

7.2.1. Definições

Para o cálculo dos esforços nos apoios, provocados pelas ações horizontais aplicadas na superestrutura, é feita a hipótese de proporcionalidade entre os deslocamentos horizontais e as reações horizontais. O fator de proporcionalidade é a constante elástica do apoio, que pode ser definida de duas formas: rigidez e flexibilidade.

Rigidez ou coeficiente de rigidez é a força necessária para produzir um deslocamento unitário.

$$k = F / \Delta \tag{7.1}$$

Flexibilidade ou coeficiente de flexibilidade é o deslocamento provocado por uma força unitária.

$$\delta = \Delta / F \tag{7.2}$$

Portanto,

$$k = 1 / \delta \tag{7.3}$$

7.2.2. Articulação fixa

No caso de articulação fixa, temos:

$$k = \infty \text{ e } \delta = 0 \tag{7.4}$$

7.2.3. Articulação móvel

No caso de articulação móvel, temos:

$$k = 0 \text{ e } \delta = \infty \tag{7.5}$$

TEXTO PROVISÓRIO

7.2.4. Aparelho de apoio de neoprene

No caso de neoprene, as expressões de k e δ pode ser deduzida com a aplicação da teoria da Resistência dos Materiais que fornece as seguintes expressões (Fig. 7.1):

$$\Delta = \gamma.h \tag{7.6}$$

$$\gamma = \tau / G \tag{7.7}$$

$$\tau = F / A \tag{7.8}$$

Onde, Δ = deslocamento horizontal

γ = distorção

h = espessura do neoprene

τ = tensão de cisalhamento

G = módulo de deformação transversal do neoprene

F = força horizontal

A = área em planta do neoprene

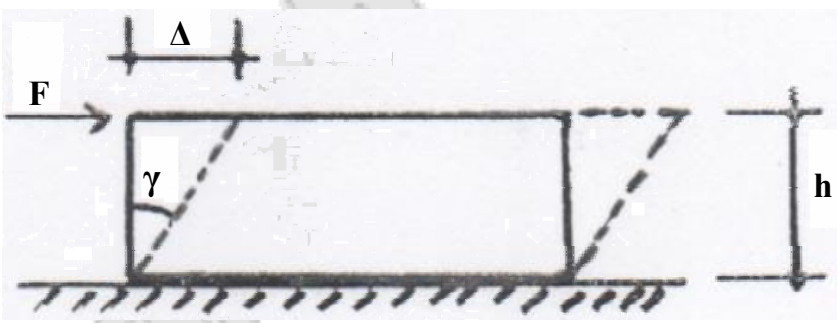


Fig. 7.1 Propriedades da resistência dos materiais: deslocamento horizontal (Δ) e distorção (γ).

Combinando as expressões obtém-se:

$$\Delta = F.h / G.A, \text{ implicando em: } \frac{F}{\Delta} = \frac{G.A}{h} \tag{7.9}$$

Portanto,

$$k = G.A / h \tag{7.10}$$

7.2.5. Pilar

No caso de pilar de seção transversal constante:

$\Delta = F.h^3 / 3.E.I$, implicando em: $\frac{F}{\Delta} = \frac{3.E.I}{h^3}$ (7.11)

Onde, Δ = deslocamento horizontal

F = força horizontal

h = altura do pilar

E = módulo de deformação longitudinal do concreto

I = momento de inércia da seção transversal do pilar

Portanto,

$$k = \frac{3.E.I}{h^3} \tag{7.12}$$

No caso de pilar de seção transversal variável:

$$\Delta = \int_0^h \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx = \int_0^h \frac{F \cdot x \cdot x}{E \cdot I} dx = \frac{F}{E} \int_0^h \frac{x^2}{I} dx \tag{7.13}$$

Portanto:

$$k = \frac{E}{\int_0^h \frac{x^2}{I} dx} \tag{7.14}$$

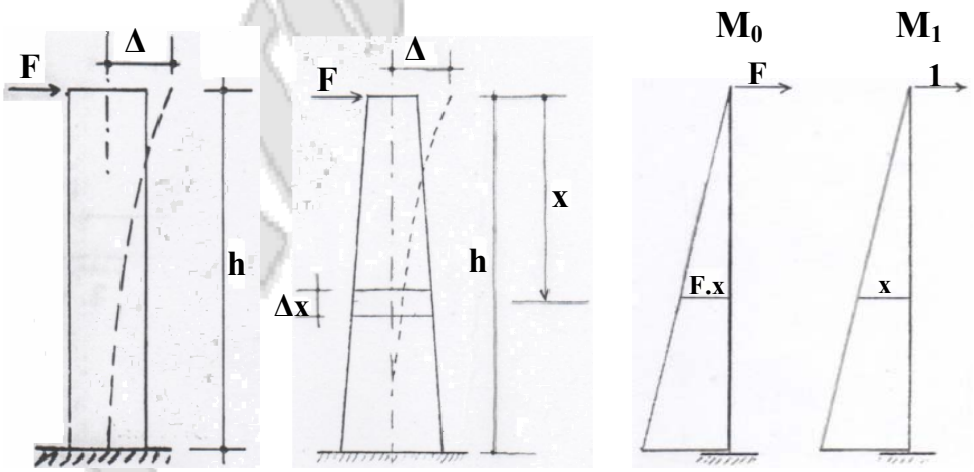


Fig. 7.2 Esforços gerados em pilares, com seção retangular constante e variável, submetidos a uma força horizontal.

7.2.6. Pilar com aparelho de apoio de neoprene

$$\Delta = \Delta_p + \Delta_n \tag{7.15}$$

Onde:

$$\Delta_p = \frac{F \cdot h_p^3}{3 \cdot E \cdot I} = \text{ deslocamento horizontal do topo do pilar} \tag{7.16}$$

$$\Delta_n = \frac{F \cdot h_n}{G \cdot A} = \text{ deslocamento horizontal do topo do neoprene} \tag{7.17}$$

Portanto:

$$\Delta = \frac{F \cdot h_p^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{F \cdot h_n}{G \cdot A} = F \cdot \left(\frac{h_p^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{h_n}{G \cdot A} \right) \tag{7.18}$$

E

$$k = \frac{1}{\dfrac{h_p^3}{3 \cdot E \cdot I} + \dfrac{h_n}{G \cdot A}} = \frac{1}{\dfrac{1}{k_p} + \dfrac{1}{k_n}} = \frac{1}{\delta_p + \delta_n} = \frac{1}{\delta} \tag{7.19}$$

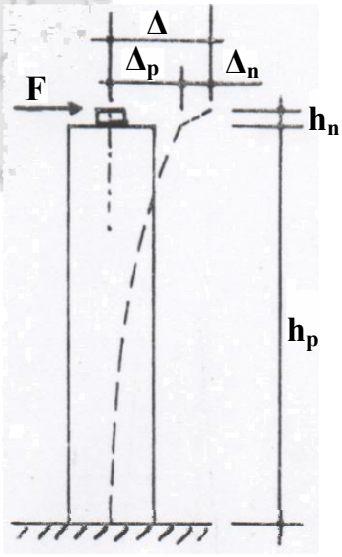


Fig. 7.3 Deslocamento em um pilar com aparelho de apoio de neoprene.

TEXTO PROVISÓRIO

7.3. PONTES DE TABULEIRO RETO ORTOGONAL CONTÍNUO

7.3.1. Efeito de uma força horizontal longitudinal

Para o cálculo das reações nos apoios provocadas por uma força horizontal longitudinal aplicada no tabuleiro, pode-se supor que esse tabuleiro seja rígido, e que ocorre uma translação do tabuleiro ao longo do eixo longitudinal da ponte.

Com essa hipótese, os deslocamento horizontais no topo de todos os apoios terão o mesmo valor, e as reações serão proporcionais à rigidez de cada apoio (Fig. 7.4).

Para cada apoio *i* pode-se escrever:

$$k_i = \frac{R_i}{\Delta_i} \tag{7.20}$$

Onde:

k_i é a rigidez de cada apoio na direção longitudinal

R_i é a reação horizontal

Δ_i é o deslocamento horizontal do topo do apoio.

Como $\Delta_i = \Delta$ (igual em todos os apoios): $R_i = \Delta \cdot k_i$

A condição de equilíbrio permite escrever:

$$F = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum R_i \tag{7.21}$$

Substituindo obtém-se:

$$F = \sum R_i = \sum \Delta \cdot k_i = \Delta \cdot \sum k_i \quad \text{ou} \quad \Delta = \frac{F}{\sum k_i} \tag{7.22}$$

Portanto,

$$R_i = \Delta \cdot k_i = \frac{F}{\sum k_i} \cdot k_i = F \cdot \frac{k_i}{\sum k_i} \tag{7.23}$$

TEXTO PROVISÓRIO

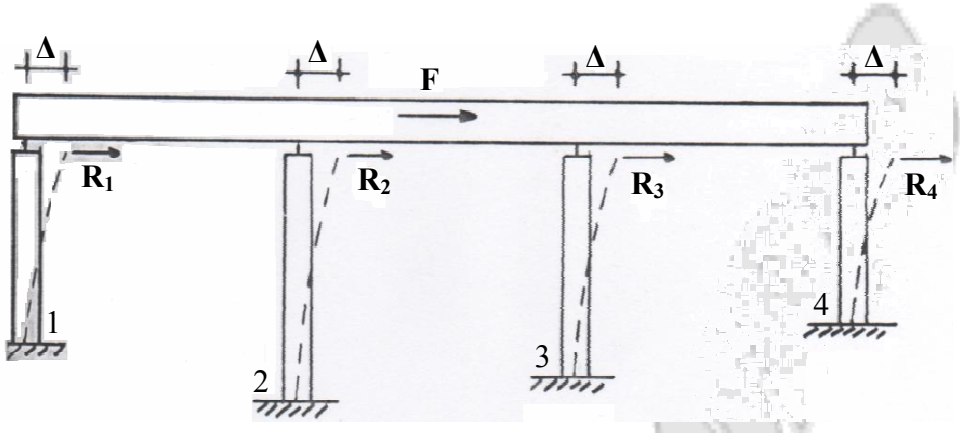


Fig. 7.4 Efeito de uma força horizontal longitudinal aplicada num tabuleiro.

7.3.2. Efeito de uma força horizontal transversal

O cálculo pode ser feito com raciocínio análogo ao do caso anterior, considerando agora a rigidez dos apoios na direção transversal, e além disso a possibilidade de ocorrer também a rotação do tabuleiro.

Então, sob a ação da força horizontal transversal, o tabuleiro rígido poderá sofrer uma translação e uma rotação (Fig. 7.5). A rotação se dará em torno de um ponto que será denominado *centro elástico transversal* (CET), que é o baricentro das rigidezes dos apoios na direção transversal.

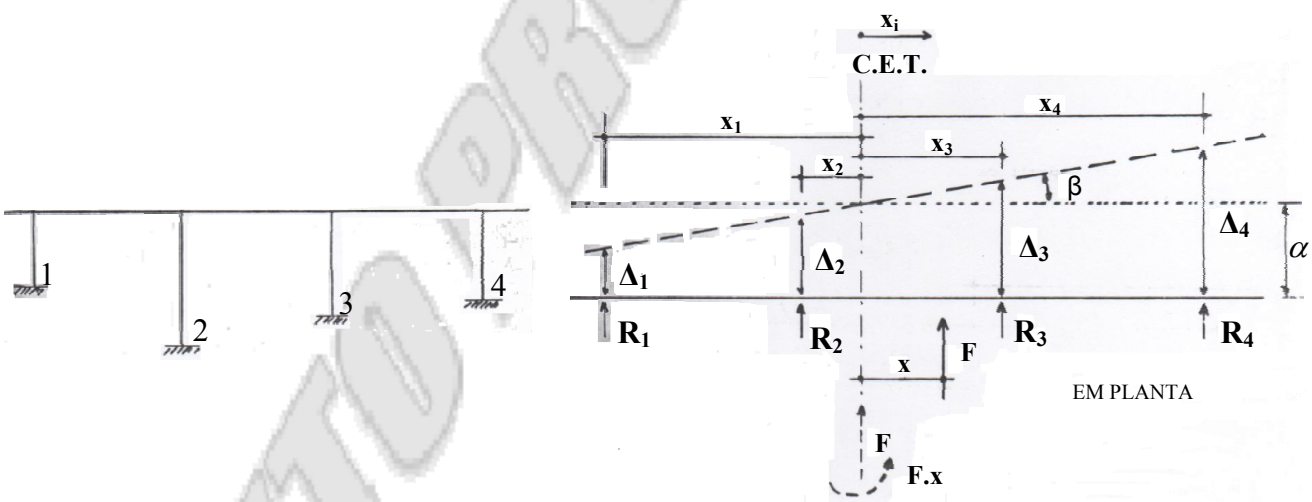


Fig. 7.5 Efeito de uma força horizontal transversal aplicada num tabuleiro.

O CET poderá ser determinado com o processo usual para cálculo de baricentro, isto é, impondo que:

$$\sum k_{ti} \cdot x_{ti} = 0 \qquad (7.24)$$

Onde:

k_{ti} é a rigidez de cada apoio na direção transversal

x_{ti} é a distância de cada apoio ao CET

Os deslocamentos Δ_i de cada apoio podem ser divididos em duas parcelas: a primeira referente ao efeito da translação (α) e o segunda ao efeito da rotação ($\beta \cdot x_{ti}$ **).**

Temos, portanto:

$$\Delta_i = \alpha + \beta \cdot x_{ti} \tag{7.25}$$

Logo,

$$R_{ti} = \Delta_i \cdot k_{ti} = (\alpha + \beta \cdot x_{ti}) \cdot k_{ti} \tag{7.26}$$

A condição de equilíbrio de forças permite escrever:

$$F = \sum R_{ti} \tag{7.27}$$

Substituindo obtém-se:

$$F = \sum (\alpha + \beta \cdot x_{ti}) \cdot k_{ti} = \alpha \cdot \sum k_{ti} + \beta \cdot \sum k_{ti} \cdot x_{ti} \tag{7.28}$$

Como:

$$\sum k_{ti} \cdot x_{ti} = 0 \tag{7.29}$$

Resulta:

$$F = \alpha \cdot \sum k_{ti} \text{ ou } \alpha = \frac{F}{\sum k_{ti}} \tag{7.30}$$

A condição de equilíbrio de momentos permite escrever:

$$F \cdot x = \sum R_{ti} \cdot x_{ti} \tag{7.31}$$

Onde x é a distância da força F ao CET.

Substituindo a expressão de R_{ti} deduzida anteriormente, obtém-se:

$$F \cdot x = \sum (\alpha + \beta \cdot x_{ti}) \cdot k_{ti} \cdot x_{ti} = \alpha \cdot \sum k_{ti} \cdot x_{ti} + \beta \cdot \sum k_{ti} \cdot x_{ti}^2 \tag{7.32}$$

Considerando a equação 7.29, a equação 7.32 fica:

$$F \cdot x = \beta \cdot \sum k_{ti} \cdot x_{ti}^2 \text{ ou } \beta = \frac{F \cdot x}{\sum k_{ti} \cdot x_{ti}^2} \tag{7.33}$$

TEXTO PROVISÓRIO

Sendo:

$$\sum k_{ti} = K \text{ e } \sum k_{ti} \cdot x_{ti}^2 = J \tag{7.34}$$

Pode-se escrever:

$$R_{ti} = \left(\frac{F}{K} + \frac{F \cdot x}{J} \cdot x_{ti} \right) \cdot k_{ti} \tag{7.35}$$

7.3.3. Efeito da deformação longitudinal do tabuleiro

A ação da retração e fluência do concreto, da variação de temperatura, e da protensão, provoca a deformação do tabuleiro; os apoios que têm articulações fixas ou elásticas, se opõem a essa deformação resultando em reações e deslocamentos horizontais no topo desses apoios.

Os deslocamentos dos pontos do tabuleiro se processam nos dois sentidos da direção longitudinal, existindo portanto um ponto onde o deslocamento será nulo; esse ponto é o baricentro das rigidezes dos apoios na direção longitudinal, e que será denominado Centro Elástico Longitudinal (CEL).

O CEL poderá ser determinado de maneira análoga à determinação do CET, apresentada anteriormente:

$$\sum k_i \cdot x_i = 0 \tag{7.36}$$

Onde:

k_i é a rigidez de cada apoio na direção longitudinal

x_i é a distância de cada apoio ao CEL

O deslocamento Δ_i de cada apoio é proporcional à distância x_i:

$$\Delta_i = \varepsilon \cdot x_i \tag{7.37}$$

Onde: $\varepsilon =$ deformação específica do tabuleiro

Portanto:

$$R_i = \Delta_i \cdot k_i = \varepsilon \cdot x_i \cdot k_i \tag{7.38}$$

TEXTO PROVISÓRIO

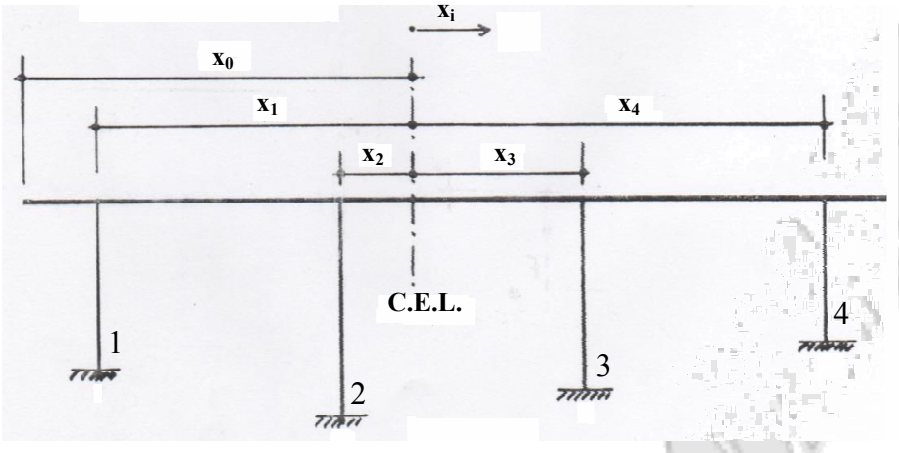


Fig. 7.6 Efeito da deformação longitudinal do tabuleiro.

7.4. PONTES DE TABULEIRO RETO ORTOGONAL DESCONTÍNUO

7.4.1. Procedimento de cálculo

O caso mais usual de ponte de tabuleiro reto ortogonal descontínuo é aquele em que os tramos são simplesmente apoiados, constituídos normalmente de vigas pré-moldadas protendidas, apoiadas sobre os pilares, em articulações do tipo elástico (neoprene).

Nesse caso, o cálculo das reações horizontais nos apoios pode ser por processo de propagação, em que a ação aplicada no tabuleiro é distribuída entre os apoios, através de coeficientes de propagação que por sua vez, são obtidos a partir dos coeficientes de rigidez dos apoios.

7.4.2. Coeficientes de rigidez

Os coeficientes de rigidez utilizados no processo de cálculo são os seguintes (Fig. 7.7):

k_i^e = rigidez do neoprene à esquerda do apoio i

k_i^d = rigidez do neoprene à direita do apoio i

k_i^p = rigidez do pilar do apoio i

k_i = rigidez global da estrutura à esquerda do apoio $(i+1)$

k_i = rigidez global da estrutura à direita do apoio $(i-1)$

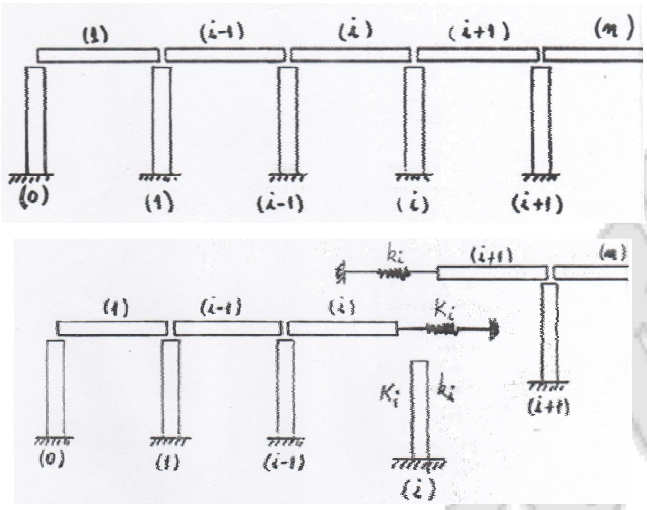


Fig. 7.7 Coeficientes de rigidez.

7.4.3. Coeficientes de propagação

Os coeficientes de propagação utilizados no processo são os seguintes (Fig. 7.8):

$$\alpha_{i,i-1} = \frac{F_{i-1}}{F_i} \tag{7.39}$$

$\alpha_{i,i-1}$ = coeficiente de propagação do esforço para a esquerda

Permite determinar a força no topo de um apoio, conhecendo-se a força aplicada no topo do apoio vizinho que fica à sua direita.

$$\alpha_{i,i+1} = \frac{F_{i+1}}{F_i} \tag{7.40}$$

$\alpha_{i,i+1}$ = coeficiente de propagação do esforço para a direita

Permite determinar a força no topo de um apoio, conhecendo-se a força aplicada no topo do apoio vizinho que fica à sua esquerda.

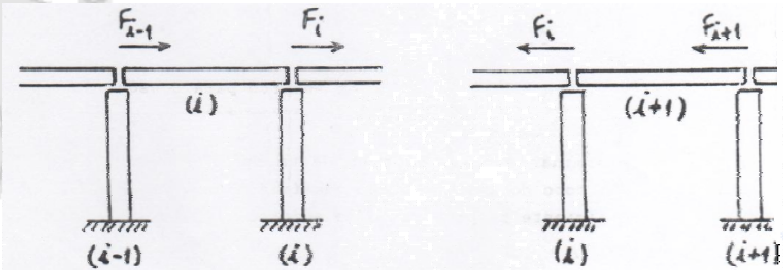


Fig. 7.8 Coeficientes de propagação.

7.4.4. Cálculo de $\alpha_{i,i-1}$ e k_i

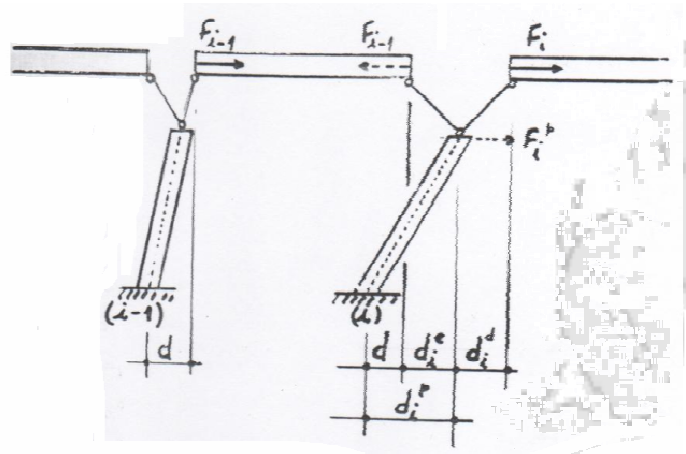


Fig. 7.9 Esquema para o cálculo de $\alpha_{i,i-1}$ e k_i .

A partir do esquema apresentando na Fig. 7.9 podemos escrever:

$$\alpha_{i,i-1} = \frac{F_{i-1}}{F_i} \tag{7.41}$$

$$F_{i-1} = k_{i-1} \cdot d \tag{7.42}$$

$$d = d_i^p - d_i^e \tag{7.43}$$

Substituindo a expressão 7.43 em 7.42, tem-se:

$$F_{i-1} = k_{i-1} \cdot (d_i^p - d_i^e) \tag{7.44}$$

Temos que:

$$d_i^p = F_i^p / k_i^p \tag{7.45}$$

$$d_i^e = F_{i-1} / k_i^e \tag{7.46}$$

Substituindo as expressões 7.45 e 7.46 em 7.44:

$$F_{i-1} = k_{i-1} \cdot \left(\frac{F_i^p}{k_i^p} - \frac{F_{i-1}}{k_i^e} \right) \tag{7.47}$$

$$F_{i-1} \cdot \left(1 + \frac{k_{i-1}}{k_i^e} \right) = \frac{k_{i-1} \cdot F_i^p}{k_i^p} \tag{7.48}$$

$$F_{i-1} \cdot \left(\frac{k_i^p}{k_{i-1}} + \frac{k_{i}^p}{k_i^e} \right) = F_i^p \tag{7.49}$$

Temos que:

$$F_{i-1} + F_i^p = F_i \tag{7.50}$$

$$F_i^p = F_i - F_{i-1} \tag{7.51}$$

Substituindo a expressão 7.48 em 7.47:

$$F_{i-1} \cdot \left(\frac{k_i^p}{k_{i-1}} + \frac{k_{i}^p}{k_i^e} \right) = F_i - F_{i-1} \tag{7.52}$$

$$F_{i-1} \cdot \left(1 + \frac{k_i^p}{k_{i-1}} + \frac{k_{i}^p}{k_i^e} \right) = F_i \tag{7.53}$$

$$\frac{F_{i-1}}{F_i} = \frac{1}{1 + \frac{k_i^p}{k_{i-1}} + \frac{k_i^p}{k_i^e}} \tag{7.54}$$

$$\alpha_{i,i-1} = \frac{F_{i-1}}{F_i} = \frac{1}{1 + \frac{k_i^p}{k_{i-1}} + \frac{k_i^p}{k_i^e}} \tag{7.55}$$

com $i = 0,1,2,\ldots,$ e $\alpha_{0,-1} = 0$, onde n é o número de tramos.

Substituindo a expressão 7.41 em 7.48:

$$F_i^{\,p} = F_i - F_i \cdot \alpha_{i,i-1} = F_i \cdot (1 - \alpha_{i,i-1}) \tag{7.56}$$

Temos que:

$$F_i = k_i \cdot (d_i^p + d_i^d) = k_i \cdot \left(\frac{F_i^{\,p}}{k_i^p} + \frac{F_i}{k_i^d} \right) \tag{7.57}$$

Substituindo 7.49 em 7.50:

$$F_i = k_i \cdot \left(\frac{F_i \cdot (1 - \alpha_{i,i-1})}{k_i^p} + \frac{F_i}{k_i^d} \right) \tag{7.58}$$

TEXTO PROVISÓRIO

Logo,

$$k_i = \frac{1}{\frac{1-\alpha_{i,i-1}}{k_i^p} + \frac{1}{k_i^d}} \text{ ou } k_i = \frac{k_i^p}{1-\alpha_{i,i-1} + \frac{k_i^p}{k_i^d}} \tag{7.59}$$

com $i = 0,1,2,\ldots,n-1$.

7.4.5. Cálculo de $\alpha_{i,i+1}$ e K_i

De maneira análoga obtém-se:

$$\alpha_{i,i+1} = \frac{F_{i+1}}{F_i} = \frac{1}{1 + \frac{k_i^p}{k_{i+1}} + \frac{k_i^p}{k_i^d}} \tag{7.60}$$

com $i = n, n-1,\ldots,0$ e $\alpha_{n,n+1} = 0$

$$K_i = \frac{k_i^p}{1-\alpha_{i,i+1} + \frac{k_i^p}{k_i^e}} \tag{7.61}$$

com $i = n, n-1,\ldots,1$

7.4.6. Roteiro de cálculo

a) Determinar os coeficientes $\alpha_{i,i-1}$ e k_i a partir de $\alpha_{0,-1} = 0$ alternadamente: k_0, $\alpha_{1,0}$, k_1, $\alpha_{2,1},\ldots,k_{n-1}$, $\alpha_{n,n-1}$.

b) Determinar os coeficientes $\alpha_{i,i+1}$ e K_i a partir de $\alpha_{n,n+1} = 0$ alternadamente: K_n, $\alpha_{n-1,n}$, K_{n-1}, $\alpha_{n-2,n-1},\ldots,K_1$, $\alpha_{0,1}$.

c) No caso de força horizontal longitudinal F no tramo *i* :

- distribuir a força F entre os apoios do tramo *i* (Fig. 7.10):

$$F_{i-1}^d = \frac{k_{i-1}}{k_{i-1} + K_i} \cdot F \quad \text{e} \quad F_i^e = \frac{K_i}{k_{i-1} + K_i} \cdot F \tag{7.62}$$

- propagar F_{i-1}^d para a esquerda utilizando os coeficientes de propagação $\alpha_{i,i-1}$:

- propagar F_i^e para a direita utilizando os coeficientes de propagação $\alpha_{i,i+1}$:

TEXTO PROVISÓRIO

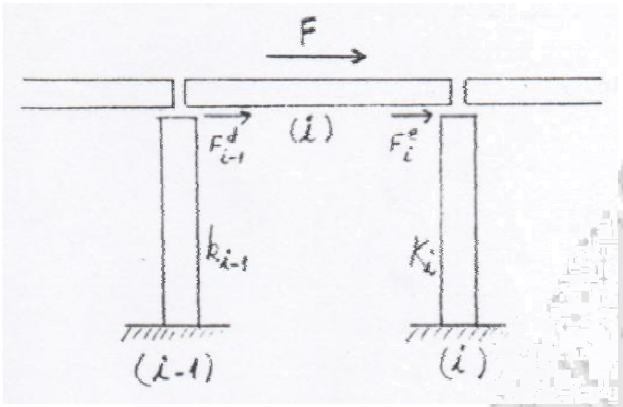


Fig. 7.10 Distribuição da força F entre os apoios do tramo i.

d) No caso de deformação ε do tramo *i* :

- determinar (Fig. 7.11):

$$F_{i-1}^{d} = -F_{i}^{e} = -\frac{\varepsilon \cdot l \cdot k_{i-1} \cdot K_i}{k_{i-1} + K_i} \tag{7.63}$$

- propagar F_{i-1}^{d} e F_{i}^{e} como no caso anterior.

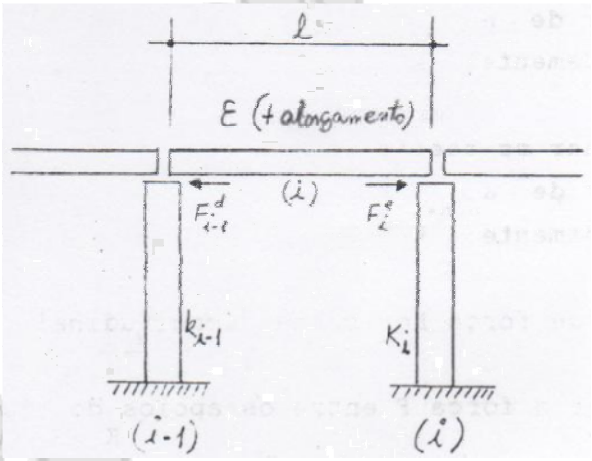


Fig. 7.11 Deformação ε no tramo i.

7.5 DIMENSIONAMENTO DE APARELHOS DE APOIO DE NEOPRENE

O dimensionamento de aparelhos de apoio de neoprene consiste em:

- fixar as dimensões em planta (a e b)
- estabelecer a espessura da placa ou das placas
- determinar o número de placas de neoprene (para neoprene cintado)

- verificar as diversas condições de segurança.

As verificações as serem feitas são:

- pressão de contato
- deformação de compressão (afundamento do apoio)
- deformação de cisalhamento (limite de distorção)
- limitação da tensão de cisalhamento
- segurança ao deslizamento
- condição de não levantamento da borda menos carregada
- condição de estabilidade
- resistência das chapas de aço

Nos casos usuais, faz-se inicialmente o pré-dimensionamento, e em seguida são feitas as verificações.

7.5.1. Pré-dimensionamento

7.5.1.1 Dimensões em planta (Fig. 7.12)

$$a \cdot b \geq \frac{N_{\max}}{\sigma_{adm}} \tag{7.64}$$

Com: $\sigma_{adm} = 7MPa$ para neoprene simples e $\sigma_{adm} = 11MPa$ para neoprene cintado.

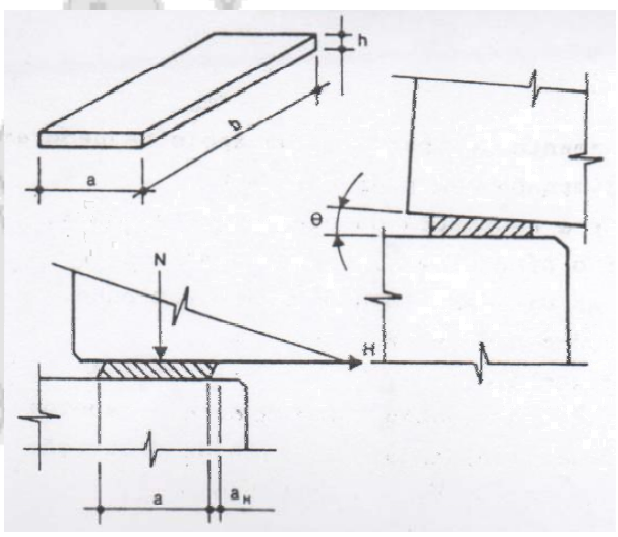


Fig. 7.12 Aparelho de apoio de neoprene: dimensões em planta.

7.5.1.2 Altura do neoprene

$$h = 2 \cdot a_{H1} \tag{7.65}$$

Onde: a_{H1} = deslocamento horizontal provocado pelas ações de aplicação lenta (retração, fluência, temperatura).

7.5.2 Verificações

7.5.2.1 Limite da deformação por compressão (afundamento)

A variação da altura da almofada pode ser determinada por:

$$\Delta h = n \cdot \frac{\sigma_m^{'} \cdot h_1}{4 \cdot G \cdot B + 3 \cdot \sigma_m^{'}} \tag{7.66}$$

Onde:

n = número de placas

$\sigma_m^{'} = N / A^{'}$ com $N = N_{\max} (= N_{g+q})$ e $A^{'} = (a - a_H) \cdot b$

h_1 = espessura de cada camada de neoprene

G = módulo de deformação transversal do neoprene

$B = \dfrac{a \cdot b}{2 \cdot h_1 \cdot (a + b)}$ (fator de forma)

A deformação por compressão deve ser limitada a 15%, ou seja:

$$\frac{\Delta h}{h} < 0{,}15 \quad \text{logo: } \Delta h < 0{,}15 \cdot h \tag{7.67}$$

7.5.2.2 Limite da deformação por cisalhamento (Fig. 7.13)

$$tg(\gamma) = \frac{a_H}{h} < 0{,}7 \quad \text{ou} \quad a_H = a_{H1} + a_{H2} < 0{,}7 \cdot h \tag{7.68}$$

Onde: a_{H2} = deslocamento horizontal provocado pelas ações acidentais de curta duração (ações "instantâneas"): frenagem, aceleração, vento, etc.

Com:

$$a_{H2} = \frac{H}{(2.G).A}.h \tag{7.69}$$

Cabe salientar que o limite indicado na norma NBR 9062 (Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado) é 0,5 em vez de 0,7 aqui utilizado.

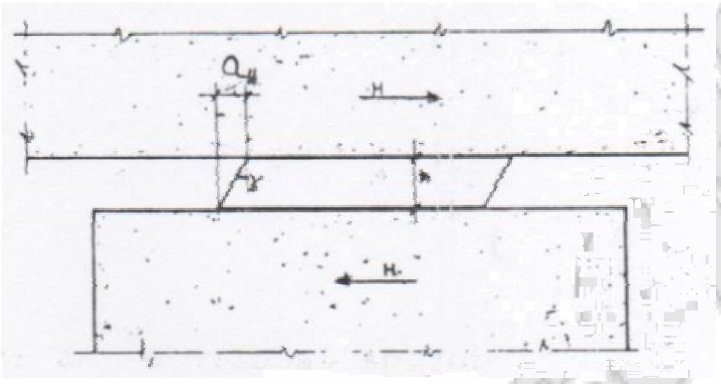


Fig. 7.13 Aparelho de apoio de neoprene: limite da deformação por cisalhamento.

7.5.2.3 Limitação da tensão de cisalhamento

Deve ser satisfeita a seguinte relação:

$$\tau_N + \tau_H + \tau_\theta < 5 \cdot G \tag{7.70}$$

Onde:

$$\tau_N = \frac{1{,}5 \cdot (N_g + 1{,}5 \cdot N_q)}{B_i \cdot a \cdot b} \tag{7.71}$$

$$\tau_H = \frac{G \cdot a_H}{h} = \frac{H_1 + 0{,}5 \cdot H_2}{a \cdot b} \tag{7.72}$$

$$\tau_\theta = \frac{G \cdot a^2}{2 \cdot h_i \cdot h} \cdot (tg(\theta_g) + 1{,}5 \cdot tg(\theta_q)) \tag{7.73}$$

Observações:

- estas expressões devem ser aplicadas para cada camada de neoprene e também são válidas para almofada simples.

- deve ser verificada também a atuação de carga permanente isoladamente.

- no caso de elementos pré-moldados é recomendada a adoção de uma rotação inicial devida à imprecisão de montagem $\theta_0 = 0{,}01 rad$ que deverá ser somada às parcelas para o cálculo de τ_θ.

7.5.2.4 Segurança contra o deslizamento

Devem ser satisfeitas as seguintes condições:

a) $H < \mu \cdot N$

onde: $\mu = 0{,}1 + \frac{0{,}6}{\sigma_m^{'}}$ com $\sigma_m^{'}$ em MPa.

Com:

$$\sigma_m^{'} = \frac{N_g}{A^{'}} \qquad H = H_1 \quad \text{e} \quad N = N_g \tag{7.74}$$

Ou

$$\sigma_m^{'} = \frac{N_g + N_q}{A^{'}} \qquad H = H_1 + H_2 \quad \text{e} \quad N = N_g + N_q \tag{7.75}$$

Sendo:

$$H_1 = a_{H1} \cdot \frac{G \cdot A}{h} \tag{7.76}$$

$H_2 =$ força horizontal devida às cargas instantâneas.

b) $\frac{N_{\min}}{A^{'}} \geq \left(1 + \frac{a}{b}\right)$ em MPa

Para almofadas cintadas deve-se ter: $\frac{N_{\min}}{A^{'}} \geq 2MPa$.

Se os limites a) e b) não forem obedecidos, deve-se empregar xxx positivos que impeçam o deslocamento da almofada.

7.5.2.5 Condição de não levantamento da borda menos carregada

a) Almofada simples

a) $tg(\theta_g) < \frac{2 \cdot h_1}{a}$ com $h_1 = \frac{h \cdot \sigma_g}{10 \cdot G \cdot B + 2 \cdot \sigma_g}$

onde:

$$\sigma_g = \frac{N_g}{(a - a_H) \cdot b} \quad \text{e} \quad B = \frac{a \cdot b}{2 \cdot h \cdot (a + b)} \tag{7.77}$$

TEXTO PROVISÓRIO

b) $tg(\theta_g)+1{,}5\cdot tg(\theta_q)\le\dfrac{2\cdot h_2}{a}$ com $h_2=\dfrac{h\cdot\sigma_{g+q}}{10\cdot G\cdot B+2\cdot\sigma_{g+q}}$

onde:

$$\sigma_{g+q}=\frac{N_g+N_q}{(a-a_H)\cdot b}\quad\text{e}\quad B=\frac{a\cdot b}{2\cdot h\cdot(a+b)} \tag{7.78}$$

b) Almofada cintadas

a) $tg(\theta_g)\le\dfrac{6\cdot\sum h_{1i}}{a}$ com $h_{1i}=\dfrac{h_i\cdot\sigma_g}{4\cdot G\cdot B_i^2+3\cdot\sigma_g}$

onde:

$B=\dfrac{a\cdot b}{2\cdot h_i\cdot(a+b)}$ e σ_g: tem o mesmo significado do caso anterior (7.79)

b) $tg(\theta_g)+1{,}5\cdot tg(\theta_q)\le\dfrac{6\cdot\sum h_{2i}}{a}$ com $h_{2i}=\dfrac{h_i\cdot\sigma_{g+q}}{4\cdot G\cdot B_i^2+3\cdot\sigma_{g+q}}$

7.5.2.6 Verificação da estabilidade

Dispensa-se a verificação da estabilidade da almofada se $h<a/5$.

Se esta condição não for satisfeita, a verificação pode ser feita com: $\sigma_m^{'}<\dfrac{2\cdot a}{3\cdot h}\cdot G\cdot B$

7.5.2.7 Verificação das chapas de aço

$$h_s\ge\frac{a\cdot\sigma_m^{'}}{B\cdot\sigma_s} \tag{7.80}$$

Onde: $\sigma_s=150MPa$ (tensão admissível do aço)

As chapas externas podem ficar com metade da espessura calculada, geralmente elas têm a espessura mínima de 2mm.

TEXTO PROVISÓRIO

7.5.2.8 Módulo de deformação transversal do neoprene

Não sendo conhecido o valor do módulo de deformação transversal do neoprene G, obtido através de ensaio experimental, podem ser adotados os valores da tabela a seguir, em função da dureza Shore A.

Tabela 7.1 Módulo de deformação transversal do neoprene em função da dureza Shore A.

Dureza Shore A	50	60	70
Módulo G (MPa)	0,8	1	1,2

BIBLIOGRAFIA

ABNT. NB 9062 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 1985.

BRAGA, W. A. Aparelhos de apoio das estruturas. São Paulo, Editora Edgard Blucher, 1986.

D'ANDREA, V., ISHITANI, H. Distribuição dos esforços horizontais pontes em viga reta. Estrutura, Rio de Janeiro, nº 74, pg 33-57, 19xx.

LEONHARDT, F. Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto, vol. 6, Rio de Janeiro, Editora Interciencia, 1979.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

TEXTO PROVISÓRIO

8. PROCESSOS CONSTRUTIVOS

8.1. INTRODUÇÃO

Os processos de construção das pontes de concreto são aqui apresentados visando complementar as informações vistas sumariamente no capítulo 1.

Pela importância, tanto como processo construtivo, como pela influência no arranjo estrutural e na avaliação dos esforços solicitantes durante a fase construtiva, o assunto recebe um tratamento de destaque dentro da tecnologia da construção das pontes.

Destaca-se ainda que nesta apresentação dos processos construtivos serão vistos os aspectos gerais de cada um dos processos não se prendendo a detalhes específicos.

Os processos construtivos das pontes podem ser classificados da seguinte forma:

- Moldagem no local:
  a) com cimbramento fixo;
  b) com cimbramento móvel para todo o tabuleiro;
  c) com cimbramento móvel para vigas isoladas;
  d) com balanços sucessivos;
- Pré-moldados (parcial ou total):
  e) com elementos que vencem todo o vão;
  f) com elementos menores que os vãos;
  g) com balanços sucessivos;
  h) com aduelas montadas sobre cimbramento;
  i) com deslocamentos sucessivos.

Para os processos construtivos com moldagem no local, o cimbramento - estrutura de suporte das fôrmas - pode ser fixo ou móvel.

O cimbramento é considerado fixo quando após a sua utilização, ele deve ser desmontado, podendo ou não ser reutilizado em outras partes da ponte.

TEXTO PROVISÓRIO

O cimbramento é considerado móvel quando existem dispositivos que permitem deslocar o cimbramento, sem desmontá-lo, após a desmoldagem de um segmento ou tramo da ponte.

Os cimbramentos podem ainda ser classificados em:

- cimbramento com apoios intermediários;
- cimbramento sem apoios intermediários.

Normalmente os cimbramentos fixos têm apoios intermediários enquanto que nos cimbramentos móveis é mais comum o caso sem apoios intermediários.

Em razão de características comuns, os processos construtivos serão enquadrados nesta apresentação da seguinte forma:

- moldagem no local com cimbramento fixo (a);
- pré-moldagem com elementos que vencem todo o vão e suas variações (c, e, f);
- balanços sucessivos (d, g);
- deslocamentos sucessivos (i);
- moldagem no local com cimbramento móvel (b).

Note-se que nesta nova classificação os casos (c), (e) e (f) estão agrupados no mesmo item, o mesmo ocorrendo com os casos (d) e (g). A justificativa para este procedimento será vista quando da apresentação desses processos construtivos.

No caso do emprego de aduelas pré-moldadas sobre cimbramento, este pode ser fixo ou móvel.

8.2. CONCRETO MOLDADO NO LOCAL COM CIMBRAMENTO FIXO

Trata-se do processo construtivo mais antigo e que pode ser denominado de tradicional.

O cimbramento deve ser seguro e garantir as dimensões previstas no projeto, de forma que o emprego de fundações provisórias para o cimbramento é comum.

O cimbramento deve ser projetado para suportar o peso do concreto fresco e as sobrecargas provenientes de pessoas e de equipamentos a serem empregados na construção.

Além disso, o cimbramento deve ser projetado de forma a não perturbar demasiadamente as condições de tráfego ou de escoamento da área no local de implantação.

Embora seja denominado de tradicional, este processo pode apresentar variações, conforme se trate de pontes em viga, em pórtico, ou em arco, e em função das condições de implantação da obra.

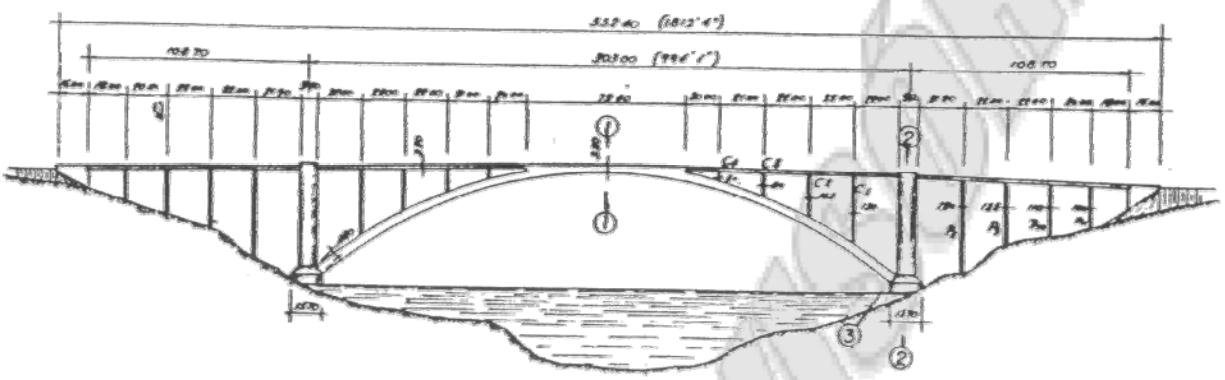
Um exemplo de ponte construída com cimbramento especial é a Ponte de Amizade sobre o Rio Paraná (**Fig. 8.1** e **Fig. 8.2**), na qual foi utilizado um arco metálico em treliça, construído em balanços sucessivos, para servir de cimbre para a moldagem de arco de concreto da ponte.

Para um estudo mais profundo sobre os cimbramentos das estruturas de concreto pode-se consultar PFEIL (1987).

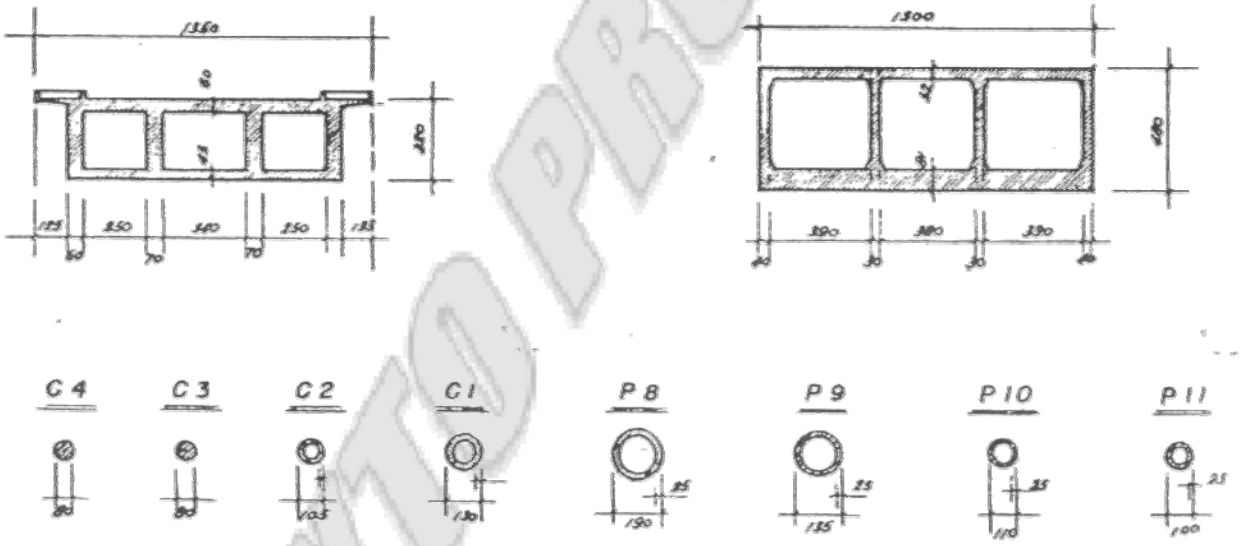
No passado não muito longínquo, empregava-se quase que exclusivamente a madeira na execução do cimbramento. Hoje em dia é cada vez mais freqüente o emprego do cimbramento

metálico. Existem firmas especializadas no fornecimento de elementos para a montagem de cimbramento, mediante aluguel ou mesmo venda.

Dependendo das condições do local de implantação da obra, o cimbramento pode se tornar um dos principais problemas na construção da obra, o que acarretou o aparecimento de técnicas que contornam as dificuldades provocadas pelo cimbramento convencional, e portanto reduzem o custo da construção, conforme serão vistas a seguir.



Vista geral da estrutura

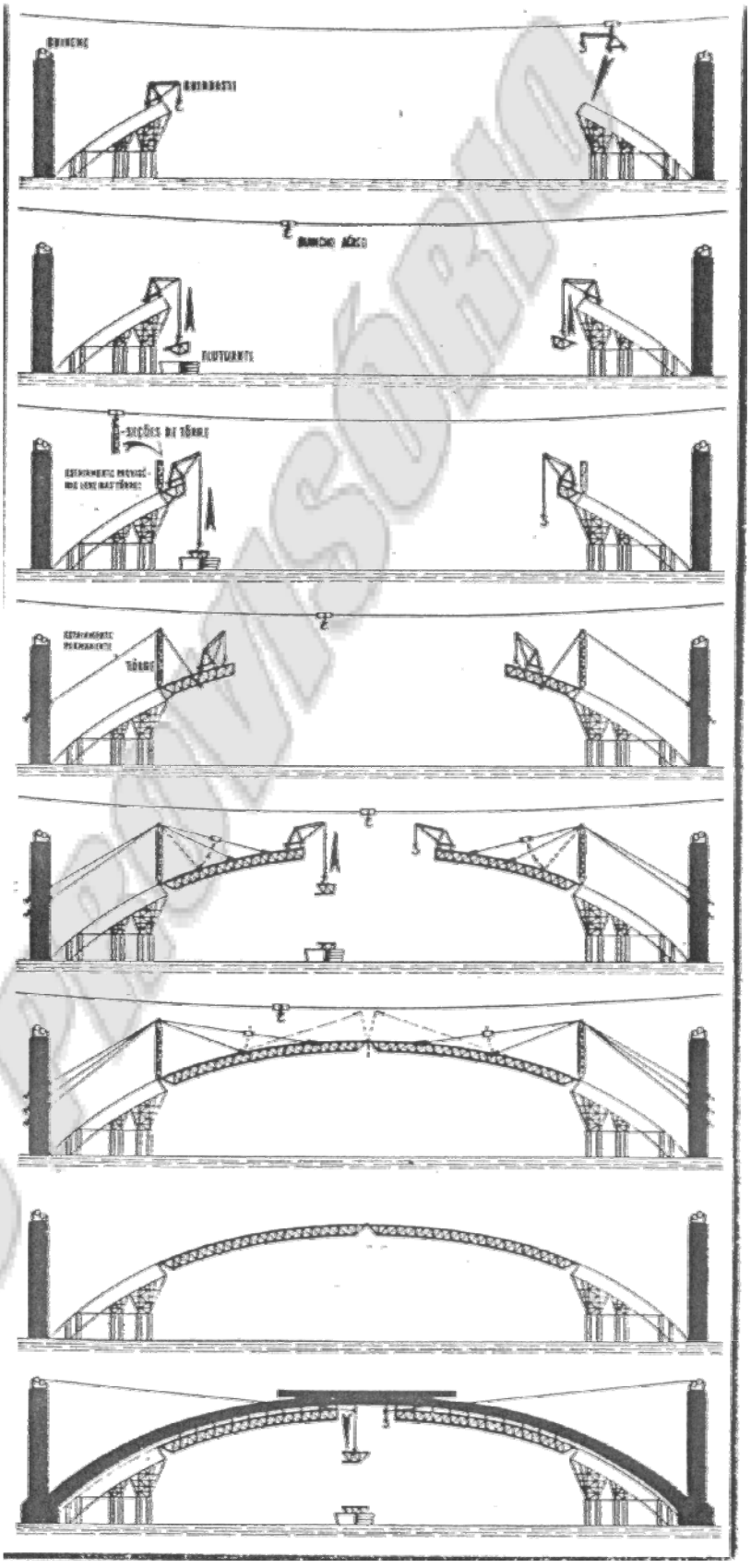


Seções transversais mais importantes da obra

Arco biengastado de concreto com vão de 290m

Fig. 8.1 Ponte da Amizade sobre o Rio Paraná – 1962. Fonte: VASCONCELOS (1985).

A ilustração fixa a seqüência da montagem do cimbre metálico. Os pilones e os escoramentos de concreto foram o início, permitindo, com o auxílio de um "blondin", instalar guinchos e guindastes móveis. Estes retiraram de um flutuante as primeiras seções do arco pré-montadas. A montagem prosseguiu em balanços sucessivos através de torres provisórias e de cabos de aço.



Esquema de montagem do cimbre metálico

Fig. 8.2 Ponte da Amizade sobre o Rio Paraná – 1962. Fonte: Revista O Dirigente Construtor - Março/1965.

8.3. ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS QUE VENCEM TODO O VÃO E SUAS VARIAÇÕES

Este processo construtivo consiste no emprego de elementos pré-moldados que, geralmente, tem o comprimento suficiente para vencer os vãos da ponte, de forma a dispensar o cimbramento.

A idéia básica é subdividir o tabuleiro em faixas longitudinais (no caso de pontes de laje), ou em vigas longitudinais (no caso de pontes de vigas), as quais serão unidas por concreto moldado no local, e em geral protendidas transversalmente.

No caso das pontes de vigas, via de regra, as lajes são moldadas no local, visando a redução do peso dos elementos pré-moldados; as formas das lajes ficam neste caso escoradas nos próprios elementos pré-moldados.

Os elementos pré-moldados podem ser executados em fábricas ou mesmo em instalações adequadas junto ao local de implantação da ponte. Embora seja um mercado pouco explorado, comparado com países mais desenvolvidos, existem empresas no Brasil que fornecem elementos pré-moldados para a execução de pontes de laje com vãos não muito grandes, compatíveis com as possibilidades do seu transporte.

Um dos principais condicionantes neste tipo de execução são os equipamentos de elevação e transporte para a colocação dos elementos pré-moldados no local definitivo, os quais dependem fundamentalmente do peso desses elementos.

A **Fig. 8.3** ilustra algumas possibilidades de colocação dos elementos pré-moldados. As alternativas mais empregadas são, o uso de guindastes quando o seu acesso no local é possível, e o uso de treliça de lançamento que se apoiam em partes já executadas da ponte (normalmente as travessas de apoio). A segunda alternativa é mais indicada quando se tem uma sucessão de tramos iguais. Segundo LEONHARDT (1979), já foram executadas pontes com vigas pré-moldadas de 53m pesando 2.000 kN (200 tf), montadas por meio de treliças.

Com o processo em epígrafe foi construída a primeira obra em concreto protendido do Brasil: a Ponte do Galeão sobre a Baía de Guanabara (**Fig. 8.3**), construída em 1949, tem quinze tramos simplesmente apoiados, e seção transversal formada por dezenove vigas pré-moldadas de concreto protendido colocadas uma ao lado da outra; o transporte e a colocação das vigas foram feitos por meio de dois guindastes flutuantes.

Quando o comprimento da ponte é muito grande e portanto possui muitos vãos, o lançamento das vigas por meio de treliça, nas posições mais distantes fica muito moroso. Para essas situações, existe a alternativa apresentada em LEONHARDT (1979), de executar as vigas na sua posição definitiva, com o auxílio de treliças e pórticos que substituem o cimbramento convencional (**Fig. 8.5**); neste processo utiliza-se ainda a cura térmica que possibilita realizar uma protensão parcial dos elementos 24 horas após a sua moldagem, podendo resultar num processo mais vantajoso que o emprego de elementos pré-moldados.

Nesse processo, pode-se dizer que há a substituição dos elementos pré-moldados fora do local definitivo, por elementos moldados no local, porém são mantidas as principais características do processo construtivo, como por exemplo, a execução da laje moldada sobre as vigas já executadas, o que justifica reunir os dois processos no mesmo grupo.

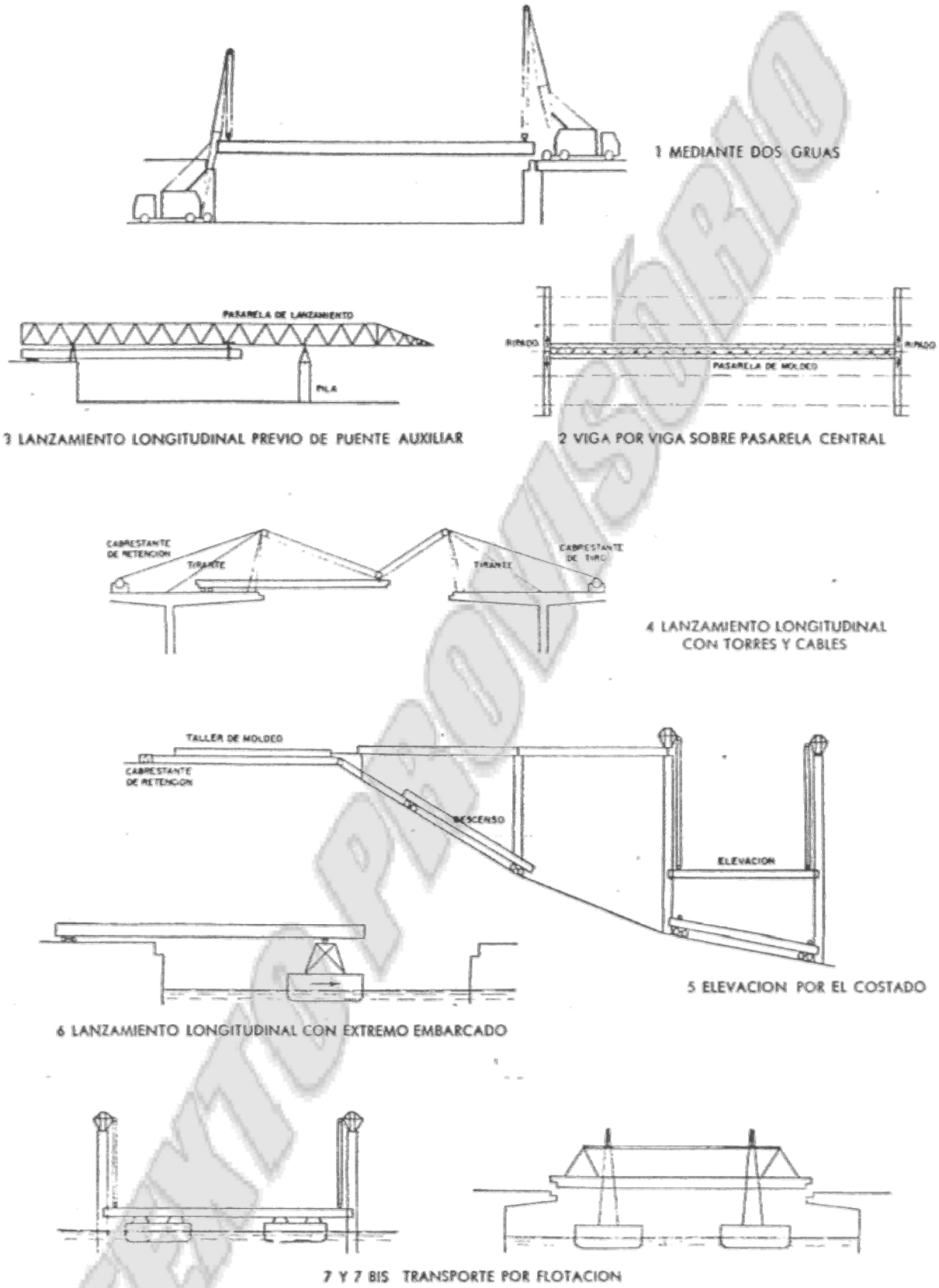
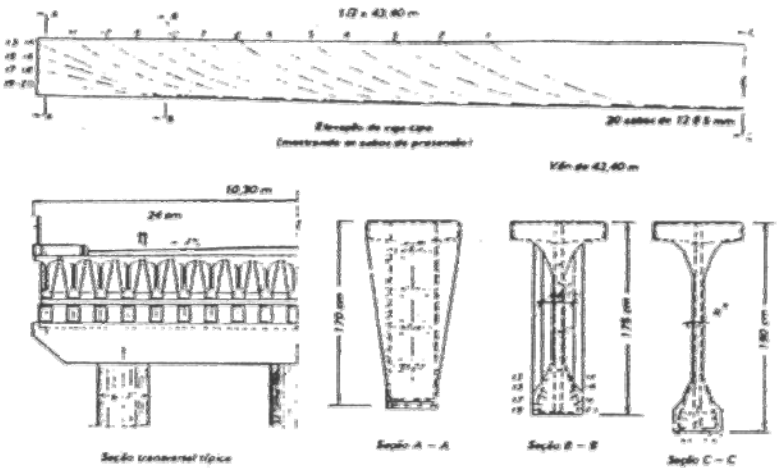


Fig. 8.3 Procedimentos para montagem de vigas pré-moldadas. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965).



15 tramos simplesmente apoiados (1x43,40 + 2x37,20 + 2x28,30 + 10x19,40 = 368,40m)

19 vigas pré-moldadas por tramo - Sistema Freyssinet de protensão

Primeira obra de concreto protendido no Brasil

Fig. 8.4 Ponte do Galeão sobre a Baía de Guanabara – 1949. Fonte: VASCONCELOS (1985).

Uma variante, ainda com elementos pré-moldados, que vem ganhando impulso nos Estados Unidos é com o emprego de elementos menores que o vão e que são emendados, no local ou no canteiro, para cobrir vãos maiores que os cobertos com os que vencem todo o vão da ponte. Trata-se de um processo que as vigas são segmentas, ou seja, feitas em pedaços. Nestes casos, fazem-se uso da pré-tração, para as fases de transporte e montagem, e da pós-tração para realizar as emendas e para o atendimento dos estados limites nas várias seções ao longo do vão. Na **Fig. 8.6** está mostrada uma aplicação desta alternativa.

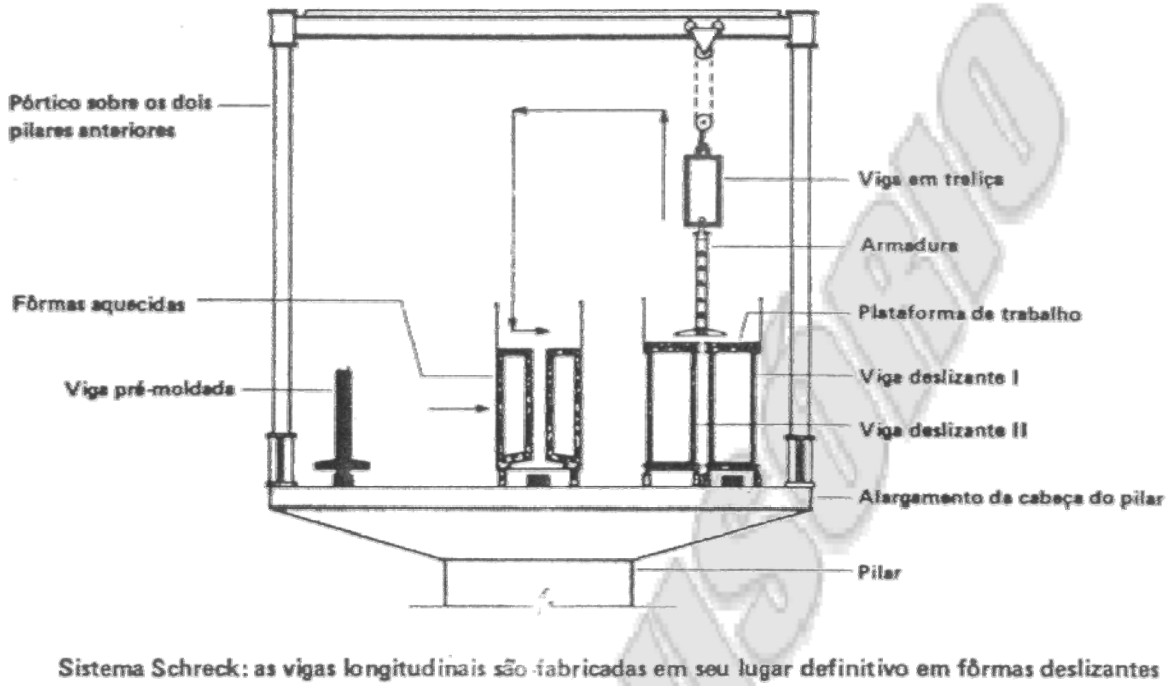


Fig. 8.5 Esquema ilustrativo de vigas moldadas no local. Fonte: LEONHARDT (1979).

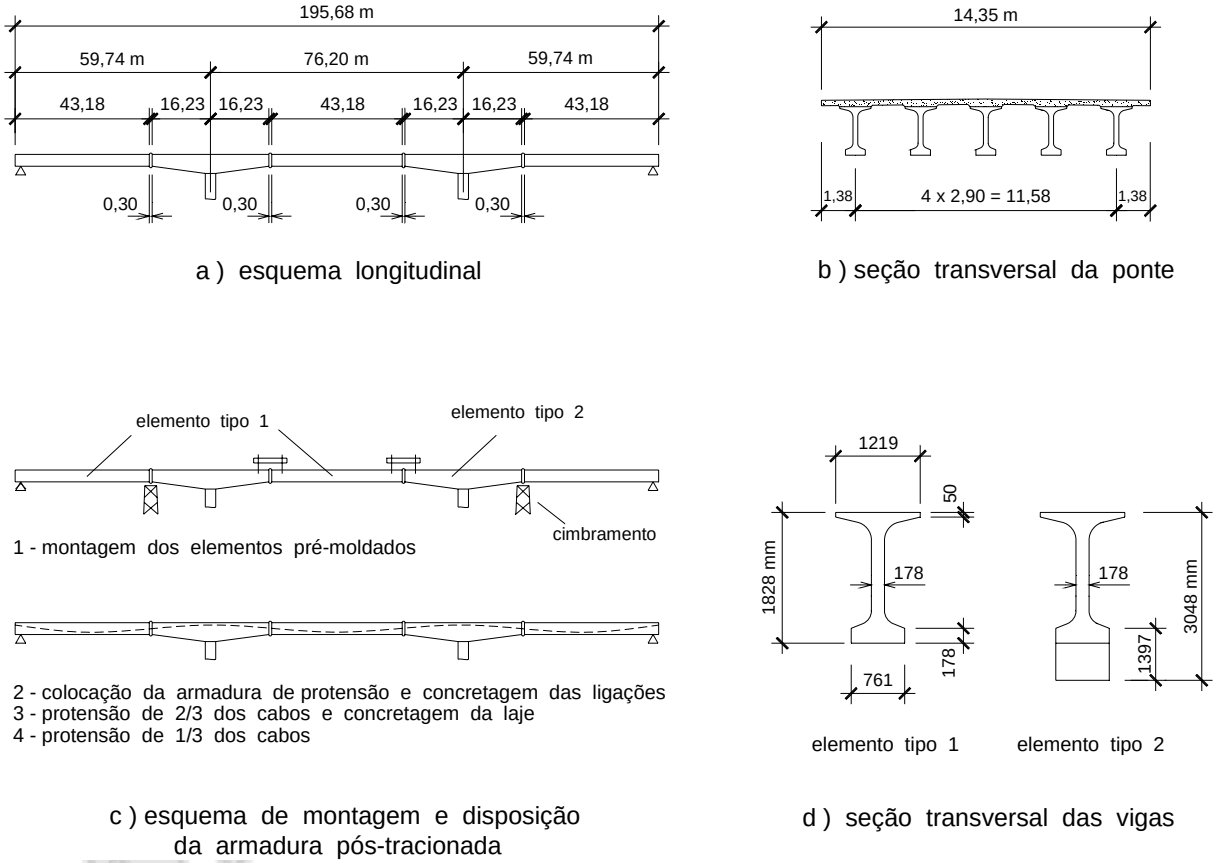


Fig. 8.6 Exemplo de aplicação de elementos menores que o vão em ponte em viga contínua. Fonte: JANSSEN & SPAANS, L. (994).

8.4. BALANÇOS SUCESSIVOS

A idéia de se construir pontes ou mesmo outros tipos de estruturas, a partir dos apoios não é nova, pois já existia na antiguidade, com o emprego de madeira e pedra, conforme ilustra a **Fig. 8.7**.

Fig. 8.7 Esquema ilustrativo de construção em balanços sucessivos com madeira. Fonte: MATHIVAT (1980).

O princípio do processo é simples: consiste em executar a ponte em segmentos, cada segmento apoiando-se no segmento anterior já executado, de forma progressiva, a partir dos apoios, até cobrir todo o vão.

É atribuída ao Engenheiro Emílio Baumgart, a construção da primeira ponte em concreto empregando esta técnica. Trata-se da ponte sobre o rio do Peixe ligando as cidades de Herval do Oeste e Joaçaba em Santa Catarina, construída em 1930, com um vão central de 68m (**Fig. 8.8**). Esta ponte foi destruída pela enchente que ocorreu na região em 1983.

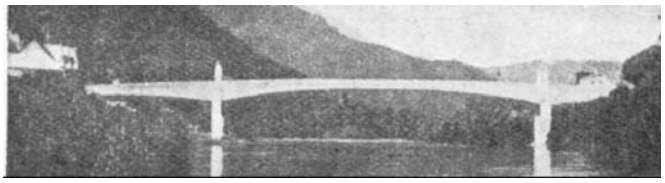
Posteriormente, com o desenvolvimento da tecnologia de concreto protendido, no início da década de 1950, o processo teve um grande impulso, principalmente na Alemanha, de forma a consagrá-lo como um dos principais processos para construção de pontes.

O processo é particularmente indicado para as seguintes situações:

- quando a altura da ponte em relação ao terreno é grande;
- em rios com correnteza violenta e súbita;
- em rios e canais onde é necessário obedecer gabaritos de navegação durante a construção.

Quanto à sequência de construção, as pontes em balanços sucessivos podem ser executados a partir dos pilares intermediários conforme ilustram as **Fig. 8.9** e **Fig. 8.10**, ou a partir dos encontros, conforme ilustra a **Fig. 8.11**.

A **Fig. 8.12** ilustra os procedimentos para a construção de pontes em balanços sucessivos com moldagem no local.



Primeira ponte de concreto construída no mundo com o processo dos balanços sucessivos

Recorde mundial de vão livre em viga reta de alma cheia de concreto, na época

Destruída pela enchente em 1983.

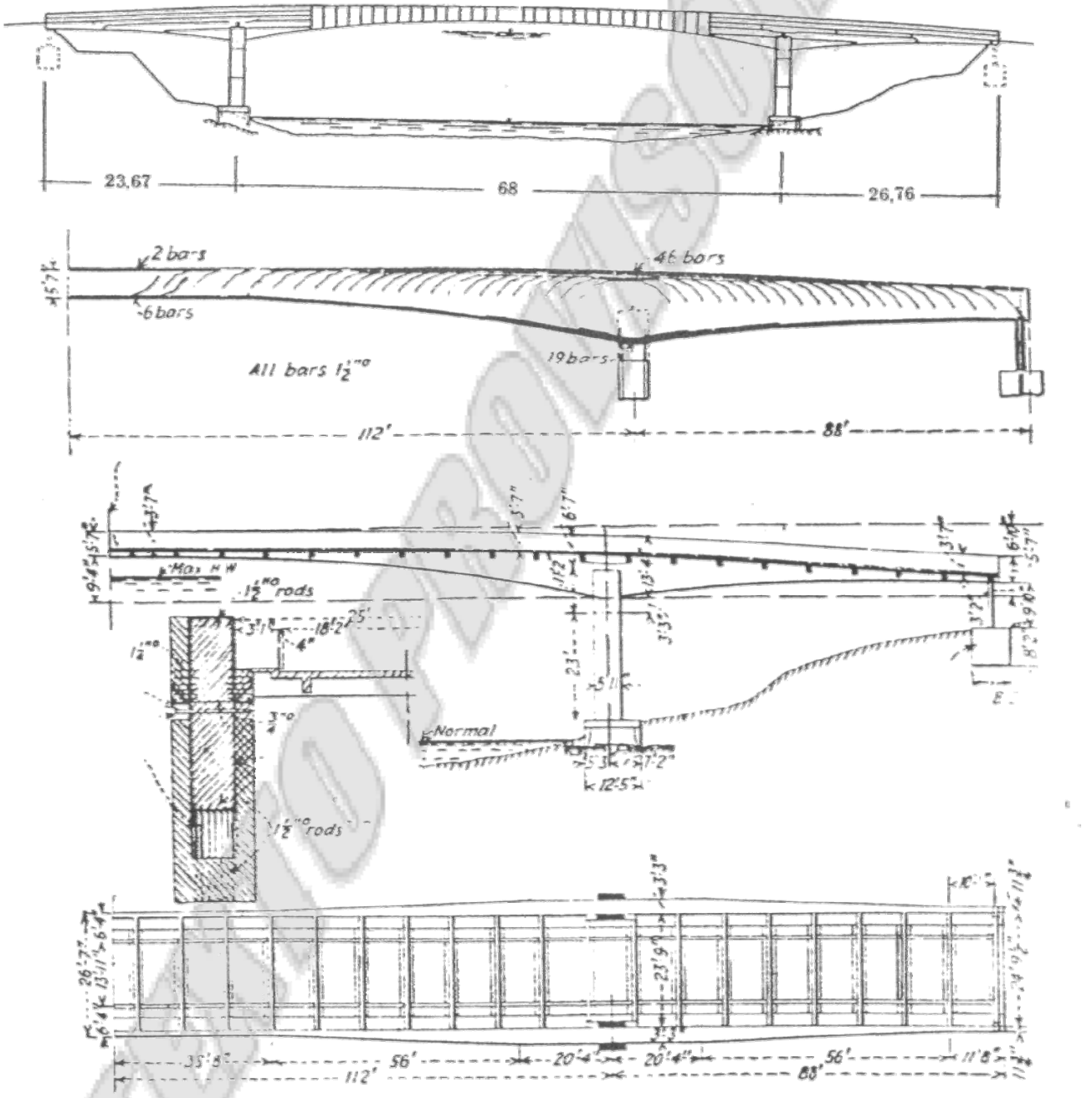


Fig. 8.8 Ponte sobre o rio do Peixe em Santa Catarina – 1930. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1961).

Para agilizar a construção das pontes com balanços sucessivos - no caso de moldagem no local a velocidade de construção é da ordem de 1 m por dia, correspondendo a segmentos de 3 m ou

6 m de comprimento, concretados a cada 3 dias ou 6 dias - foi desenvolvida a técnica dos balanços sucessivos com elementos (aduelas) pré-moldados.

A **Fig. 8.13** ilustra algumas possibilidades para a construção de pontes em balanços sucessivos com o emprego de elementos pré-moldados.

Nas primeiras pontes feitas com essa nova técnica, a ligação entre os elementos pré-moldados era feita através de argamassa comum de cimento, que necessitava de um certo tempo para o seu endurecimento, o que não permitia aproveitar todos os benefícios da pré-moldagem.

Foi desenvolvido então um processo para a execução dessa ligação, empregado pela primeira vez em 1964 na ponte de Choisy le Roy sobre o Rio Sena na França (**Fig. 8.14**), denominado "junta conjugada colada", que consistia no seguinte:

- cada aduela é concretada tendo como fôrma de uma de suas faces, a face da aduela que na montagem a precederá;
- na montagem, as juntas são tomadas com cola epóxica, com aproximadamente 1 mm de espessura;
- as aduelas são providas de encaixe tipo macho-fêmea, que facilitam o seu posicionamento.

Utilizando este processo, o prazo de construção pode ser significativamente reduzido. Segundo PFEIL (1975), na ponte Rio-Niterói, onde esta técnica foi empregada, conseguia-se executar 13 m de ponte por dia, por treliça, o que possibilitou um avanço médio de 7,7 m por dia, contra um avanço médio de 3,2 m por dia, estimada para o caso de junta argamassada e 0,8 m por dia, estimado para o caso de balanço sucessivo com moldagem no local.

Nas **Fig. 8.15** a **Fig. 8.23** apresentam-se exemplos ilustrativos de pontes construídas com a técnica dos balanços sucessivos.

8.5. DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS

Este processo construtivo (**Fig. 8.24**) consiste em executar segmentos da superestrutura com 10 m a 30 m de comprimento (1/4 a 1/2 do vão), atrás dos encontros. Após o endurecimento do concreto são protendidos e depois deslocados, na direção do eixo longitudinal da ponte, sobre apoios especiais de teflon, com auxílio de macacos hidráulicos, de forma a possibilitar a execução de outro segmento na posição em que foi feito o anterior, e assim sucessivamente. No primeiro segmento é colocada uma estrutura metálica auxiliar para diminuir os esforços solicitantes, na fase de deslocamento da superestrutura.

Este processo reúne as vantagens da produção em canteiro (concretagem de segmentos de maneira sistemática, local de trabalho protegido, transporte dos materiais a distância menores), com as do concreto moldado no local (estrutura monolítica sem juntas enfraquecedoras, sem necessidade de dispositivos pesados para elevação e transporte).

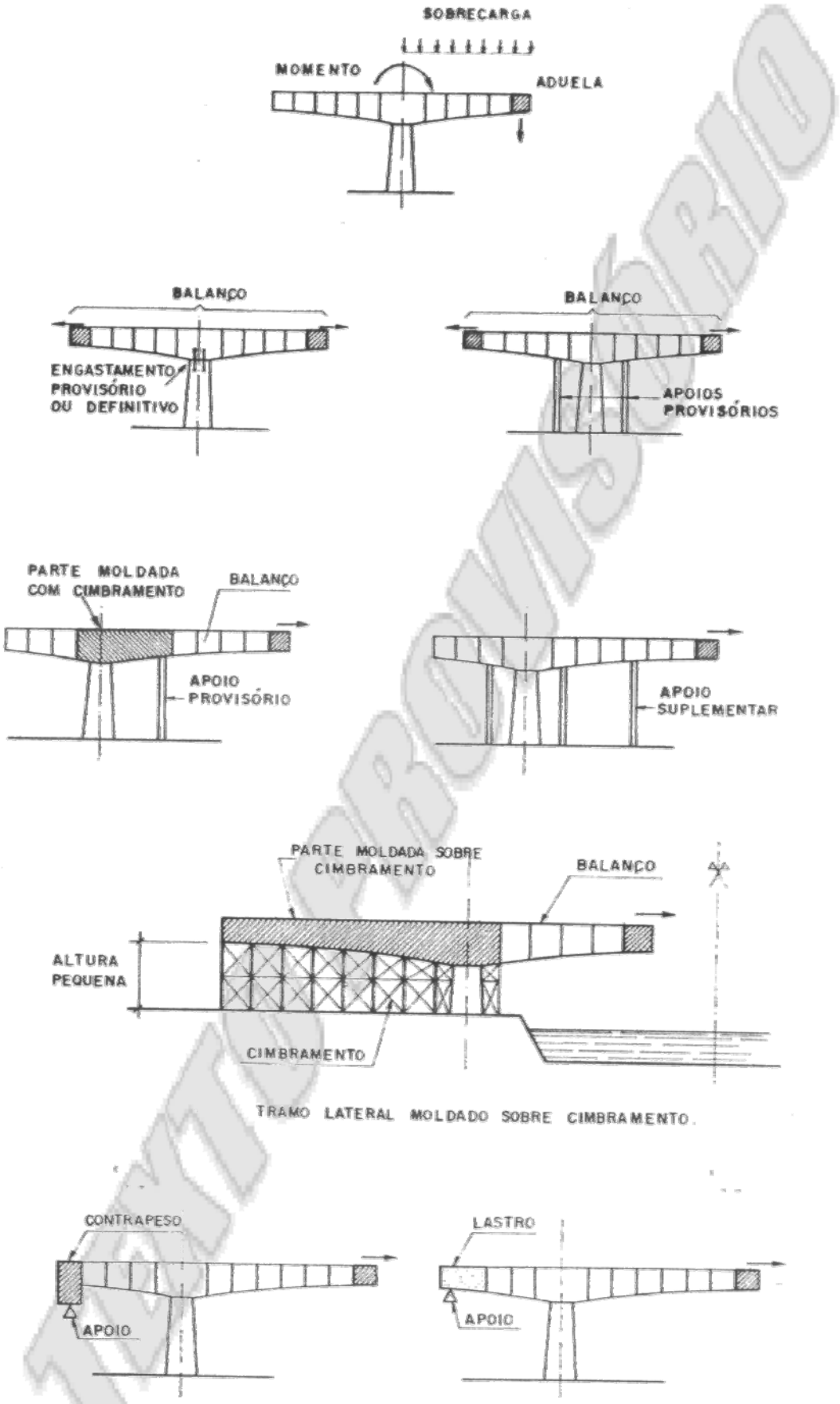


Fig. 8.9 Esquema de balanços sucessivos executados a partir dos pilares. Fonte: MATHIVAT (1980).

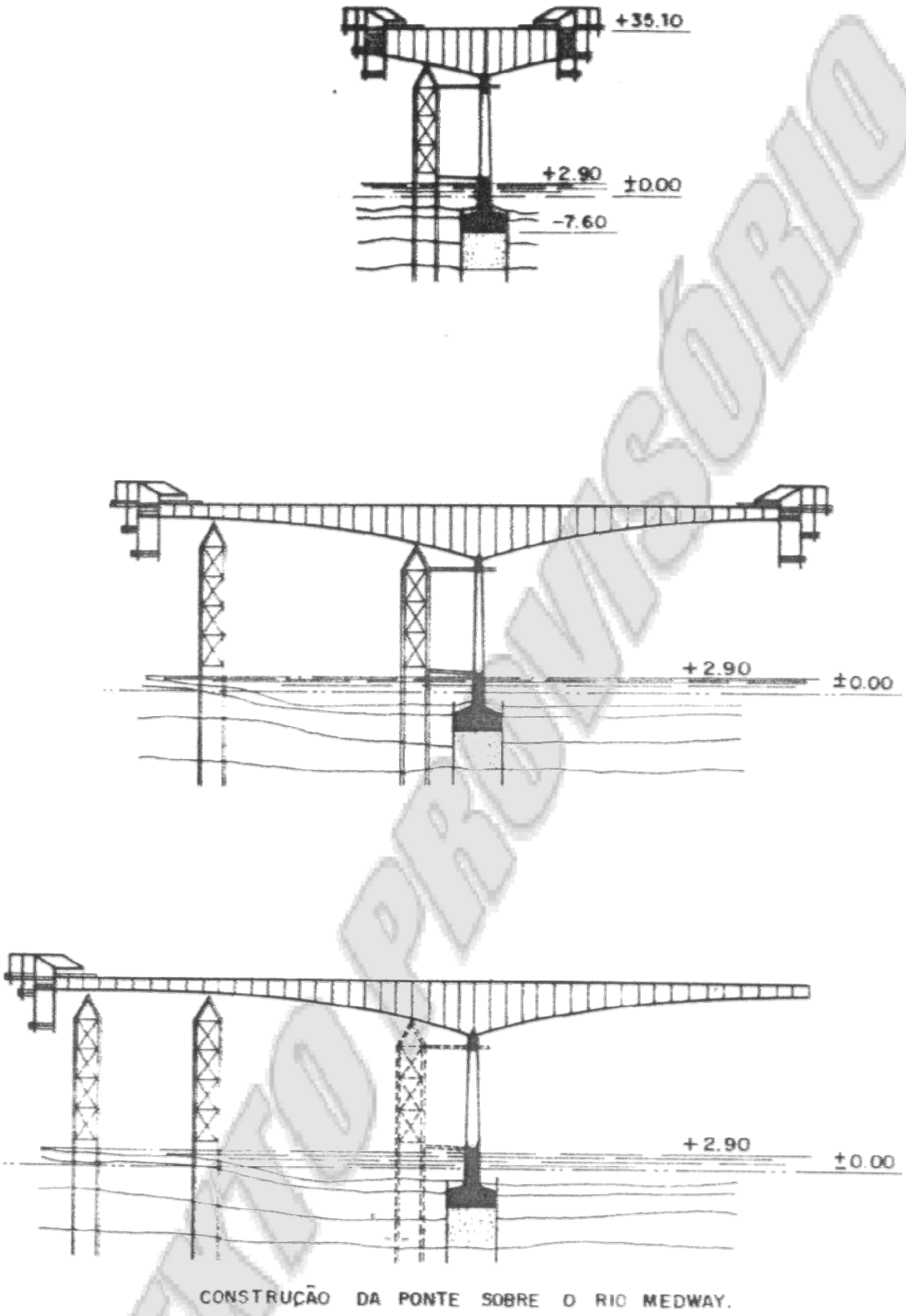


Fig. 8.10 Exemplo de balanços sucessivos executados a partir dos pilares. Fonte: MATHIVAT (1980).

TEXTO PROVISÓRIO

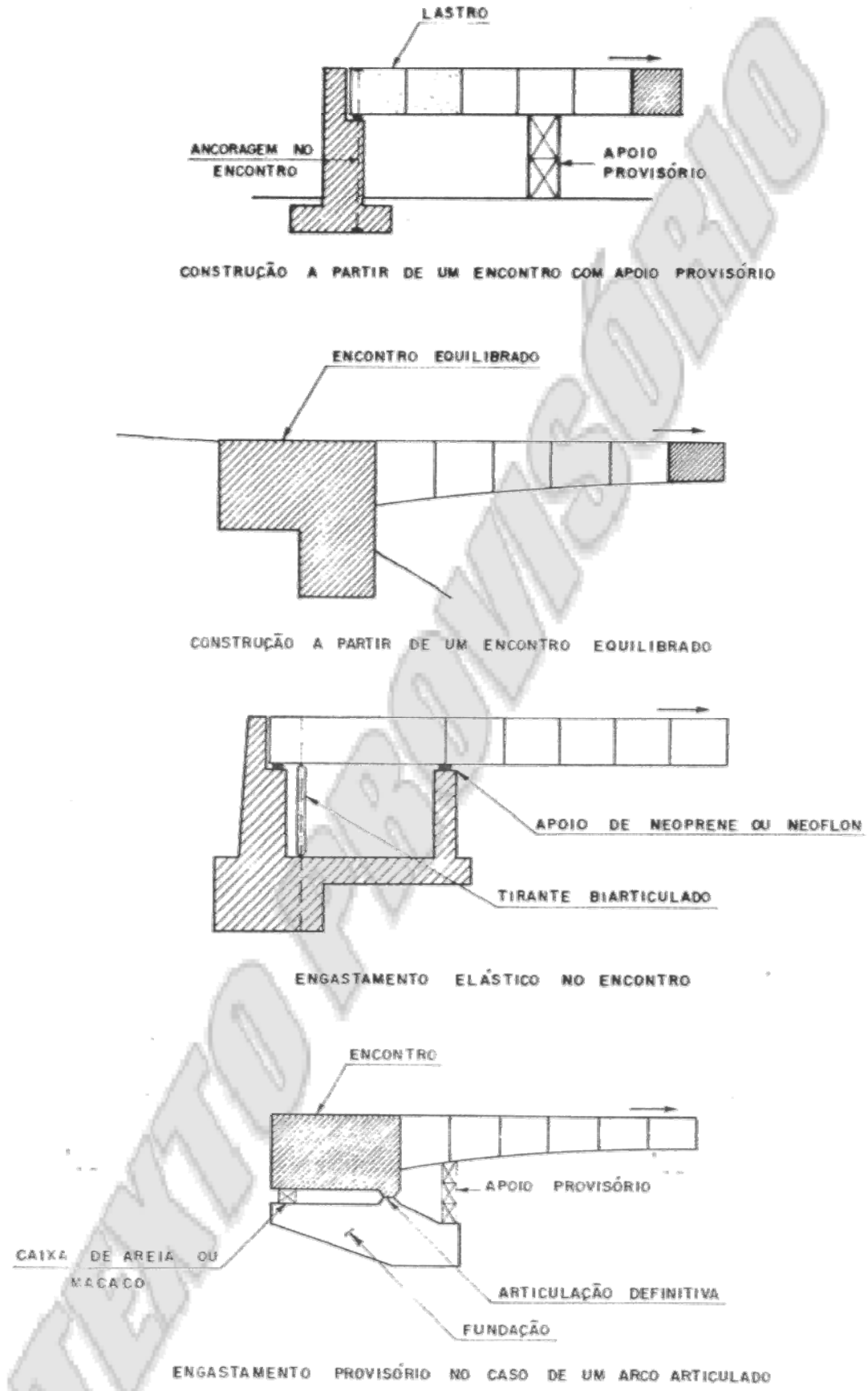


Fig. 8.11 Esquema de balanços sucessivos executados a partir dos encontros. Fonte: MATHIVAT (1980).

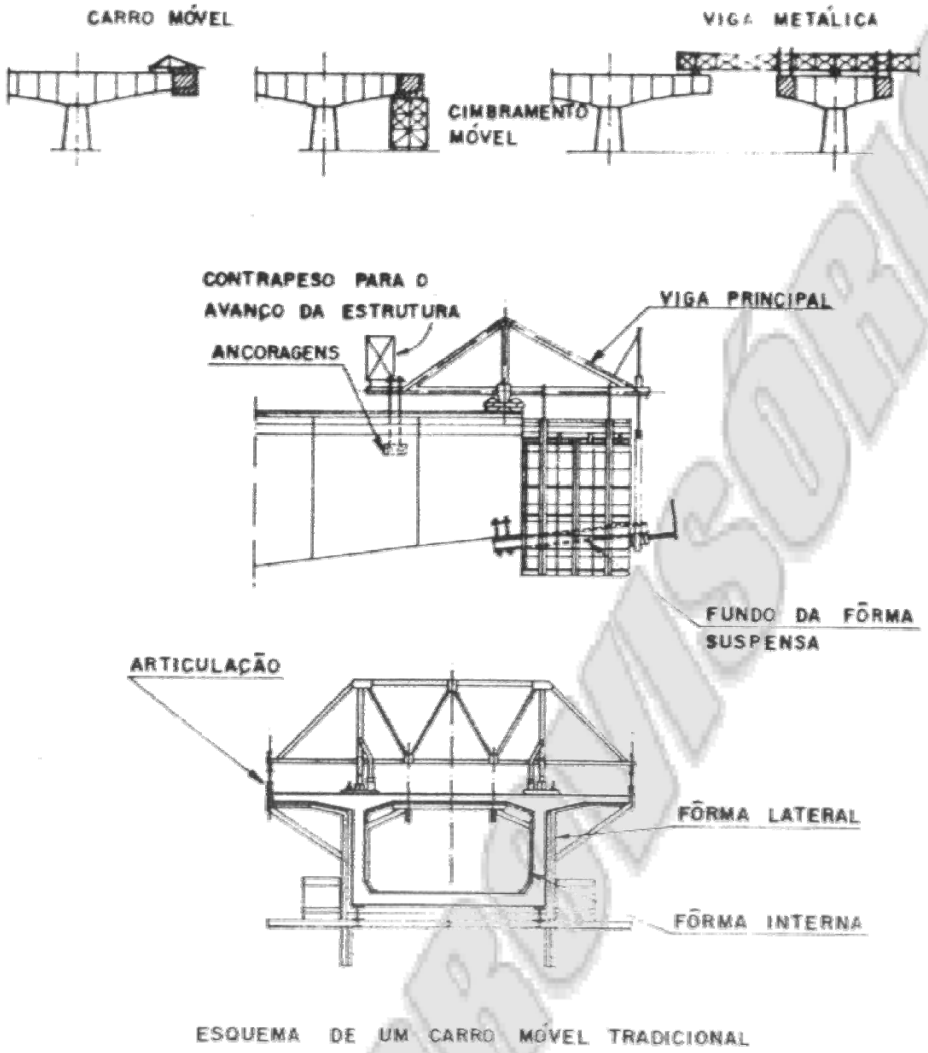


Fig. 8.12 Esquemas para execução de balanços sucessivos com moldagem feita no local. Fonte: MATHIVAT (1980).

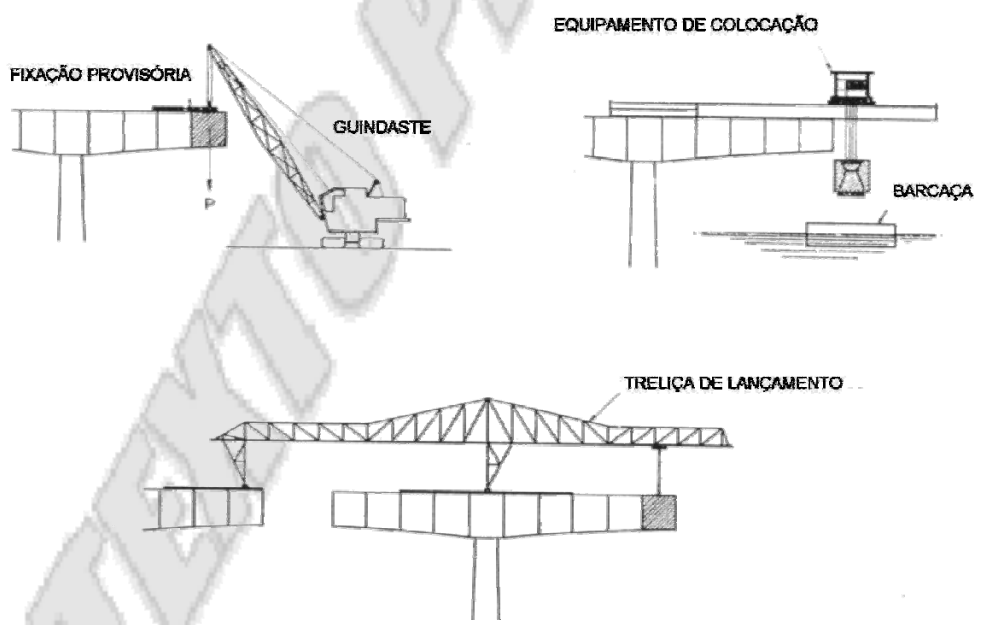
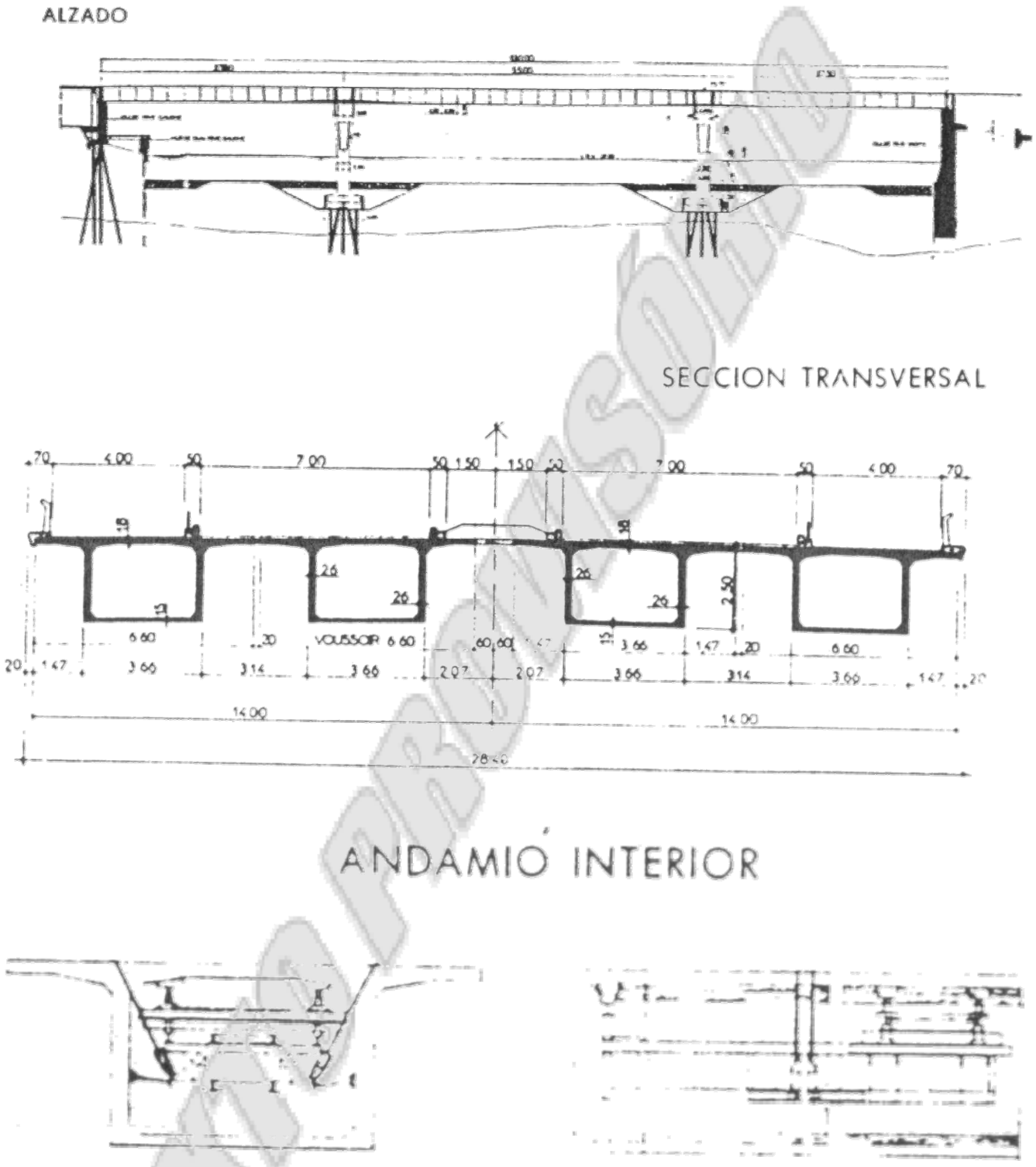
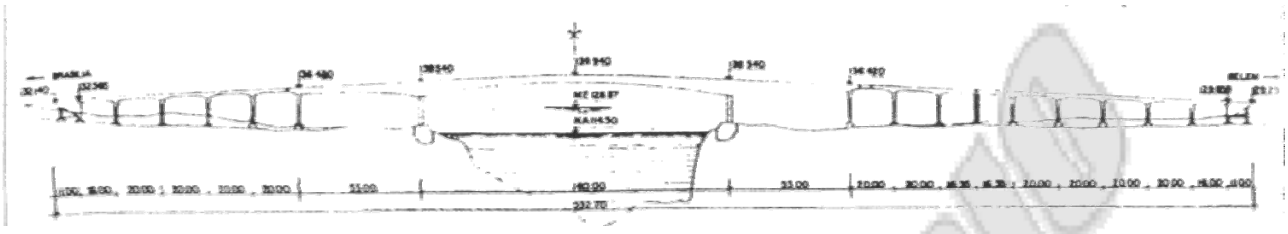


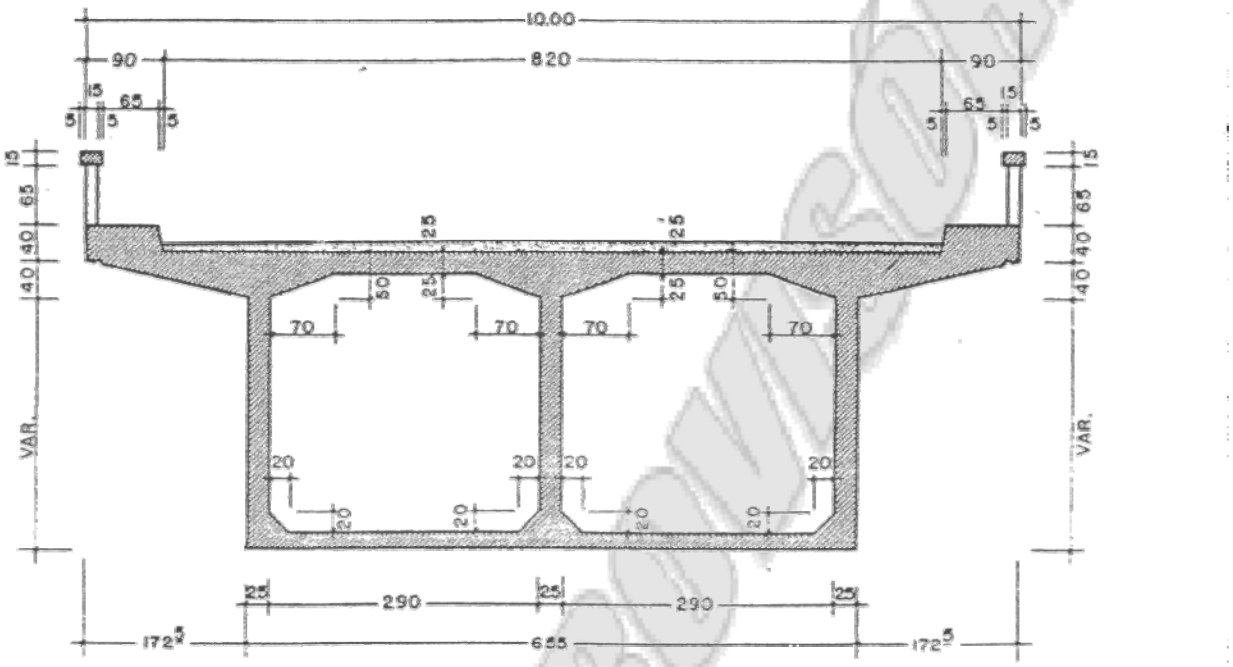
Fig. 8.13 Esquemas para execução de balanços sucessivos com elementos pré-moldados. Fonte: MATHIVAT (1980).



Construída com o processo dos balanços sucessivos com elementos pré-moldados, e onde se utilizou pela primeira vez a técnica denominada "junta conjugada colada"

Fig. 8.14 Ponte de Choisy le Roy - Rio Sena - França – 1964. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965).





Seção transversal na região do meio do vão.

Balanços sucessivos com moldagem no local

Fig. 8.15 Ponte de Estreito sobre o Rio Tocantins: Rodovia Belém-Brasília – 1960. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965), VASCONCELOS (1985).

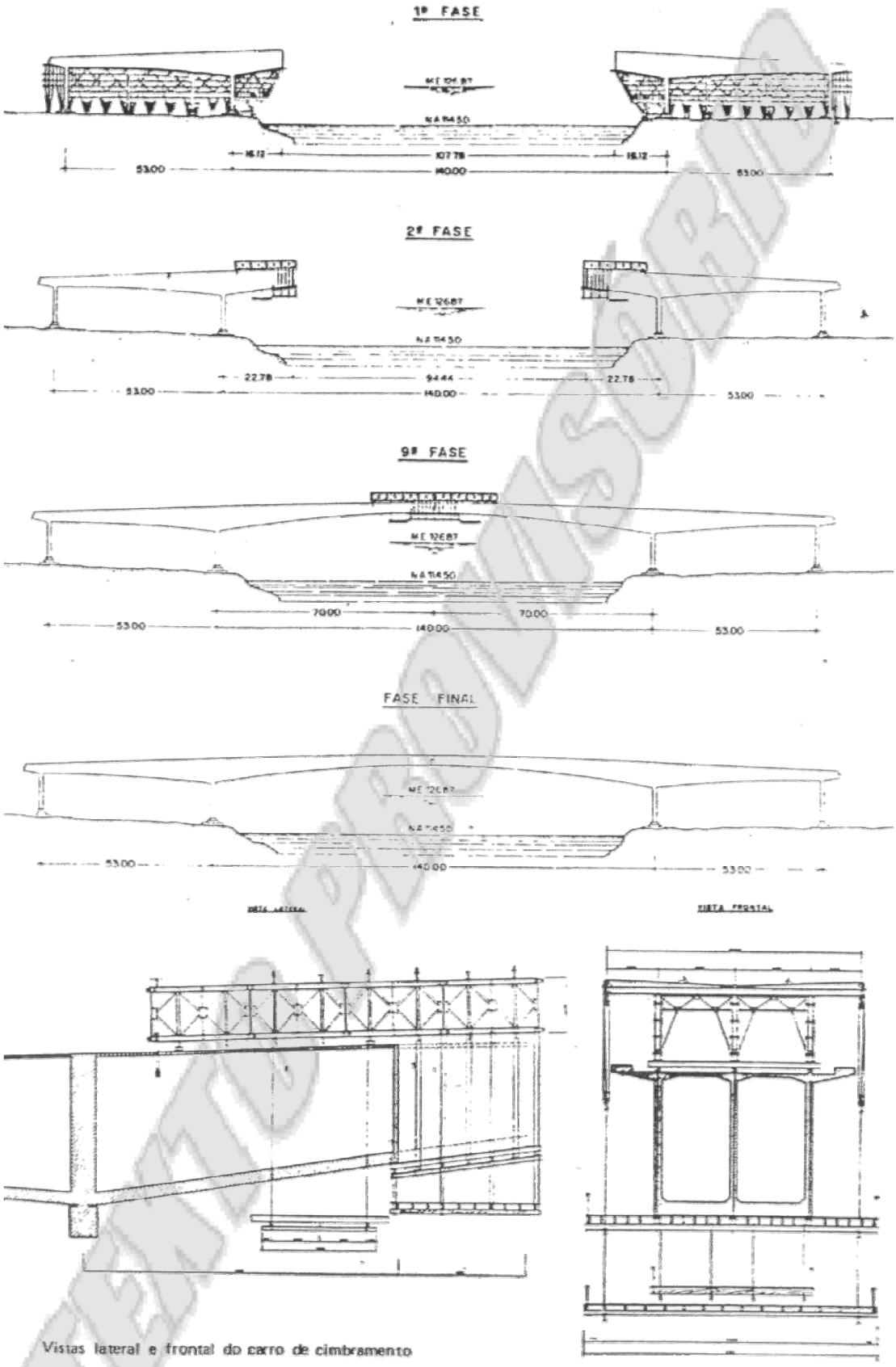


Fig. 8.16 Ponte de Estreito sobre o Rio Tocantins: Esquema de execução dos balanços sucessivos. Fonte: VASCONCELOS (1985).

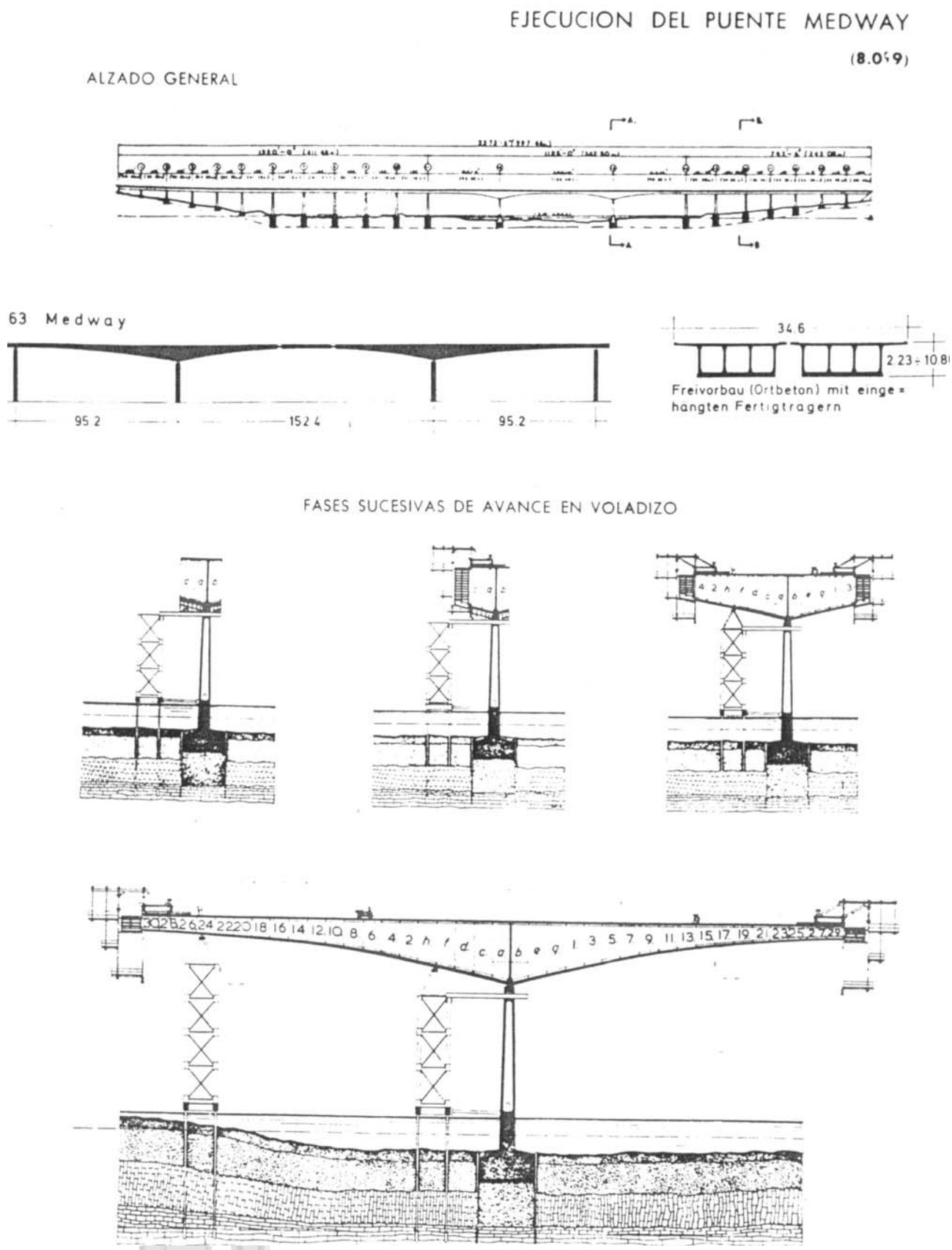


Fig. 8.17 Ponte sobre o Rio Medway - Inglaterra – 1963: Balanços sucessivos com moldagem no local. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965), WITTFOHT (1975).

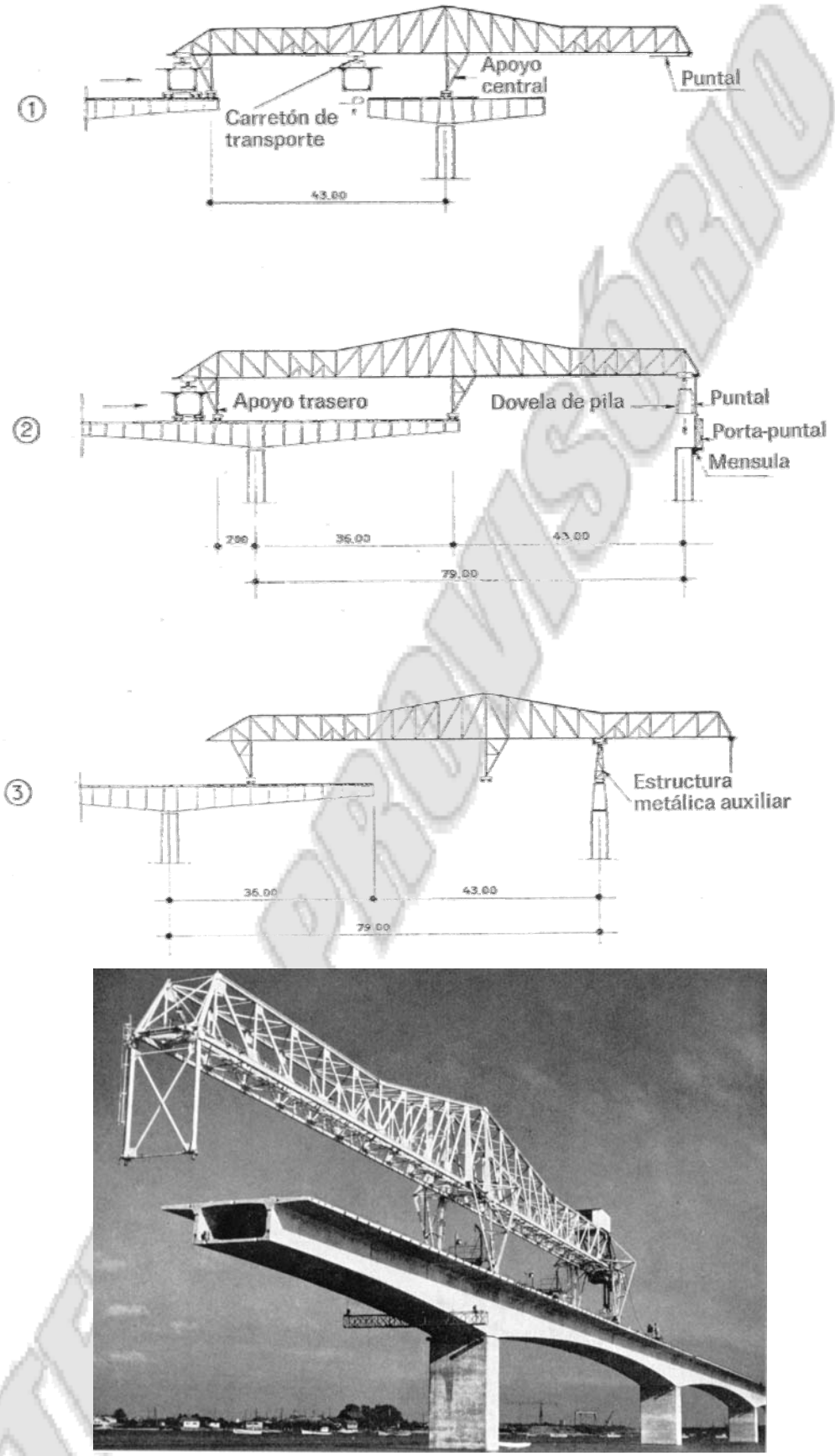
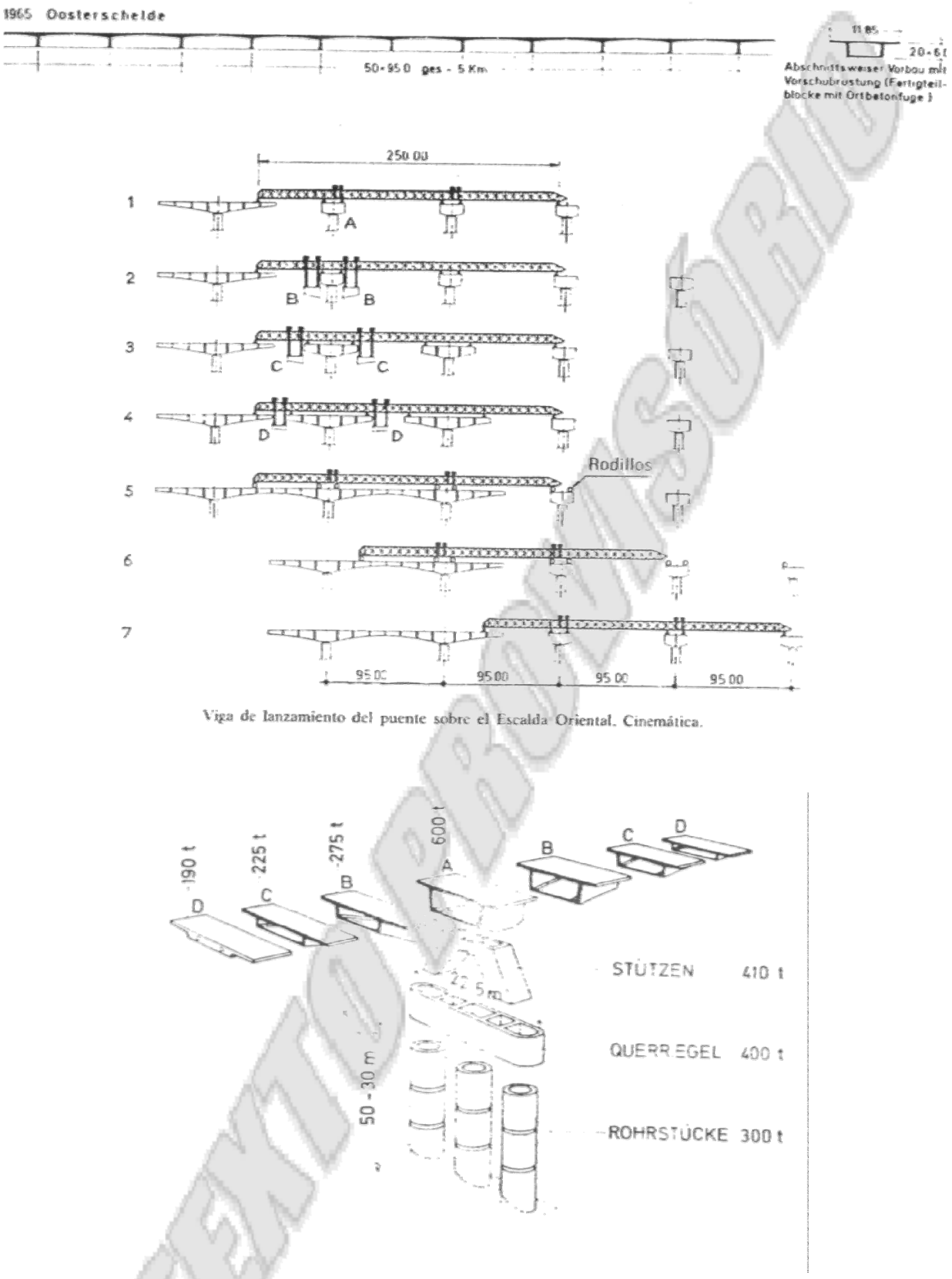


Fig. 8.18 Ponte que liga a Ilha de Oleron ao continente - França – 1964: Balanços sucessivos com elementos pré-moldados. Fonte: MATHIVAT (1980), WITTFOHT (1975).



Viga de lanzamiento del puente sobre el Escalda Oriental. Cinemática.

Fig. 8.19 Ponte sobre o Escalda Oriental (OOSTERSCHELDE) - Holanda – 1965: Balanços sucessivos com elementos pré-moldados. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965), MATHIVAT (1990), WITTFOHT (1975).

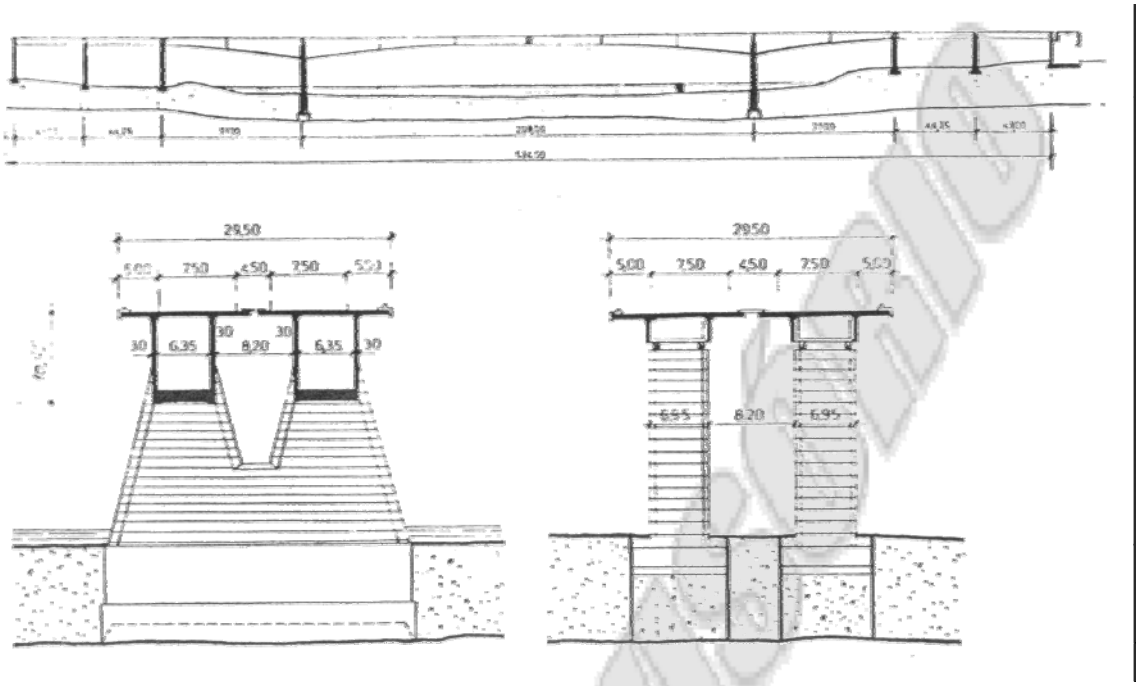


Fig. 8.20 Ponte de Bendorf sobre o Rio Reno - Alemanha – 1965: Balanços sucessivos com moldagem no local. Fonte: FERNANDEZ CASADO (1965).

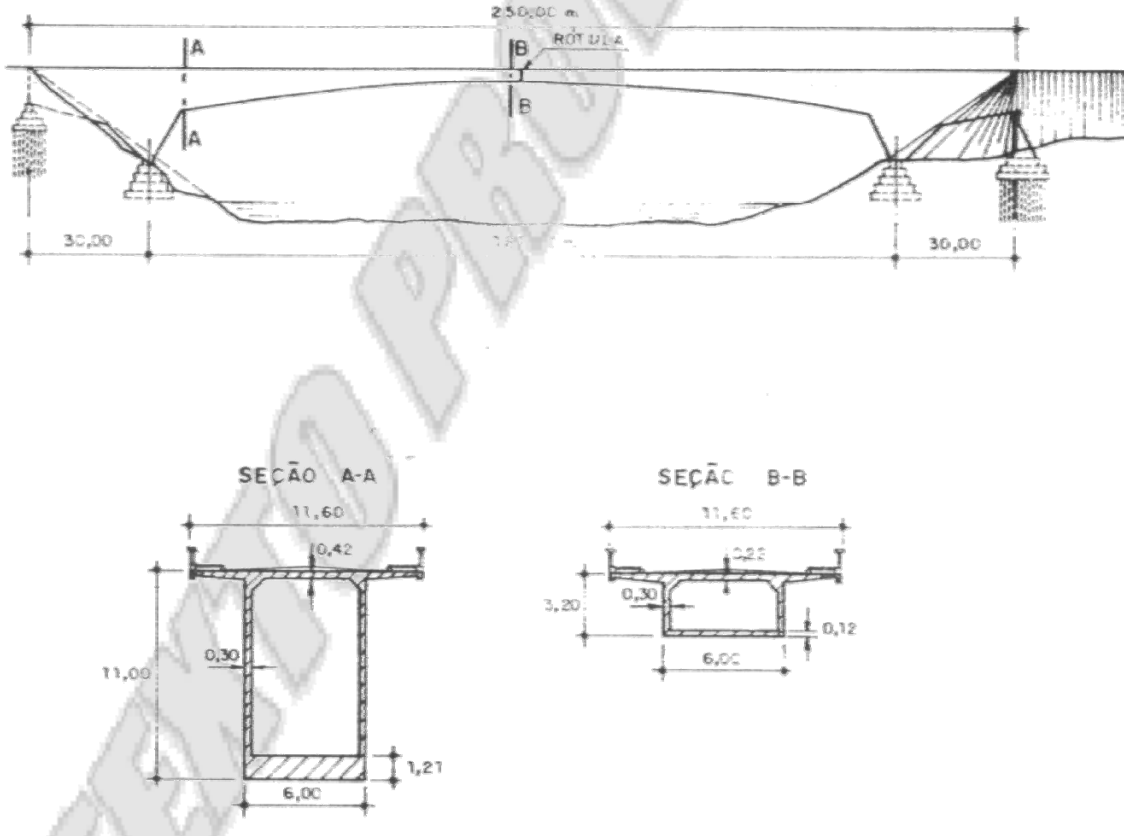
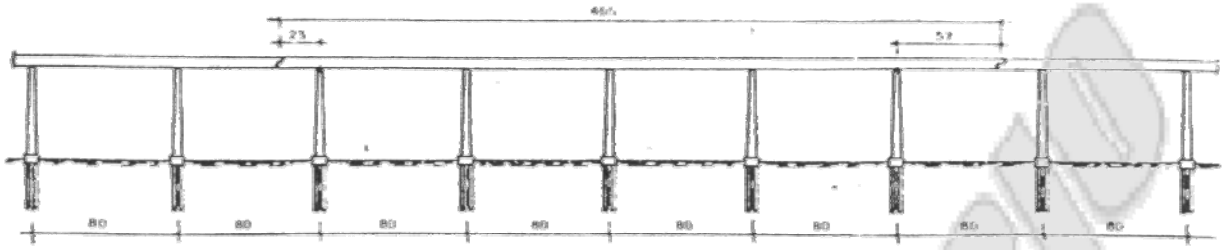
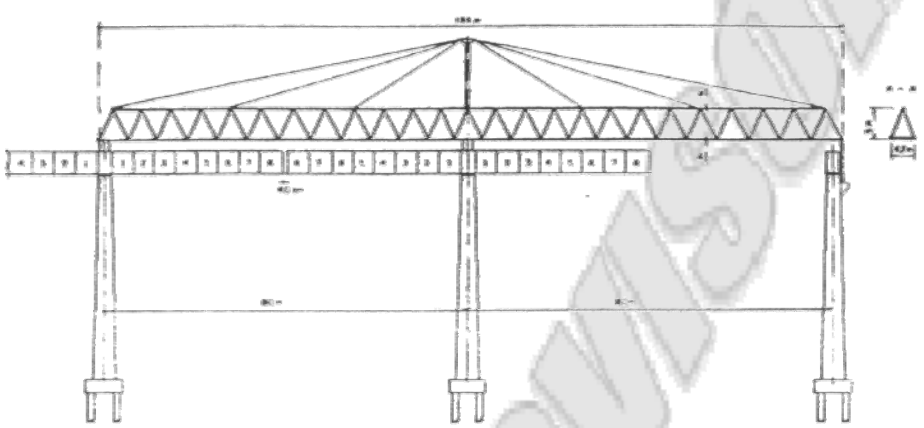


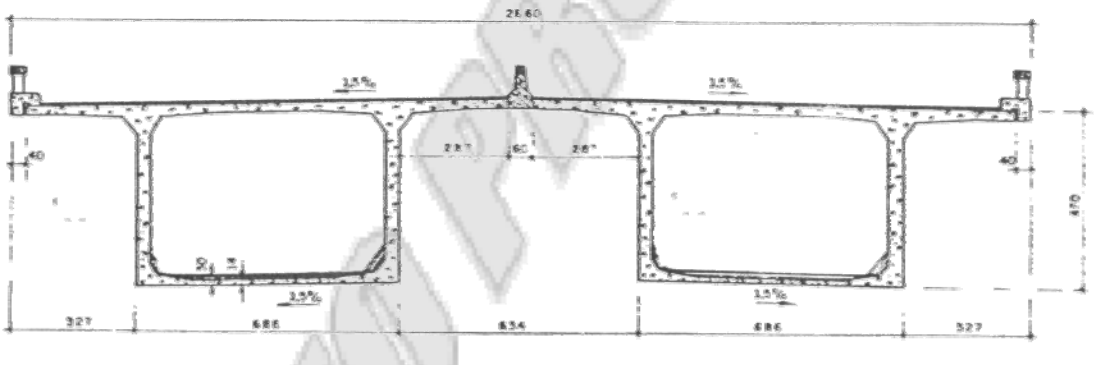
Fig. 8.21 Ponte sobre o Rio Pelotas - Rodovia BR-116 – 1966: Balanços sucessivos com moldagem no local. Maior vão em viga de concreto protendido do Brasil. Fonte: PFEIL (1980).



Estruturas de acesso sobre o mar. Viga contínua protendida, comprimento 400 metros entre rótulas.



Estruturas de acesso sobre o mar. Montagem de aduelas pré-moldadas, com auxílio de treliça



Estruturas de acesso sobre o mar. Seção transversal típica (trecho retilíneo)

Fig. 8.22 Ponte Presidente Costa e Silva (Rio-Niteroi) – 1974: Balanços sucessivos com elementos pré-moldados. Fonte: PFEIL (1975).

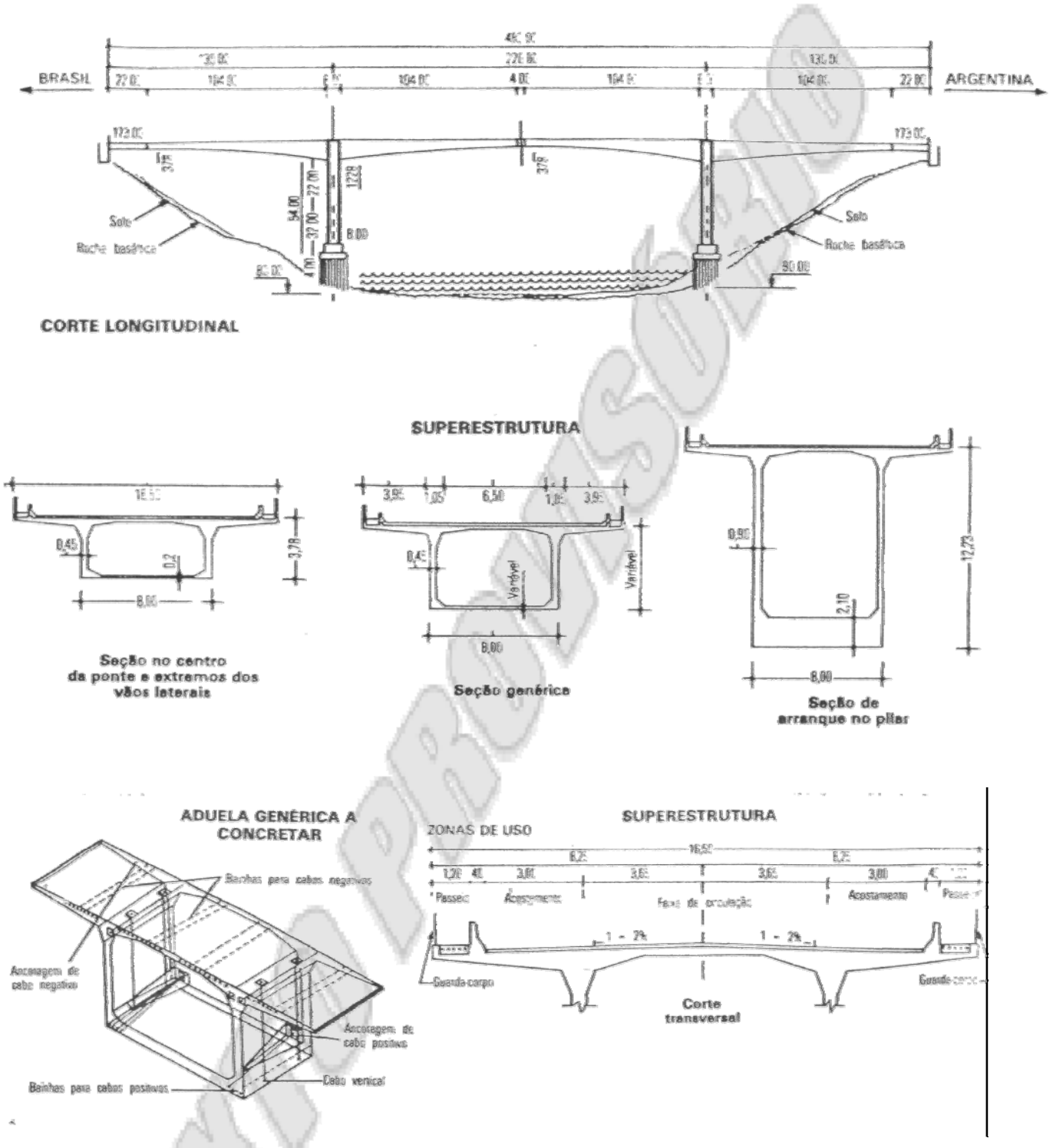


Fig. 8.23 Ponte Pres. Tancredo Neves sobre o Rio Iguaçu - Brasil-Argentina – 1986: Balanços sucessivos com moldagem no local. Fonte: REVISTA DIRIGENTE CONSTRUTOR - Março/1986.

Em contrapartida, durante a fase de construção ocorrem esforços solicitantes elevados e de sentido contrário ao dos esforços da situação definitiva. Isto poderá resultar em consumo de armadura bem maior que o da construção moldada no local, além disso, haverá necessidade de compatibilizar a protensão da etapa de deslocamento com a protensão necessária para a situação definitiva.

Este processo de construção, segundo LEONHARDT (1979), é adequado para pontes com no mínimo 150 m de comprimento e também no mínimo 3 vãos. Os vãos podem ter de 30 m a 140 m, não devendo porém ser muito diferentes entre si.

Em determinadas situações, podem ser empregados apoios provisórios ou balanço estaiado por cabos inclinados.

No Brasil, tem-se notícia de utilização deste processo na construção de três pontes junto à barragem de Três Irmãos - SP, com comprimentos de 180m, 150m e 90m.

8.6. CIMBRAMENTO MÓVEL

O princípio da construção com cimbramento móvel consiste em concretar um segmento da ponte, que pode ser um tramo completo ou um trecho que tenha condição de auto-sustentação após a desforma; uma vez que o concreto tenha adquirido a resistência necessária, o cimbramento é deslocado para o segmento seguinte, e assim sucessivamente.

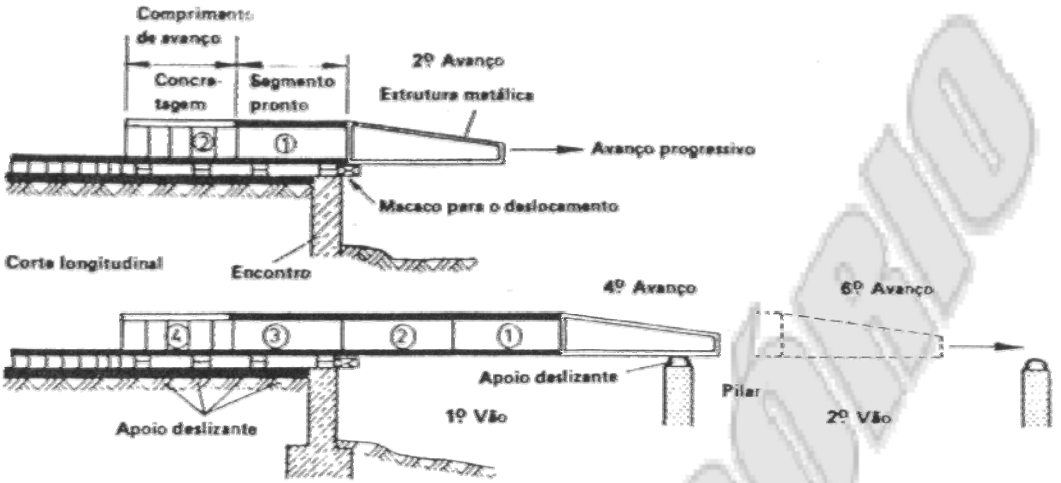
Conforme já adiantado no início deste fascículo, os cimbramentos móveis podem ter ou não apoios intermediários.

A construção com o emprego de cimbramento móvel com apoios intermediários (**Fig. 8.25**) é pouco utilizado, pois só seria interessante quando o terreno for relativamente plano e resistente, e tiver o seu nível pouco abaixo do nível da ponte.

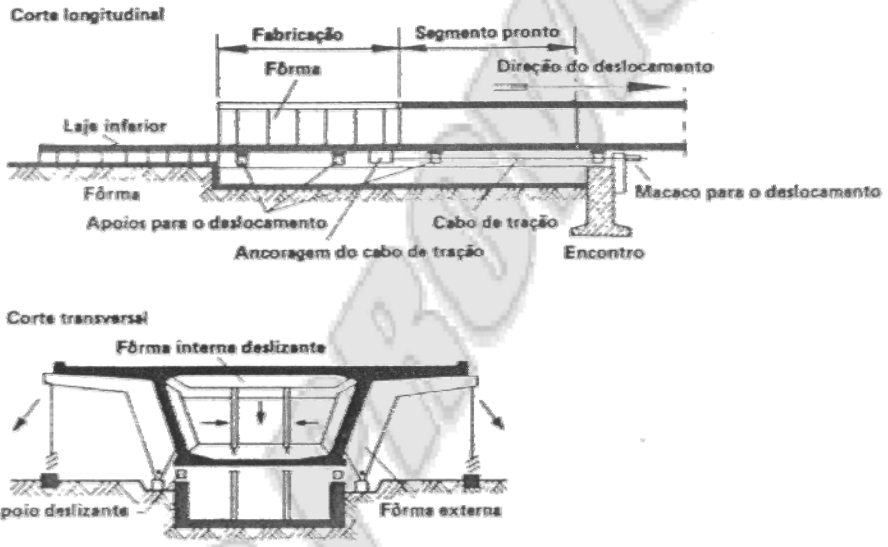
Os cimbramentos móveis sem apoios intermediários (**Fig. 8.26**), ou seja, que se apoiam nos pilares da ponte, são indicados quando não ocorrem as condições indicadas no parágrafo anterior, isto é, quando o terreno é acidentado, solo pouco resistente, e nível da ponte muito acima do nível do terreno.

Além disso, o processo de construção com cimbramento móvel é indicado quando a ponte tem três ou mais vãos, preferencialmente iguais, e seção transversal constante.

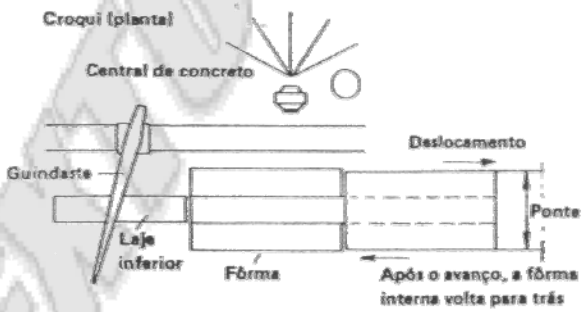
Embora não seja obrigatoriamente feito com cimbramento móvel, existe a possibilidade de substituir o concreto moldado por aduelas pré-moldadas, solidarizadas com protensão posterior. Esta alternativa seria uma outra forma de utilizar aduelas pré-moldadas, além dos balanços sucessivos. Um exemplo desta forma de construção de pontes é o sistema construtivo com o emprego de aduelas pré-moldadas para faixa de vãos de 15 a 35 m. Neste sistema empregam-se aduelas pré-moldadas montadas com auxílio de estrutura metálica provisória, apoiada nos pilares. As aduelas solidarizadas mediante protensão formam o tabuleiro rebaixado mostrado na **Fig. 8.27**.



O princípio do processo de execução por deslocamentos progressivos: a fabricação do segmento, com comprimento igual ao comprimento de avanço, é feita atrás do encontro; o avanço é feito progressivamente, sem apoio, de pilar a pilar

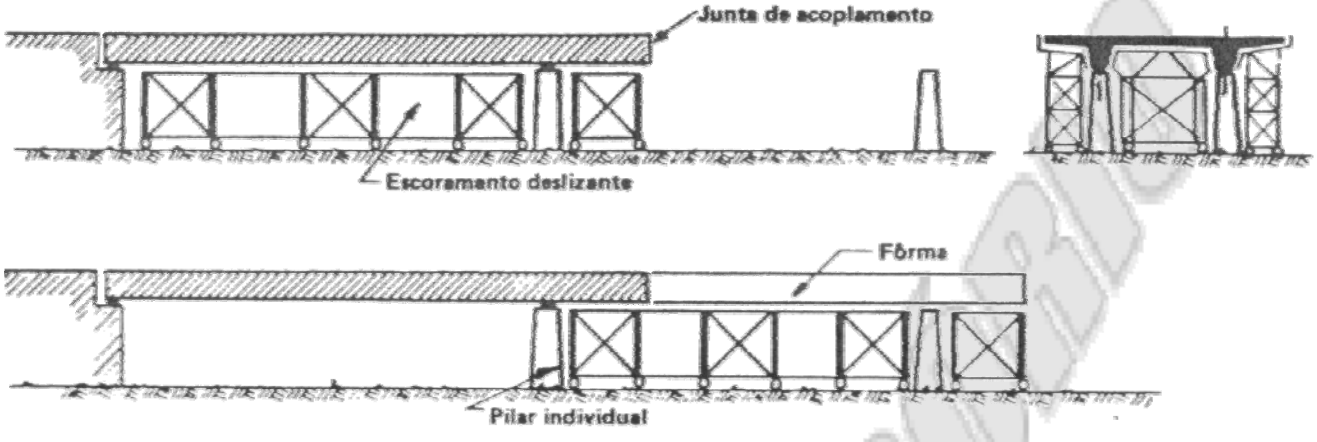


Cortes longitudinal e transversal mostrando as instalações de fabricação dos segmentos



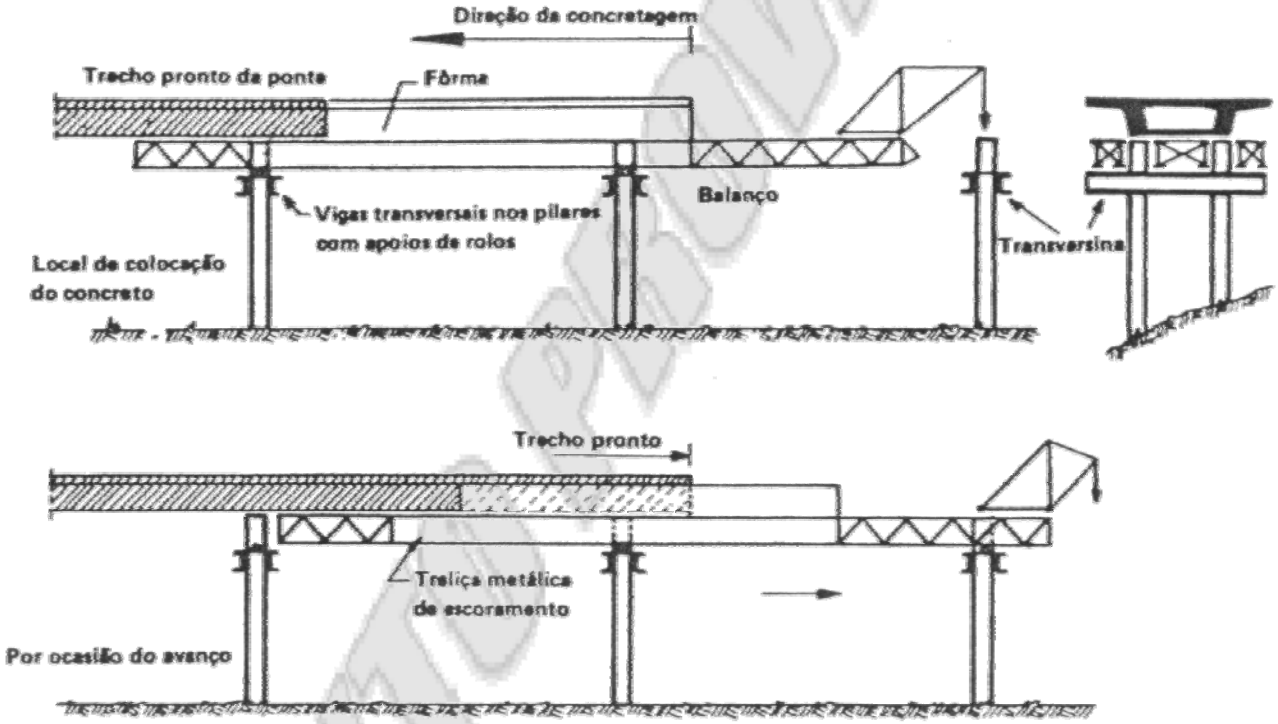
Croqui, em planta, das instalações no local da obra

Fig. 8.24 Construção de ponte com deslocamentos sucessivos. Fonte: LEONHARDT (1979).



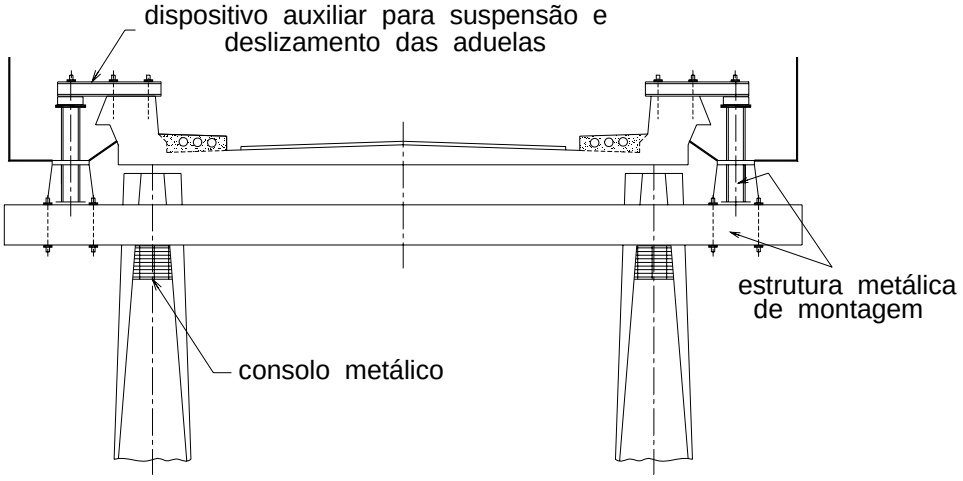
Execução com escoramento deslizante, com fôrmas para cada vão. Juntas de acoplamento a aproximadamente ℓ/5

Fig. 8.25 Construção de ponte com cimbramento móvel com apoios intermediários. Fonte: LEONHARDT (1979).

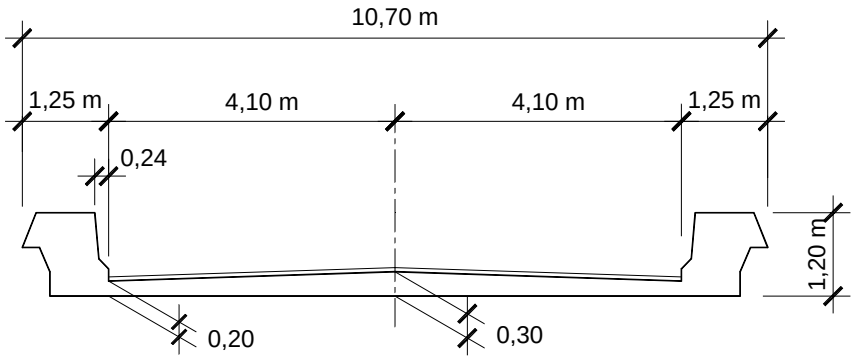


Execução, vão por vão, por meio de treliça de escoramento deslizante sobre rolos dispostos em vigas transversais fixadas nos pilares

Fig. 8.26 Construção de ponte com cimbramento móvel sem apoios intermediários. Fonte: LEONHARDT (1979).



a) esquema de montagem



b) seção transversal típica

Fig. 8.27 Exemplo de sistema construtivo com aduela pré-moldada montada sobre cimbramento. Fonte: CAUSSE (1994).

8.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escolha do processo construtivo depende de vários fatores (prazo de execução, disponibilidade de equipamentos, comprimento da ponte, vãos da ponte, topografia do terreno, etc), o que torna difícil o estabelecimento de regras rígidas para a escolha do processo ideal para uma determinada ponte.

A tabela da **Fig. 8.28** mostra a correlação entre o processo construtivo e o vão da ponte, segundo MATHIVAT (1980), fornecendo assim uma primeira indicação para a escolha do processo. Cabe salientar que no caso de vigas pré-moldadas, os valores indicados referem-se à situação em que as vigas são colocadas por meio de treliças.

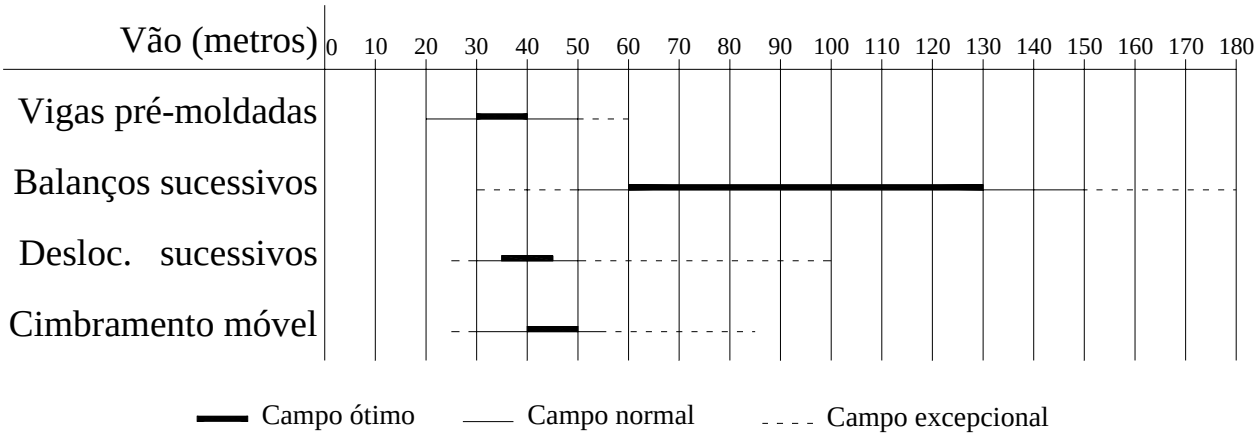
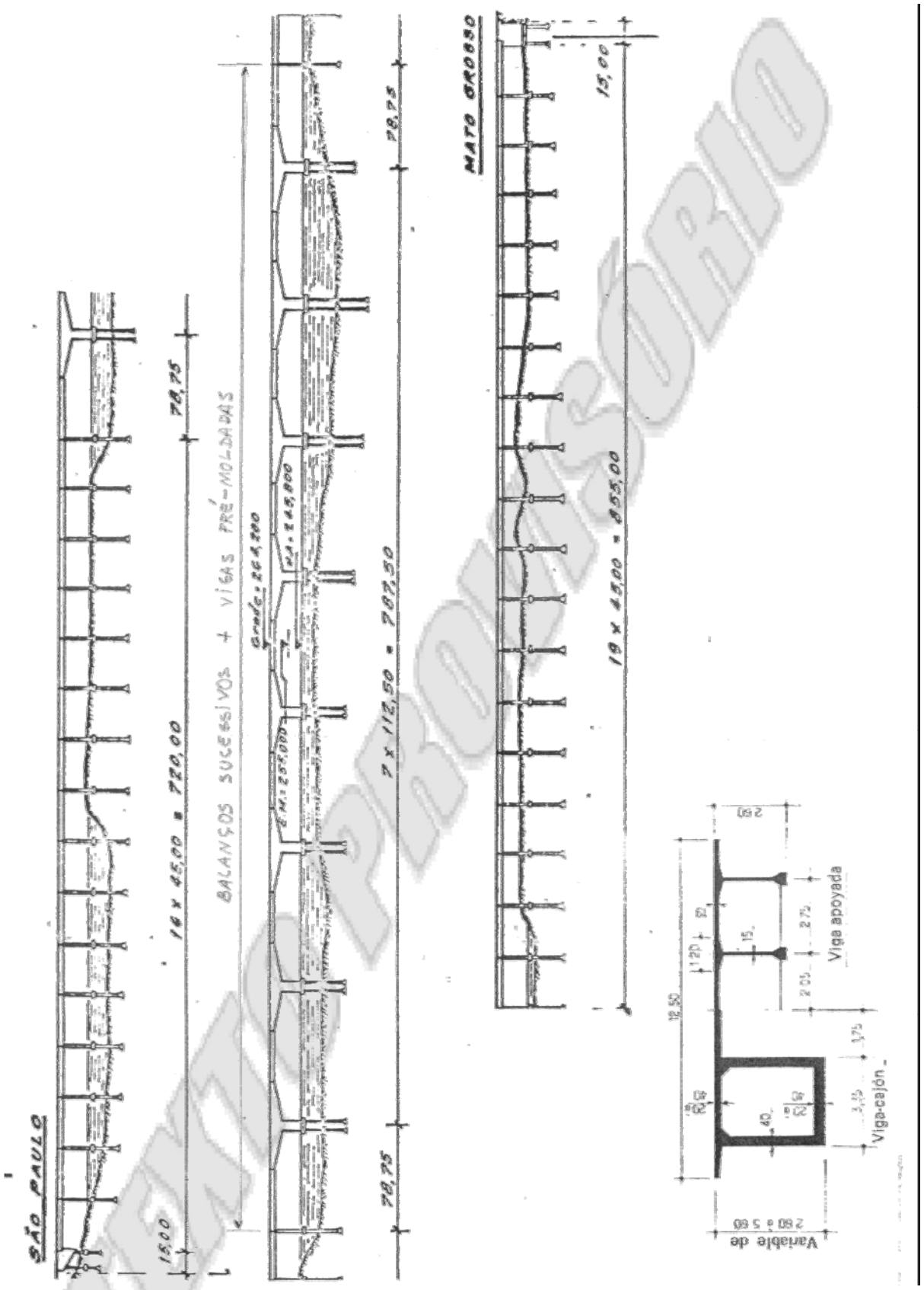


Fig. 8.28 Campo de aplicação dos processos de construção de grandes pontes de concreto protendido. Fonte: MATHIVAT (1980).

Destaca-se ainda que podem ser aplicados mais de um processo na execução de uma mesma ponte: tramos executados por processos diferentes ou processos diferentes utilizados no mesmo tramo.

Um exemplo ilustrativo do emprego de dois processos de construção no mesmo tramo é a Ponte Maurício Joppert sobre o Rio Paraná, em que foram empregados o processo dos balanços sucessivos com moldagem no local e o processo com elementos pré-moldados que vencem um determinado vão (**Fig. 8.29**).



Exemplo do emprego de mais de um processo de construção no mesmo tramo: balanços sucessivos com moldagem no local e vigas pré-moldadas

Fig. 8.29 Ponte Maurício Joppert sobre o Rio Paraná – 1965. Fonte: MARTINELLI (1971), MATHIVAT (1980).

BIBLIOGRAFIA

CAUSSE, G. Industrialised prestressed overpasses. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE, 12., Washington, May 29 – June 02, 1994. p.F36-F42.

ANÔNIMO Cimbre metálico garantiu a ligação Brasil-Paraguai. O Dirigente Construtor, São Paulo, vol. 1, n. 5, pág. 12-21, março/1965.

FERNANDEZ CASADO, C. Puentes de hormigón armado pretensado. Madrid, Editorial Dossat, 1965.

ANÔNIMO Fundação foi o desafio na ponte sobre o Rio Iguaçu. Digirente Construtor, São Paulo, vol. 22, n. 3, pág. 22-25, março/1986.

ITOH, T, et al Design and construction of the Beppu-Myoban concrete arch bridge in a hot spring area. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE, 12., Hamburg, June 04-09, 1990 p.B91-B94.

JANSSEN, H. H.; SPAANS, L. Record span splice bulb-tee girders used in Highland View Bridge. *PCI Journal*, v.39, n.1, p.12-19, 1994.

LEONHARDT, F. Construções de concreto, vol. 6: Princípios básicos da construção de pontes de concreto. Rio de Janeiro. Editora Interciência, 1979.

LEONHARDT, F. & ZELLNER, W. Past present and future of cable-stayed bridges. In: ITO et al. Cable-stayed bridges: recent developments and their future. Amsterdam, Elsevier, 1991 p. 1-34

MARTINELLI, D.A.O. Introdução às pontes de vigas. São Carlos, EESC-USP, 1971.

MATHIVAT, J. Construccion de puentes de hormigon pretensado por voladizos sucessivos. Barcelona, Editores Técnicos Asociados, 1980.

PFEIL, W. Ponte Presidente Costa e Silva - Rio-Niterói: Métodos construtivos. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1975.

PFEIL, W. Concreto protendido. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1980.

PFEIL, W. Cimbramentos. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1987.

SERVANT, C.& GALLLET,S. Le Viaduc de l"Arret-Darrre In: INTERNATIONAL CONGRESS OF FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE, 12., Hamburg, June 04-09, 1990 p. B153-B158

VASCONCELOS, A.C. O concreto no Brasil: recordes, realizações, história. São Paulo, Copiare, 1985.

VASCONCELOS, A.C. Pontes brasileiras - viadutos e passarelas notáveis. São Paulo, Editora Pini, 1993.

VIRGOGEAUX, M. Erection of cable –stayed bridges. In: ITO et al. Cable-stayed bridges: recent developments and their future. Amsterdam, Elsevier, 1991 p. 77-105

WITTFOHT, H. Puentes: ejemplos internacionales. Barcelona, Editorial Gustavo Gilli, 1975.

A1. ASPECTOS BÁSICOS DO COMPORTAMENTO À FADIGA DO CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO

A1.1. INTRODUÇÃO

A fadiga pode ser definida como a alteração mecânica dos materiais sob o efeito de solicitações repetidas.

Embora as ações repetidas possam produzir algum efeito favorável, consolidando o material, normalmente associa-se a este tipo de ações o efeito desfavorável da danificação do material.

As ações que causam fadiga são aquelas que produzem variações de solicitações com freqüência relativamente alta. Na fig 1 estão apresentados alguns tipos de estruturas sujeitas a ações cíclicas, bem como o número de ciclos associados a vida útil delas.

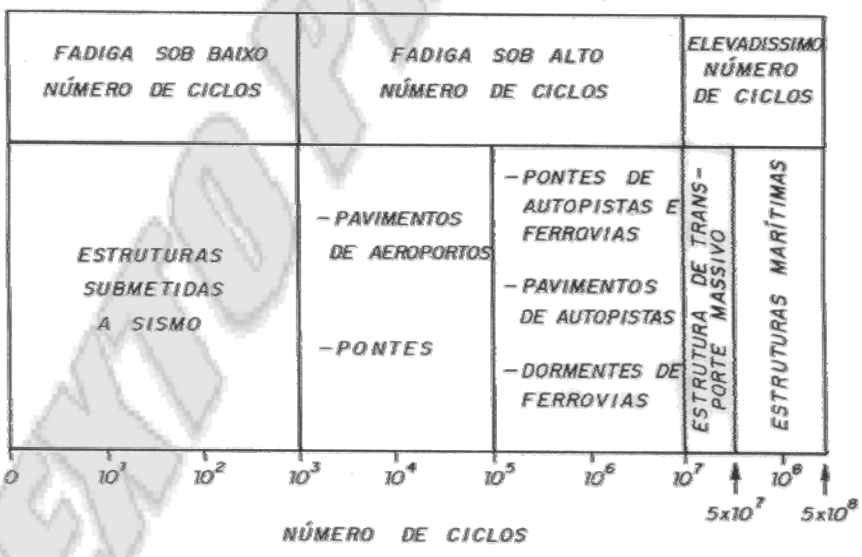


Fig. A 1.1 - Alguns tipos de estruturas sujeitas a ações cíclicas e o número de ciclos de cargas associado a vida útil delas.

As ações em questão são: carga móvel, ondas do mar, sismos, vento, temperatura, congelamento, etc.

Normalmente, os maiores problemas de fadiga ocorrem para situações com elevados números de ciclos, de 10^3 a 10^8.

O fenômeno da fadiga já era conhecido desde o princípio do século XIX, em razão de rupturas constantes em componentes mecânicos do tipo metálico. Os primeiros estudos científicos sobre o assunto são devidos ao engenheiro alemão Wöhler, a partir da década de 1850.

No início do emprego do concreto armado, com aplicações geralmente pesadas e cargas com pouca repetição, não houve maiores preocupações com o fenômeno.

Recentemente o assunto tem sido objeto de maiores estudos, devido principalmente:

- ao aumento de solicitações devido às cargas móveis tanto em valor como em número de eixos, no caso de pontes;
- ao aumento da relação q/g das estruturas de concreto;
- emprego de concreto em novas tipologias de construção, por exemplo plataformas marítimas;
- evolução dos conceitos de dimensionamento, admitindo com maior freqüência o emprego da protensão parcial.

Os tipos estruturais em concreto mais susceptíveis à fadiga são:

- Pontes;
- Estruturas para pontes rolantes;
- Pavimentos de concreto
- Estruturas sujeitas à vibração, como por exemplo base de máquinas;
- Estruturas "offshore";
- Torres de grandes alturas;
- Dormentes.

Quanto a variação no tempo, as solicitações se classificam em:

- solicitações repetidas (Fig.2 a)

- solicitações alternadas (Fig.2 b)

- solicitações onduladas (Fig.2 c)

- solicitações com tipo de ondas quaisquer (Fig.2 d)

TEXTO PROVISÓRIO

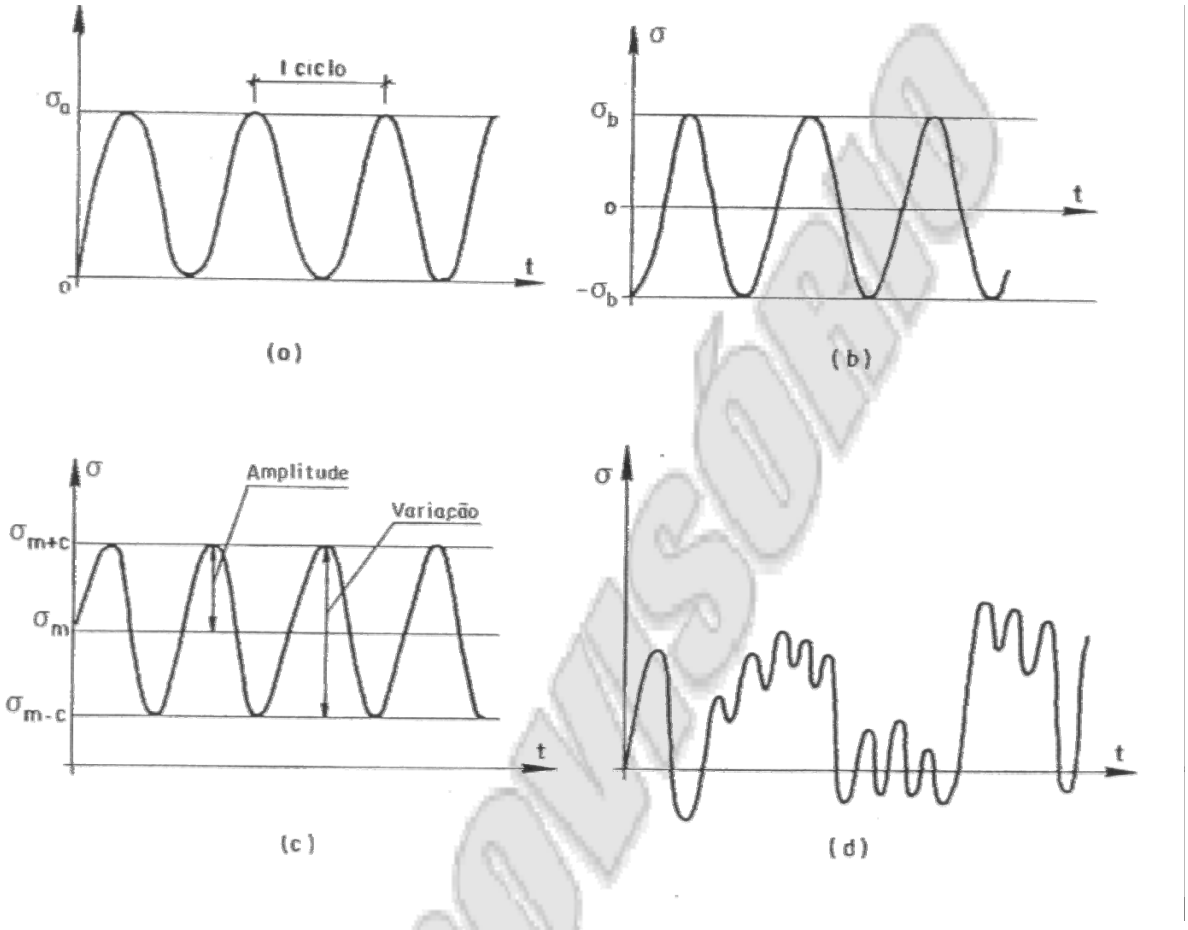


Fig. A 1.2 - Diferentes tipos de solicitações (a) repetida, (b) alternada, (c) ondulada e (d) quaisquer.

Tendo em vista o estudo da fadiga, podem ser definidos os seguintes parâmetros:

Variação de tensões - diferença entre a tensão máxima σ_{max} e a tensão mínima σ_{min}.

$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$

Tensão média - média aritmética entre os valores algébricos de tensão máxima e da tensão mínima.

$\sigma_m = 1/2\ (\sigma_{max} + \sigma_{min})$

Relação de tensões - relação entre a tensão mínima e a tensão máxima.

$R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$

A forma mais comum de apresentar a resistência à fadiga é através das curvas de Wöhler, também denominadas de curvas S-N, e que relacionam a variação de tensões em função do logaritmo do número de ciclos (Fig. 3).

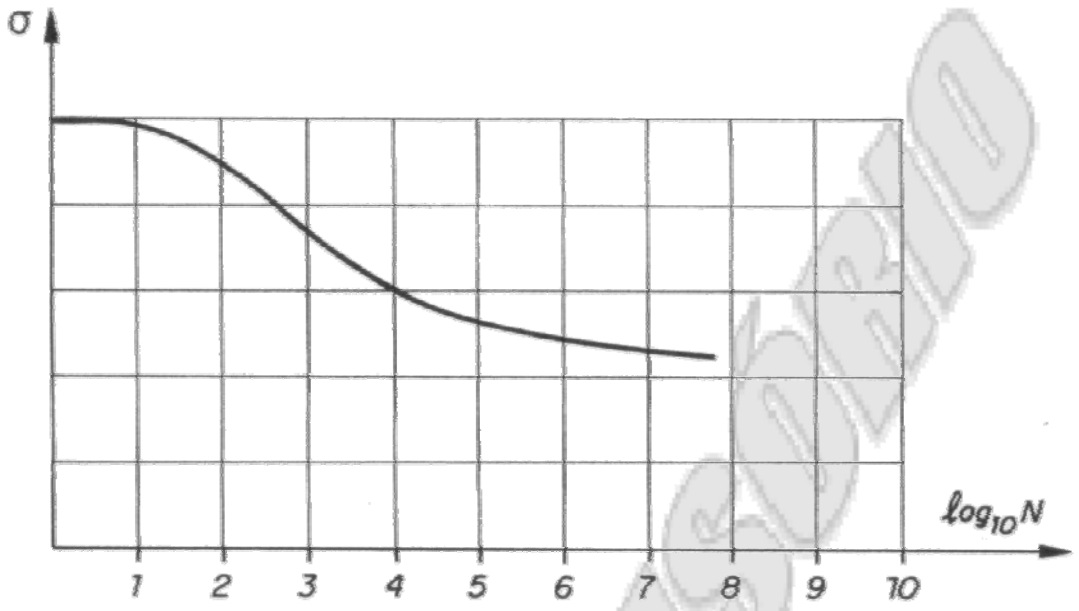


Fig. A 1.3 - Diagrama de Wöhler ou curva S-N.

Uma forma alternativa consiste em representar a resistência à fadiga, relacionando o logaritmo de variação de tensões com o logaritmo do número de ciclos, que será apresentado posteriormente.

Quando a variação das tensões não é constante, o efeito cumulativo pode ser determinado mediante a regra de Palmgren-Miner, onde o dano D é dado por:

$$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + ... + \frac{n_n}{N_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N_i}$$

Onde:

n_i = número de ciclos com variação $\Delta\sigma_i$

N_i = número de ciclos que produz ruptura com $\Delta\sigma_i$

ni/Ni = dano produzido para o bloco i, independente dos demais.

A1.2. FADIGA DOS MATERIAIS

A1.2.1. Concreto simples

O concreto sujeito a ações repetidas pode apresentar fissuração excessiva e, eventualmente, romper após um grande número de ciclos, mesmo se o nível de solicitação for menor que a correspondente solicitação estática . A resistência à fadiga é definida como uma fração da resistência estática que pode ser suportada, para um certo número de ciclos.

A ruptura por fadiga do concreto é caracterizada por deformações e microfissuração bem maiores que as correspondentes à ruptura sob solicitação estática. A resistência à fadiga do concreto

para 10 milhões de ciclos, para compressão, tração ou flexão, é aproximadamente 55% a 60% da resistência solicitação estática.

Na Fig4 é ilustrada a variação da resistência à fadiga do concreto do nível de tensões.

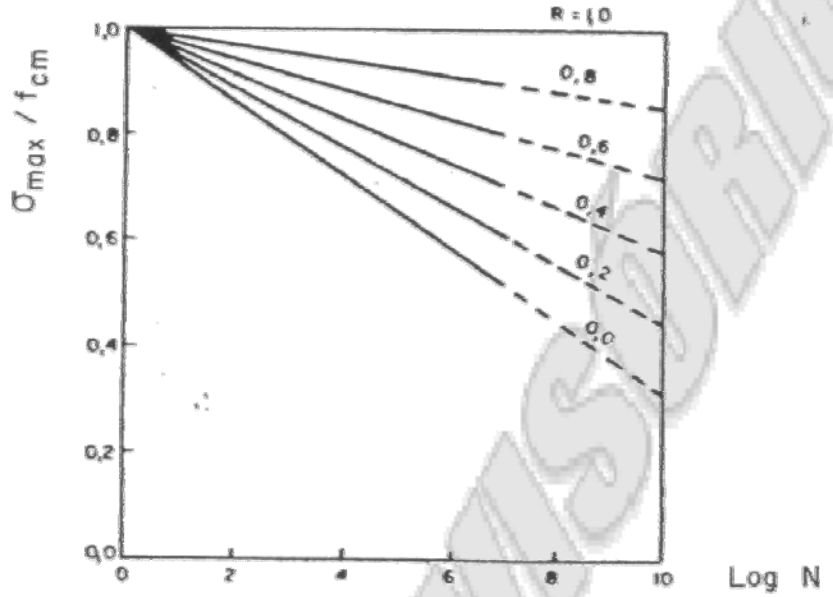


Fig. A 1.4 - Curvas S-N do concreto simples para vários valores de relação de tensões [CEB(1988)]

A1.2.2. Aço

1.2.2.1 Aços para armadura não protendida

A resistência a fadiga dos aços depende de vários fatores. A influência dos principais fatores será discutida nas linhas que se seguem.

a) Conformação superficial - as nervuras das barras, projetadas para melhor aderência entre o aço e o concreto, acarretam uma significativa redução da resistência à fadiga, comparativamente às barras lisas, devido à concentração de tensões.

b) Diâmetro das barras - a resistência à fadiga das barras reduz com o aumento do seu diâmetro; uma barra de diâmetro de 40mm pode ser resistência à fadiga 25% menor que uma barra de 16mm, mantidas as demais condições iguais.

c) Barras dobradas - o dobramento das barras reduz a sua resistência à fadiga em relação a barra reta, devido à geração de tensões localizadas, esta redução é função da relação entre o diâmetro de dobramento (D) e o diâmetro da barra (ϕ), conforme ilustra a tabela 1.

d) Emendas por traspasse - ensaios experimentais, com traspasse de 20 a 35 vezes o diâmetro das barras, mostram que este tipo de emenda não apresenta redução significativa de resistência à fadiga, em comparação às situações similares sem emendas;

e) Emendas por solda - nas barras emendadas por solda, por eletrodo ou por caldeamento, ocorre uma redução da resistência à fadiga de até 50% em relação a barra sem emenda.

TABELA A 1.1 - Redução da resistência à fadiga em função da relação do diâmetro de dobramento D com o diâmetro da barra ϕ

D/ϕ	Redução (%)
25	0
15	16 - 22
10	22 - 41
05	52 - 68

Atualmente, a resistência à fadiga dos aços tem sido normalmente representada através de curvas S-N, admitindo funções do tipo $\Delta\sigma_s^m \cdot N = cte$, o que corresponde admitir trechos lineares nos diagramas com escala logaritma na abscissa e na ordenada.

Na fig 5 são mostradas as curvas de resistência à fadiga para aços de concreto armado fornecida pelo CEB-MC/90.

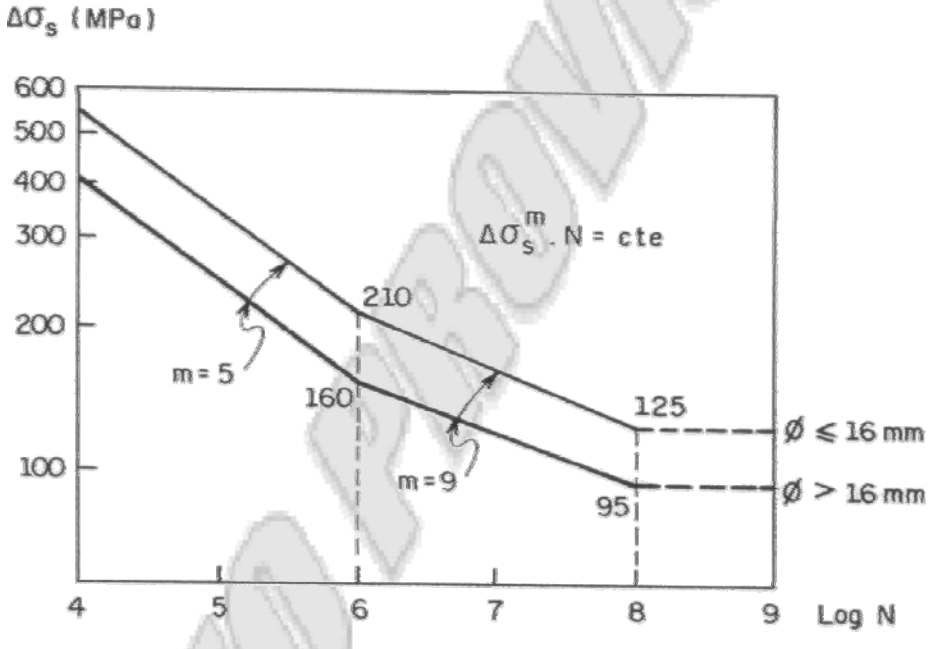


Fig. A 1.5 - Curvas de resistência característica à fadiga dos aços de concreto armado pelo CEB-MC/90.

Cabe destacar ainda que a resistência à fadiga é efetuada pela corrosão do aço, tanto corrosão generalizada como corrosão localizada, que é difícil de ser detectada. Este fato tem sido comprovado através de ensaios e o seu efeito é muito maior que a redução de área da seção transversal, devido à propagação do dano. Por esta razão, em ambientes agressivos, tal como ambiente marítimo, deve ser considerada uma redução na resistência à fadiga do aço.

A1.2.3. Aço para armadura protendida

O comportamento à fadiga dos aços de protensão era até pouco tempo relativamente pouco estudado. De fato, com o emprego de protensão completa ou limitada, as variações de tensões na armadura são baixas. Com a maior difusão do emprego da protensão parcial atualmente - em que é prevista a fissuração do concreto e portanto a fissuração do concreto e portanto a variação de tensões de armadura é bem maior que os casos anteriores - é que aumentaram os estudos de resistência à fadiga dos aços de protensão. Destaca-se que no caso de cordoalhas existem maiores informações experimentais do que para fios e barras, para os quais existe um maior número muito limitado de ensaios experimentais.

O comportamento à fadiga dos aços de protensão é, em geral, similar ao dos aços para concreto armado. A resistência à fadiga é também idealizado com uma lei potencial. Na fig 6 estão mostradas as curvas de resistência à fadiga dos aços de protensão adotadas no CEB-MC/90.

Embora as pesquisas do comportamento à fadiga com protensão parcial sejam limitadas até o momento, tem-se verificado que os efeitos da corrosão por atrito (freting corrosion) são determinantes no comportamento à fadiga dos cabos de protensão. Este fenômeno ocorre nos cabos curvos e os parâmetros mais importantes são o escorregamento e a pressão lateral.

Deve-se destacar também que os conectores para emenda de cabos de protensão são muitos sensíveis ao efeito da fadiga, conforme demostrado em ensaios experimentais.

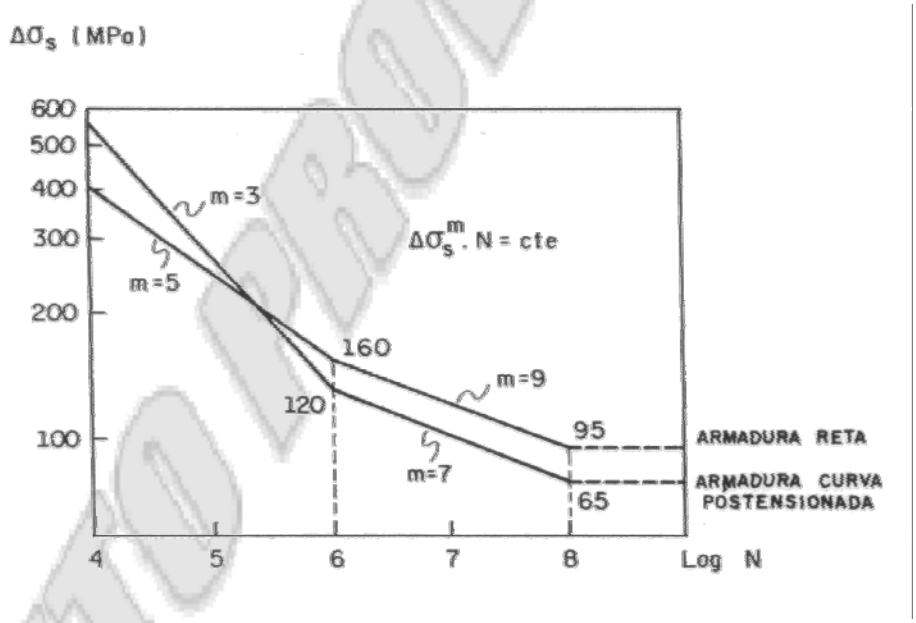


Fig. A 1.6 - Curvas de resistência característica à fadiga dos aços de protensão adotadas no CEB-MC/90.

Assim, conforme foi comentado para os aços de concreto armado, a corrosão de armadura reduz a resistência à fadiga com o agravante dos aços de protensão serem mais sensíveis à corrosão que os aços de concreto armado, devido ao seu processo de fabricação, à alta resistência e ao alto nível de tensões permanente.

A1.3. COMPORTAMENTO À FADIGA DE ESTRUTURAS E COMPONENTES

A1.3.1. Preliminares

O comportamento à fadiga das estruturas de concreto armado está intimamente relacionado com as propriedades de seus materiais componentes, concreto e aço, e de interação entre eles. Assim, para elementos sub-armados sob a ação de momentos fletor o comportamento à fadiga está diretamente relacionado com a resistência à fadiga de armadura. Para elementos sub-armados ou aqueles em que o cisalhamento e a aderência são fatores determinantes, a previsão do comportamento é mais complicada.

As estruturas de concreto armado são estruturas compostas nas quais o aço absorve as tensões de tração quando o concreto fissura. Isto ocorre quando atinge a sua deformação última à tração, o que ocorre nas situações em serviço. Como a fadiga depende do nível de tensões, a susceptibilidade em relação à fadiga varia em função do estado de tensões ao longo da estrutura. As fissuras podem propagar-se devido à fadiga e conduzem a deformações excessivas e a redistribuição de tensões. Isto pode conduzir a diferentes tipo ruptura comparada com ruptura sob carregamento estático.

Em uma série de ensaios realizados em dormentes de concreto com carga estática foram observadas ruptura por compressão do concreto em alguns ensaios, por perda de aderência em outros e por força cortantes em outros. No entanto, sob a ação de cargas repetidas os elementos romperam por tração da armadura de protensão.

Isso vem a mostrar a complexidade do assunto, pois modelos para avaliação do comportamento estático podem não ser adequados para cargas repetidas. Merece ser destacado que os ensaios à fadiga do concreto armado são mais onerosos e demorados, comparados com os ensaios estáticos.

A1.3.2. Ruptura devido a momento fletor

a) Ruptura do concreto à compressão

Na zona comprimida de uma seção sujeita a momento fletor existe em gradiente de tensões. Normalmente, a resistência a compressão, o que resulta uma resistência à fadiga maior comparada com compressão uniforme.

Resultados experimentais em vigas superarmadas e corpos de prova prismáticos com mesmas dimensões e qualidade do concreto mostraram que a resistência à fadiga das vigas foi de 70% da sua resistência à carga estática, para 10^7 ciclos, ao passo que para os corpos de prova a resistência foi de 60%.

b) Ruptura do aço à tração

A resistência à fadiga do aço em peça de concreto armado sujeitos à momento fletor podem ser bastante baixas. Já foram obtidas rupturas à fadiga cm 44% da tensão de escoamento da armadura com variação de tensões de aproximadamente 0,4 da tensão de escoamento, conforme ilustra a Fig 7. Nota-se a partir desta figura a pouca influência da resistência do aço (Ks 400 e Ks 600) na resistência à fadiga.

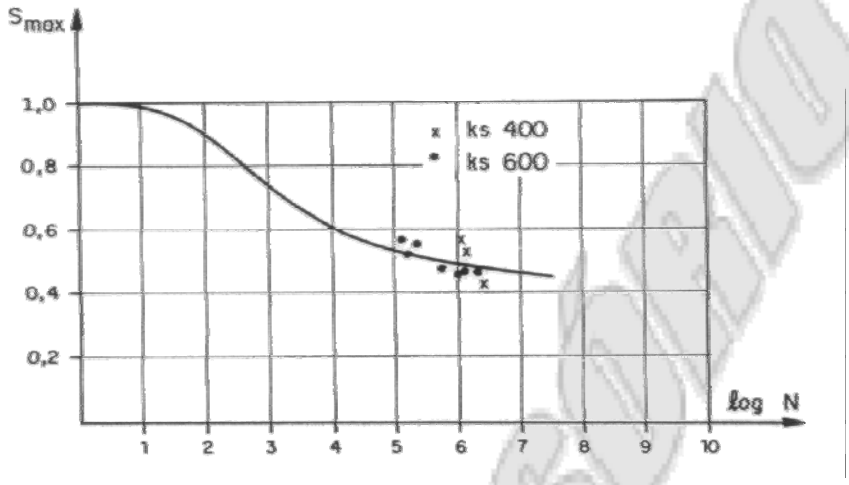


Fig. A 1.7 - Diagrama de Wöhler para armaduras de tração a viga de concreto sujeito a momento fletor.

A1.3.3. Ruptura devido a força cortante

A avaliação da resistência à fadiga por força cortante é mais complexa do que a de momento fletor. A título de ilustração está mostrado na fig 8 as possíveis formas de ruptura por fadiga em vigas com ou sem estribos.

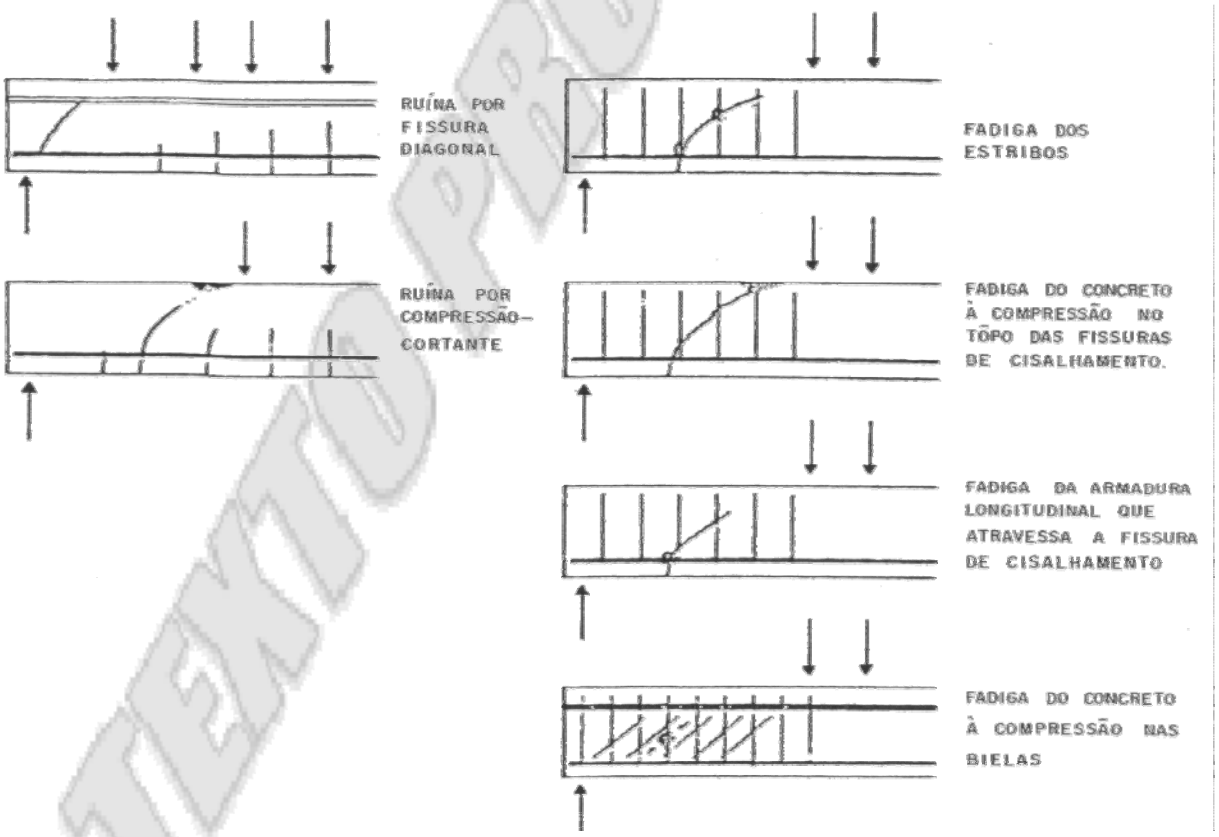


Fig. A 1.8 - Possíveis formas de ruptura por fadiga em vigas sem estribos (esquerdo) e com estribo (direito) [CEB (1988)].

No caso das vigas sem estribos se desenvolve uma fissura crítica devido a uma redistribuição de tensões que causa a ruptura. Dependendo da geometria da viga e o tipo de carga existente, ocorrerá diferentes modos de fissuração crítica.

Para vigas com estribos, a resistência a fadiga depende em grande parte das armaduras. Como estribos apresentam pequenos valores de diâmetro de dobramento - até da ordem de 5 vezes o diâmetro do estribo portanto redução de resistência do aço à fadiga da ordem de até 60% - seria de se esperar a ruptura dos estribos apenas nas partes junto às dobras das regiões tracionadas, se a tensão no estribo nestas partes fosse constante. No entanto, ensaios experimentais mostram que ocorre ruptura, tanto nesta parte como no rmo vertical.Isto se deve ao fato que a determinação das tensões nos estribos é bastante complexa, mesmo para cargas estáticas, de forma que este assunto é bastante controvertido, nescecitando de maiores estudos.

Convém salientar ainda que existem a possibilidade de ruptura do concreto à compressão por fadiga conforme mostrado na Fig 8.

A1.3.4. Ruptura da aderência aço-concreto

A aderência aço-concreto é afetada de vários fatores tais como, a conformação superficial da barra, a geometria do concreto circundante, a existência de confinamento, pressão ou tração transversal, estória das cargas, nível de cargas em comparação com a carga última estática. Podem ser distinguidos três tipos de ruptura da aderência:

- ✓ Ruptura devido ao excesso de tensão tangencial entre o concreto e o aço;
- ✓ Ruptura por fendilamento do concreto circundante quando a tensão tangencial for muito alta;
- ✓ Ruptura por corte do concreto circundante ao longo das barras nervuradas. Este tipo de mecanismo de ruptura, que apresenta máxima resistência, é controladopela resistência ao canto do concreto.

Têm sido feitos ensaios experimentais enfocando os três tipos de ruptura e os resultados indicam que a aderência sob ações cíclicas se deteriora da mesma forma e na mesma proporção que tem sido observado no concreto sujeito à compressão e à tração.

Cabe destacar que o comportamento transversal nas zonas de ancoragem ajudam a resistência à fadiga. A armadura transversal contribui na segurança à fissuração longitudinal (por fendilhamento), como mostra a Fig 9. As tensões nestas armaduras são altas, porém não tem sido observado ruptura à fadiga nas mesmas.

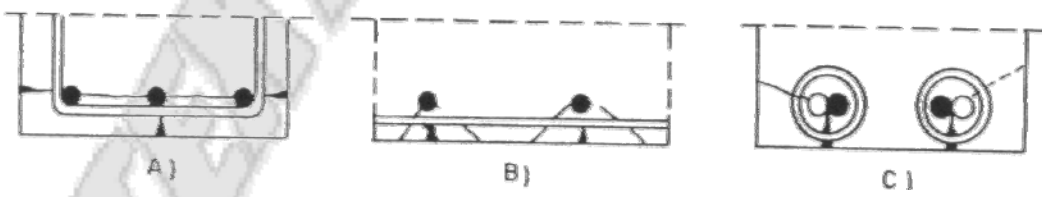


Fig. A 1.9 - Armadura transversal de confinamento em forma de a) estribos, b) barras transversais e c) espirais [CEB (1998)]

A1.3.5. Abertura de fissuras e deformações

Em gerak, a abertura de fissuras e as deformações aumentam com o número de ciclos de carga.

Na fig 10 é mostrado a relação entre a abertura de fissuras de carga estática e de carga cíclica, onde se nota que pode ocorrer um acréscio considerável da abertura, podendo atingir até 2,,4 vezes à correspondente abertura sob carga estática para 2.10^6 ciclos.

A variação de deslocamentos em função do número de ciclos está ilusrada na fig 11. Para avaliar o acréscimo de deslocamento pode-se multiplicar o deslocamento produzido pela carga estática por fator corretivode caráter empírico, obtido a partir de resultados experimentais de corpos de prova submetidos à compressão.

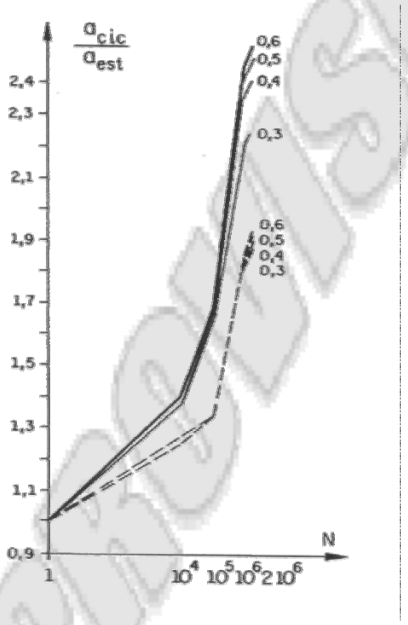


Fig. A 1.10 - Relação entre aberturas de fissuras sob carga estática e sob carga repetitiva em função do número de ciclos [CEB (1988)]

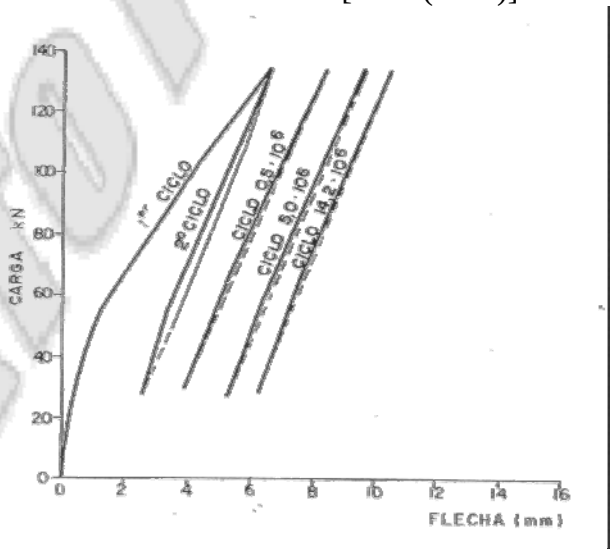


Fig. A 1.11 - Relação carga - flecha em função do número de ciclos [CEB (1988)]

A1.3.6. Observações de danos por fadiga em estruturas

Nos ensaios em laboratórios tem-se observado a ruptura por fadiga de peças de concreto armado e protendido, bem como aumento de abertura de fissuras e de deslocamentos, que influem no comportamento das peças em serviço.

No entanto, informações sobre o comportamento a dafiga de estruturas em uso são de grande importância nos etabelecimento de juízos sobre o fenômeno.

Neste sentido, apresenta-se a seguir as principais conclusões de um levantamento de 17 casos de construções co danos incluindo pontes, pisos, coberturas, fundações de máquinas e estacas.

a) Não houve nenhum caso de ruptura ou colapso exclusivamente por fadiga.

b) Nas rupturas e deterioração progressiva, a fadiga teve contribuição importante, porém associada com outros fatores.

c) Os principais efeitos estruturais devido a fadiga foram: 1) fissuração excessiva, 2) deformações excessivas e perda de protensão, 3) redução localizada da rigidez estrutural e redução da vida útil.

d) Como consequência do aumento das deformações e da abertura de fissuras, é necessário estender a análise da fadiga para os Estados Limites de Utilização.

e) Os aspectos que merecem atenção especial no projeto e execução, com relação a fadiga, são: 1) injeção de cabos de protensão, 2) ancoragem e outras zonas de concentração de tensões, 3) emendas da armadura, 4) ligação entre elementos estruturais e 5) todos os tipos de juntas.

BIBLIOGRAFIA

AGUADO, A. et alii. (1990) *El comportamento a fadiga de estructuras de hormigon em masa, armado y pretensado.* Barcelona, Departament D'Enginyeria de la Construccio' , Universitat Politècnica de Catalunya.

CEB Fatigue of concrete structures (1988).*State of the art report*. Bulletin d' Information nº 188.

CEB-FIP Model Code 1990 (1991). *Final Draft*. Bulletin d' Information nº 203.

LARANJEIRAS, A.C.R. (1990). *Fadiga das estruturas de concreto.* In: II Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo. Ppp. 189 - 232.

PFEIL, W. (1979). *Pontes de concreto armado*. Rio de Janeiro. Livros Técnicos e Científicos.

A2. EMPREGO DAS TABELAS DE RÜSCH

As tabelas de Rüsch são utilizadas para o cálculo de lajes de pontes (Fig. A 2.1). Para lajes retangulares utiliza-se o livro 1 (“rechtwinklige”) e para lajes esconsas o livro 2 (“schiefwinklige”).

Fig. A 2.1 Capa do Livro de Rusch.

A especificação da carga móvel segundo a Norma DIN 1072 da Alemanha é apresentada na Fig. A 2.2. É importante dizer que a especificação da norma brasileira NBR 7188, conforme a Fig. A 2.3, é semelhante a norma Alemã.

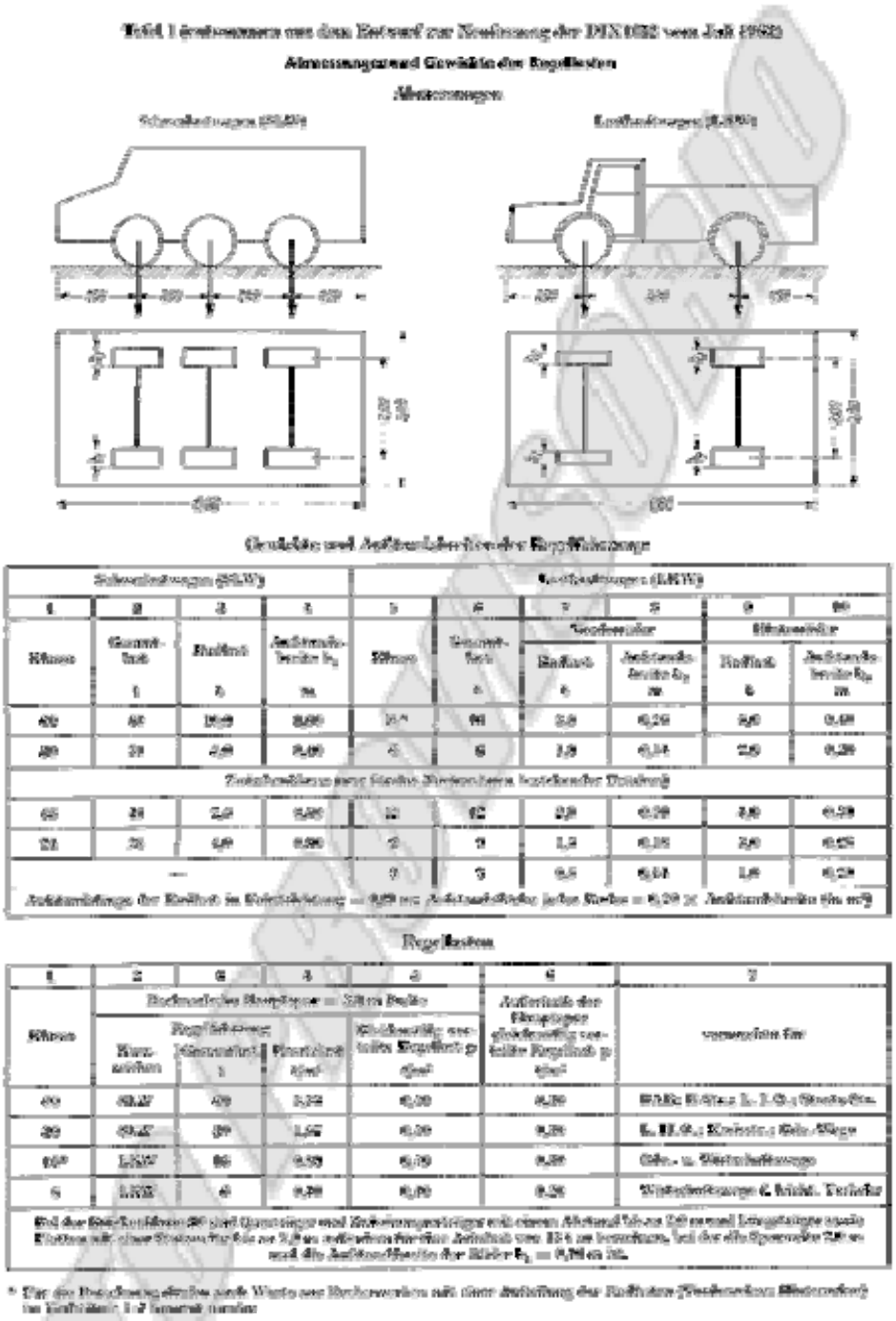


Fig. A 2.2 Especificação da carga móvel conforme a Norma DIN 1072 (Alemanha).

A simbologia utilizada para os vínculos da laje nas tabelas de Rusch está mostrada na Fig. A 2.4. Os índices das tabelas apresenta a relação dos tipos de lajes que podem ser calculados. Para alguns tipos não existem as tabelas correspondentes, mas as informações para o cálculo estão no próprio índice. Portanto, antes de iniciar o cálculo, deve-se consultar o índice.

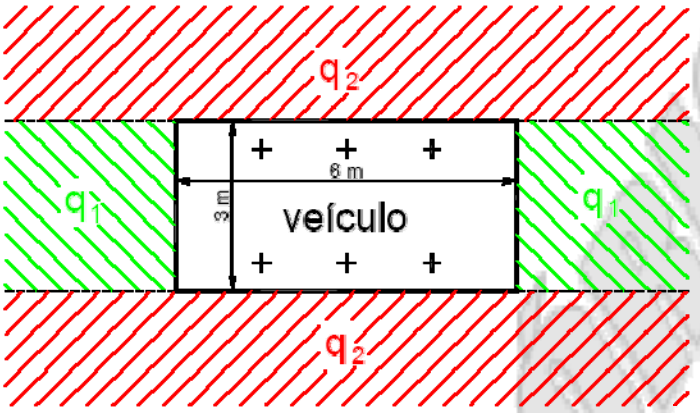


Fig. A 2.3 Especificação da carga móvel segundo a NBR 7188.

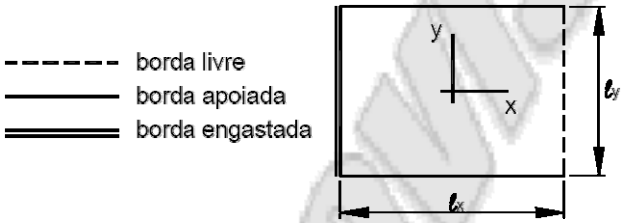


Fig. A 2.4 Simbologia para os vínculos da laje.

Os momentos fletores da carga uniformemente distribuída (carga permanente) é dado por:

$$M_g = k \cdot g \cdot l_x^{\,2} \qquad (1)$$

Sendo:

k = coeficiente obtido da tabela em função de l_y / l_x

g = valor da carga distribuída

Os momentos fletores da carga móvel tem como equação:

$$M_q = \phi \cdot (Q \cdot M_L + q_1 \cdot M_P + q_2 \cdot M_{P'}) \qquad (2)$$

Onde:

ϕ = coeficiente de impacto

Q = peso de uma roda do veículo

q_1 = carga móvel distribuída na frente e atrás do veículo (na faixa da largura do veículo)

q_2 = carga móvel distribuída nas laterais do veículo

No caso da NBR 7188 (Fig. A 2.3):

$$q_1 = q_2 = q \tag{3}$$

Os valores de q e Q dependem da classe a qual pertecem:

Classe 45 => $Q = 75kN$ e $q = 5kN/m^2$

Classe 30 => $Q = 50kN$ e $q = 5kN/m^2$

Classe 12 => $Q = 40kN$ (roda traseira) e $q = 4kN/m^2$

Na equação 2, M_L, M_P, $M_{P'}$ são coeficientes fornecidos pelas tabelas em função dos parâmetros: l_x/a e t/a, onde a é a distância entre centros das rodas de cada eixo do veículo, como mostra a Fig. A 2.5, e t é o lado do quadrado de área igual ao do retângulo de contato da roda propagado até a superfície média da laje (Fig. A 2.6).

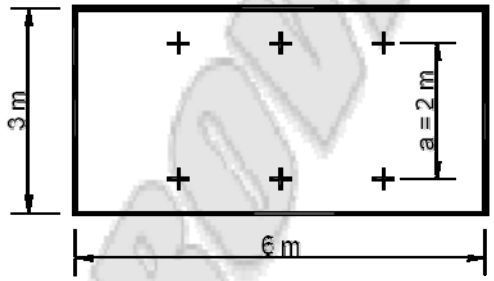


Fig. A 2.5 Distância entre centros das rodas de cada eixo do veículo: a.

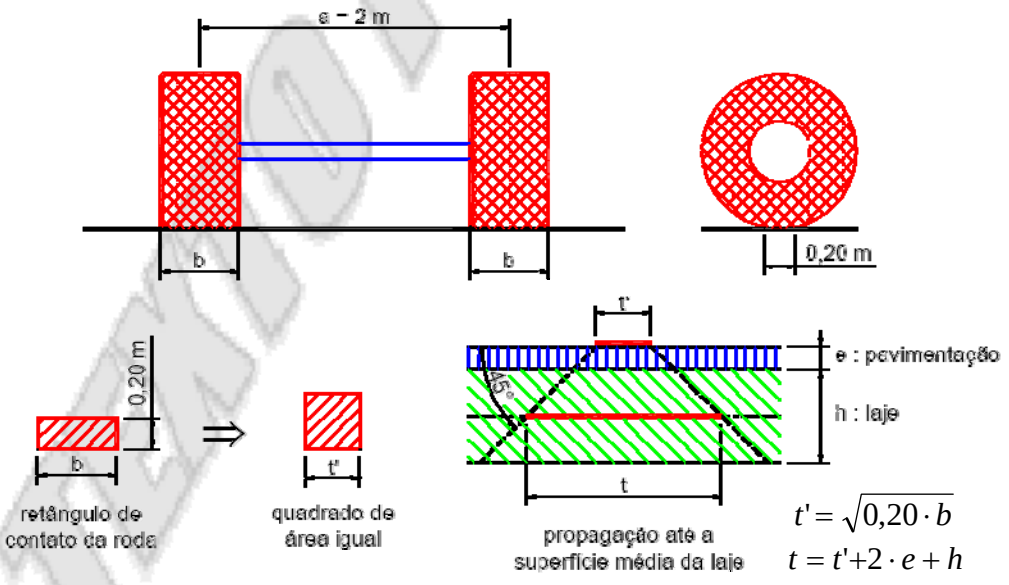


Fig. A 2.6 Parâmetros adotados na Eq. 3.9: a, b, e, h, t, t'.

O retângulo de contato da roda (b), também depende da classe adotada:

Classe 45 => $b = 0{,}50m$

Classe 30 => $b = 0{,}40m$

Classe 12 => $b = 0{,}30m$ (roda traseira)

Para classe 12, a equação 2, que apresenta os momentos fletores da carga móvel, passa a ser:

$$M_q = \phi \cdot [Q \cdot (M_L + M_L) + q_1 \cdot M_P + q_2 \cdot M_{P'}] \quad (4)$$

Caso a carga móvel for tomada da DIN 1072, Rüsch indica que quando as classes são de 24 a 60 e de 3 a 16, respectivamente, valem as seguintes equações para os momentos fletores da carga móvel:

$$M_q = \phi \cdot P \cdot M_L + \phi \cdot p \cdot M_P + p' \cdot M_{P'} \quad (5)$$

$$M_q = \phi \cdot P \cdot M_L + P' \cdot M_L + \phi \cdot p \cdot M_P + p' \cdot M_{P'} \quad (6)$$

Sendo:

P = peso de uma roda do veículo

P' = peso de uma roda do segundo veículo colocado lateralmente ao primeiro

TEXTO PROVISÓRIO

HEFT 100

DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON

Berechnungstafeln für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken

von

Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Hubert Rüsch

o. Professor der Technischen Hochschule München

Sechste, überarbeitete Auflage

EESC - USP
BIBLIOTECA DE S. CARLOS

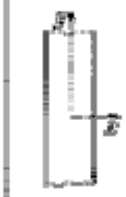
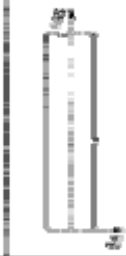
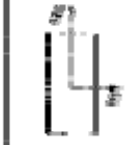
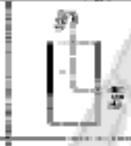
1965

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN · BERLIN · MÜNCHEN

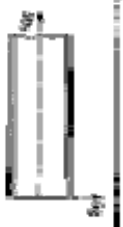
TEXTO REVISÓRIO

Zweiseitig gestützte Platten

Umrechnungsfaktoren gelten nur für Vorbeilast. Für Gleichlast über die ganze Platte sind M_{xm}, M_{xz} und M_{ym} wie beim gleichmäßig gestützten Balken zu bestimmen. $M_{ym} = \nu \cdot M_{xm}$. Querzahl $\nu = 0$ nach Zahlentafel 9

Platten Nr.		Seitenverhältnis l_y/l_x	Koordinaten des Aufpunkts x	y	Berechnungsgang			Zahlentafel ← Seite	Zahlentafel ↓ Seite
1		∞	0 0	0 0	1.1 M_{xm} 1.2 M_{ym}			1	2
2		∞	0 0 0 0 0 0	0 0 0,25 l_y l_y l_y 2 l_y	2.1 M_{xm} 2.2 $M_{ym} = 0$ 2.3 M_y 2.4 M_x 2.5 M_y 2.6 M_x 2.7 M_y	 nach 1.1 nach 1.2 nach 1.1 nach 1.2	 	3	3
3		≥3,00			Für $l_y/l_x \geq 3{,}00$ können für M_{xm} und M_{ym} die Ergebnisse der Vollstreifen genommen werden (M_{xm} wie 1.1; M_{ym} wie 1.2). Für M_{xz} ist der Wert des Halbstreifens 1.1 anzuwenden.				
4		2,50	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	4.1 M_{xm} 4.2 M_{ym} 4.3 M_{xz}	nach 1.1 nach 1.2 nach 2.1	Faktor 1,00 Faktor 1,00 Faktor 1,00		
5		2,00	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	5.1 M_{xm} 5.2 M_{ym} 5.3 M_{xz}	nach 4.1 nach 4.2 nach 4.3	Faktor 0,96 Faktor 1,00 Faktor 0,97		
6		1,50	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	6.1 M_{xm} 6.2 M_{ym} 6.3 M_{xz}			6	7
7		1,33	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	7.1 M_{xm} 7.2 M_{ym} 7.3 M_{xz}	nach 6.1 nach 6.2 nach 6.3	Faktor 1,00 Faktor 0,99 Faktor 1,00		
8		1,00	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	8.1 M_{xm} 8.2 M_{ym} 8.3 M_{xz}	nach 6.1 nach 6.2 nach 6.3	Faktor 1,07 Faktor 0,96 Faktor 1,04		

Platten Nr.		Seitenverhältnis l_x/l_y	Koordinaten des Aufpunktes x	y	Rechnungsgang			Fußunterstützung → Seite	↓ Seite
9		1,00	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	9.1 M_{xm} 9.2 M_{ym} 9.3 M_{xr}	nach 10.1 nach 10.2 nach 10.3	Faktor 0,56 Faktor 1,33 Faktor 0,88		
10		1,00	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	10.1 M_{xm} 10.2 M_{ym} 10.3 M_{xr}			8	9
11		1,00	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	11.1 M_{xm} 11.2 M_{ym} 11.3 M_{xr}			10	11
12		0,90	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	12.1 M_{xm} 12.2 M_{ym} 12.3 M_{xr}			12	13
13		0,89	0 0 0	0 0 $\pm l_y/2$	13.1 M_{xm} 13.2 M_{ym} 13.3 M_{xr}			14	15
					Platten mit $l_x/l_y \leq 0,25$: Längsmomente M_x können wie bei Balken, Quermomente M_y können entsprechend der Belastung im Abschnitt „Momentengrenzlinien bei einseitig gestützten Platten" bestimmt werden.				
14		∞	0 0 $-l_x/2$	0 0 0	14.1 M_{xm} 14.2 M_{ym} 14.3 M_{xr}			16	17
15		∞	0 0 $-l_x/2$ 0 0 0 $-l_x/2$	0 0 0 $0,25\,l_y$ $0\,l_y$ $0\,l_y$ $0\,l_y$	15.1 M_{xr} 15.2 M_y 15.3 M_{xr} 15.4 M_y 15.5 M_x 15.6 M_y 15.7 M_{xr}	nach 14.1 = 0 nach 14.3 nach 14.5 wie 14.1 wie 14.5 wie 14.3	Faktor 1,50 Faktor 1,00 Faktor 0,50		

Platten Nr.		Seiten-verhältnis l_y/l_x	Koeffizienten der Auflagerung x	Koeffizienten der Auflagerung y	Rechnungsgang für Vollast	Faktor k für Momente	Fehlerrechnung ⟷ Seite	Fehlerrechnung ↕ Seite
61		1,00	e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ e	M_{xm} für p wie 14.1 M_{ym} für p wie 14.2 M_{xr} für p wie 15.1 M_{yr} für p wie 15.2	0,032 0,030 0,063 −0,069		
62		∞	e e — e $-k_x/k_x$	$2k_x$ $2k_y$ — $0,33\,k_y$ $2k_y$	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 — M_y für p wie 22.4 M_{yr} für p wie 22.5	0,042 0,007 — 0,083 −0,250		
63		≥1,00	e e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ $0,41\,k_y$ e	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 M_{xr} für p wie 23.1 M_y für p wie 22.4 M_{yr} für p wie 22.5	0,043 0,037 0,083 0,045 −0,092		
64		1,50	e e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ $0,33\,k_y$ e	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 M_{xr} für p wie 23.1 M_y für p wie 22.4 M_{yr} für p wie 22.5	0,048 0,028 0,083 0,045 −0,092		
65		1,33	e e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ $0,27\,k_y$ e	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 M_{xr} für p wie 23.1 M_y für p wie 22.4 M_{yr} für p wie 22.5	0,048 0,028 0,083 0,045 −0,092		
66		1,25	e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ e	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 M_{xr} für p wie 23.1 M_{yr} für p wie 22.5	0,049 0,027 0,083 −0,092		
67		1,00	e e e $-k_x/k_x$	e e $+k_y/k_y$ e	M_{xm} für p wie 22.1 M_{ym} für p wie 22.2 M_{xr} für p wie 23.1 M_{yr} für p wie 22.5	0,037 0,037 0,062 −0,069		
68		∞	e e — e e	$2k_x$ $2k_y$ — e $0,75\,k_y$	M_{xm} für p wie 1.1 M_{ym} für p wie 1.2 M_{xr} M_{yr} M_y für p wie 64.5	0,125 0,042 — −0,125 0,250	46	47

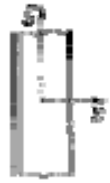
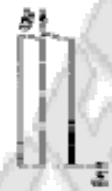
Platten Nr.		Seiten-verhältnis l_y/l_x	Koordinaten des Aufpunktes x	Koordinaten des Aufpunktes y	Bedeutung für Verhältnis	Beiwert k für Moment	Feldeinteilung ⟷ Seite	Feldeinteilung ↕ Seite
82		1,50	0 0 0	0 0 $+\frac{1}{2}l_y$	82.1 M_{xm} für p wie 1.1 82.2 M_{ym} für p wie 1.2 82.3 M_{ye} für p wie 82.4	0,095 0,019 −0,112		
84		1,20	0 0 0	0 0 $+\frac{1}{2}l_y$	84.1 M_{xm} 84.2 M_{ym} 84.3 M_{ye}		84	69
86		1,00	0 0 0	0 0 $+\frac{1}{2}l_y$	86.1 M_{xm} 86.2 M_{ym} 86.3 M_{ye}		39	87
88		0,80	0 0 0	0 0 $+\frac{1}{2}l_y$	88.1 M_{xm} 88.2 M_{ym} 88.3 M_{ye}		88	89
87		≤0,60			Kein Vertauschen der Koordinaten-Achsen wie Platten-Nr. 14			
89		0,60	0 0 0	0 0 $\pm\frac{1}{2}l_y$	89.1 M_{xm} für p wie 1.1 89.2 M_{ym} für p wie 1.2 89.3 M_{ye} für p wie 89.4	0,094 0,037 −0,119		
90		1,00	0 0 0	0 0 $\pm\frac{1}{2}l_y$	90.1 M_{xm} für p wie 1.1 90.2 M_{ym} für p wie 1.2 90.3 M_{ye} für p wie 90.4	0,054 0,032 −0,105		
92		1,20	0 0 0	0 0 $\pm\frac{1}{2}l_y$	92.1 M_{xm} 92.2 M_{ym} 92.3 M_{ye}		92	91
91		1,00	0 0 0	0 0 $\pm\frac{1}{2}l_y$	91.1 M_{xm} 91.2 M_{ym} 91.3 M_{ye}		62	63
93		0,80	0 0 0	0 0 $\pm\frac{1}{2}l_y$	93.1 M_{xm} 93.2 M_{ym} 93.3 M_{ye}		64	65

Platten-Nr.		Seiten-verhältnis $\frac{l_y}{l_x}$	Koeffizienten für Ausgangsfeld x	y	Bedeutung der Vorzeichen	Tafelnachweis Seite	Stütze
97		1,00	$\pm k_{x}$	$\pm k_{y}$	$97.1\ M_{xm}$ $97.2\ M_{ym}$ $97.3\ M_{xx}$ $97.4\ M_{yx}$	66 und 67	68 und 69

Verschiedenes

99		∞	$-k_{x}$ $-k_{x}$	$\pm k_{y}$	*Kreisplatte* $99.1\ M_{xx}$ $99.2\ M_{yx}$ $99.3\ M_{xm}$ (Positives Mom. M_{x}) $99.4\ M_{yx}$ $99.5\ M_{xm}$ (Negatives Mom. M_{x})	70 und 71	72 und 73
100		$\frac{l_x}{l_y}$ = 0,00 bis 0,99	$-0{,}033\,k_{x}$	$+0{,}033\,k_{y}$	*Zweiseitig gestützte Platten, Rollenlager* $100.1\ M_{x}$ $100.2\ M_{y}$ $100.3\ M_{yx}$	58	59
101		∞ bis 0,50			*Zweiseitig gestützte Platten mit Belastungen beim Rand*	60–62 siehe auch Teil A, Seite 55	
102		∞ bis 0,50			*Einseitig gestützte Platten mit eingespannten Randbalken*	siehe Teil A Seite 50 und 55	

Querkräfte einiger Platten

98		∞	$\pm k_{y}$	x	Q_{x}	64	64
126		∞	$\pm k_{y}$	x	Q_{x}	75	75
141		∞	$\pm k_{y}$	x	Q_{x}	76	76
155		1,00	$\pm k_{y}$	x	Q_{x}	77	77

Nr.		$l_y / l_x = \infty$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte Für M_{xm} k = 0,125 Für M_{ym} k = 0,0208	$M = k \cdot g \cdot l_x^2$ g oder p in t/m²; l_x in m
1					

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 10t

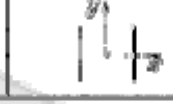
Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	0,200	0,172	0,112	0,065	0,155	0,095	0,060	0,035	—	—	—	—
1,00	331	300	237	176	223	158	110	063	—	0,15	—	0,03
1,50	431	400	351	305	267	220	160	118	0,10	23	0,02	07
2,00	53	451	461	421	322	283	220	179	25	40	04	12
2,50	62	59	56	53	363	338	290	252	58	96	10	24
3,00	72	69	67	63	457	408	361	323	1,00	1,35	17	40
4,00	0,87	0,85	0,82	0,80	0,58	0,53	0,472	0,433	2,20	2,85	37	1,03
5,00	0,99	0,98	0,95	0,93	69	64	58	53	3,66	5,85	58	2,03
6,00	1,08	1,07	1,04	1,02	77	73	66	61	4,70	9,00	78	3,06
7,00	1,15	1,14	1,11	1,10	84	80	73	70	5,75	11,80	92	4,54
8,00	1,20	1,19	1,17	1,15	90	86	80	76	6,90	16,40	1,29	6,38
9,00	1,24	1,23	1,21	1,20	96	91	85	82	8,00	22,10	1,90	8,23
10,00	1,27	1,25	1,24	1,23	1,01	0,95	0,90	0,87	9,12	28,70	1,46	10,67

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 10t

Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	0,183	0,085	0,166	0,075	0,094	0,045	0,056	0,045	0,123	0,094	0,093	0,094	0,067	0,068	0,052	0,048	—	—	—	—
1,00	272	260	193	061	110	110	090	082	196	097	136	069	078	018	068	018	—	—	—	—
1,50	315	220	264	052	139	139	125	125	265	020	188	028	108	038	097	038	0,20	0,08	0,03	0,01
2,00	335	078	292	039	166	166	165	163	284	068	227	064	143	074	116	059	40	15	07	03
2,50	366	116	336	116	212	212	212	212	319	099	264	093	177	106	139	086	73	27	12	06
3,00	402	162	370	162	263	263	256	256	354	128	296	123	208	135	163	116	1,21	49	21	12
4,00	0,463	0,237	0,436	0,237	0,346	0,346	0,329	0,328	0,415	0,179	0,352	0,176	0,264	0,186	0,210	0,166	2,30	2,60	59	62
5,00	52	300	493	279	406	406	396	395	464	224	399	221	314	230	253	207	3,35	5,31	85	1,35
6,00	56	348	54	345	452	452	430	430	50	264	443	260	355	268	287	247	4,40	8,10	91	2,18
7,00	60	386	58	385	490	490	466	466	53	279	481	286	391	302	324	281	5,60	11,90	1,15	3,28
8,00	62	416	61	416	52	52	50	50	56	332	51	327	424	324	356	310	6,44	16,60	1,25	5,69
9,00	64	466	63	466	54	54	52	52	59	361	53	356	454	361	387	337	7,20	22,10	1,55	6,98
10,00	0,65	0,470	0,64	0,468	0,55	0,55	0,54	0,54	0,61	0,389	0,57	0,391	0,482	0,386	0,413	0,368	8,05	28,48	1,76	9,07

Nr. 10		$l_y / l_x = 1{,}20$	Fahrtrichtung ⟶	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} $k = 0{,}125$ Für M_{ym} $k = 0{,}0176$ Für M_{xr} $k = 0{,}125$	g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t — Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a				M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	für alle Werte t/a					
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	g	g'	g	g'	g	g'
0,50	0,250	0,207	0,137	0,112	0,141	0,080	0,070	0,065	0,495	0,375	0,240	0,150	—	0,10	—	—		—
1,00	360	330	210	190	205	145	090	081	75	60	45	315	—	20	—	—	—	—
1,50	456	447	430	395	265	216	147	103	99	84	72	59	—	44	—	—	—	0,10
2,00	60	61	58	58	319	290	214	134	1,20	1,10	98	86	—	68	—	—	—	30
2,50	70	77	77	69	433	371	282	215	1,45	1,35	1,22	1,09	—	1,48	—	0,09	—	79
3,00	0,95	0,90	0,85	0,82	486	430	349	289	1,68	1,53	1,40	1,29	0,04	2,70	0,02	19	0,01	1,32
4,00	1,21	1,14	1,08	1,04	0,61	0,52	0,460	0,398	2,08	1,91	1,77	1,66	22	5,39	07	48	25	3,45
5,00	1,38	1,32	1,26	1,21	49	64	57	53	2,38	2,23	2,10	1,95	53	9,00	24	97	71	6,50
6,00	1,47	1,43	1,37	1,33	77	72	65	63	2,62	2,52	2,37	2,22	95	13,76	48	1,75	1,62	10,67
7,00	1,54	1,50	1,45	1,41	86	81	72	71	2,72	2,76	2,61	2,43	1,44	19,40	76	2,66	2,51	15,50
8,00	1,58	1,56	1,50	1,44	91	87	79	78	3,10	2,94	2,80	2,58	2,00	26,43	1,08	3,66	3,49	21,67
9,00	1,60	1,57	1,53	1,50	97	93	85	83	3,24	3,08	2,94	2,68	2,22	34,40	1,41	4,60	4,21	28,80
10,00	1,61	1,59	1,55	1,52	1,00	0,97	0,89	0,86	3,34	3,16	3,03	2,82	3,00	44,30	1,79	6,35	5,20	36,90

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t — Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a								M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		für alle Werte t/a					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	g	g'	g	g'	g	g'
0,50	0,227	0,035	0,163	0,128	0,115	0,116	0,093	0,102	0,141	—	0,080	—	0,070	—	0,065	—	0,495	0,098	0,367	0,099	0,302	0,078	0,220	0,100	—	—	—	—	—	—
1,00	360	110	301	140	196	150	137	110	219	015	141	015	075	0,115	066	0,150	62	040	54	044	394	047	240	050	—	—	—	—	—	—
1,50	452	218	326	220	262	210	184	180	259	031	176	025	113	031	088	030	74	072	52	072	90	077	306	075	0,10	—	0,03	0,01	01	02
2,00	496	299	423	300	360	287	284	238	300	043	210	046	147	043	101	050	85	125	75	125	61	128	443	125	25	0,05	05	02	05	05
2,50	54	352	486	353	426	344	324	317	328	050	240	056	182	054	111	069	97	148	88	148	78	154	56	155	35	11	07	02	16	16
3,00	58	401	540	397	481	390	411	382	338	070	275	073	207	073	138	090	1,07	171	98	171	78	171	67	268	42	1,20	13	19	35	65
3,50	2,66	0,439	0,61	0,478	0,56	0,456	0,492	0,446	0,354	0,106	0,327	0,104	0,236	0,102	0,178	0,114	1,23	0,216	1,11	0,218	0,98	0,218	0,86	0,209	0,55	3,20	0,22	0,60	0,80	2,15
5,00	71	55	67	54	62	52	56	51	418	135	372	138	301	141	231	122	1,39	55	1,26	55	1,06	55	97	56	21	6,39	04	1,02	1,30	4,60
6,00	75	60	71	59	67	58	61	56	463	167	411	170	347	171	276	150	1,51	67	1,38	67	1,18	67	1,06	66	1,00	9,60	90	1,60	2,00	7,80
7,00	78	64	75	63	71	62	65	60	477	196	443	191	388	201	316	213	1,61	77	1,48	77	1,29	77	1,17	76	1,40	13,20	74	2,33	2,70	12,05
8,00	80	68	78	67	73	66	68	64	51	226	477	233	420	244	347	239	1,70	86	1,56	86	1,39	86	1,24	85	1,80	18,32	1,02	3,28	3,45	17,42
9,00	82	71	80	70	75	69	70	67	54	266	50	283	450	282	382	262	1,80	93	1,64	93	1,48	93	1,30	92	2,50	24,20	1,36	4,32	4,22	24,20
10,00	0,83	0,74	0,81	0,72	0,77	0,71	0,72	0,69	0,56	0,298	0,53	0,291	0,480	0,282	0,406	0,284	1,88	0,99	1,70	0,94	1,56	0,98	1,34	0,97	3,19	30,35	1,87	7,60	5,01	31,60

Nr.			Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$
11		$l_y / l_x = 1{,}00$ Fahrtrichtung ⟶	für M_{xm} $k = 0{,}125$ für M_{ym} $k = 0{,}0157$ für M_{xr} $k = 0{,}125$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a				Gleichlast am SLW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	für alle Werte t/a					
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,240	0,240	0,158	0,120	0,125	0,075	0,065	0,061	0,50	0,327	0,190	0,110	—	0,06	—	—	—	—
1,00	439	320	229	192	131	125	085	073	67	60	470	440	—	17	—	—	—	—
1,50	54	52	440	398	243	197	120	091	1.00	92	72	70	—	0,31	—	—	—	0,10
2,00	80	76	66	55	326	270	191	146	1.32	1.12	1.02	92	—	0,76	—	—	—	90
2,50	93	90	82	77	390	352	270	201	1.59	1.38	1.26	1.14	—	1,23	—	0,05	—	66
3,00	1,06	1,02	95	89	446	401	336	252	1.79	1.60	1.46	1.34	0,05	2,49	0,02	15	0,05	1,05
4,00	1,24	1,20	1,16	1,09	0,55	0,51	0,456	0,418	2.14	2.00	1.83	1.72	21	5,00	06	32	26	3,36
5,00	1,38	1,36	1,33	1,24	63	60	55	52	2.45	2.33	2.15	2.04	61	8,80	20	70	81	6,40
6,00	1,48	1,44	1,39	1,35	70	68	63	60	2.72	2.60	2.42	2.30	1.10	13,40	42	1,30	1,44	10,42
7,00	1,56	1,52	1,48	1,44	77	73	69	66	2.93	2.81	2.65	2.52	1.66	19,19	68	2,10	2,34	15,32
8,00	1,63	1,59	1,54	1,50	83	79	74	70	3.15	2.99	2.83	2.69	2.30	25,85	1,02	3,19	3,49	21,69
9,00	1,68	1,64	1,58	1,54	88	85	77	73	3.27	3.10	2.96	2.80	2.96	33,90	1,36	4,40	4,39	28,69
10,00	1,70	1,68	1,61	1,57	0,93	0,87	0,80	0,75	3.38	3.21	3.06	2.87	3.67	43,30	1,75	5,80	5,52	36,85

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a								Gleichlast am LKW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		für alle Werte t/a					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,190	0,180	0,176	0,160	0,139	0,149	0,104	0,122	0,118	0,026	0,075	0,023	0,059	0,020	0,050	0,016	0,46	0,100	0,350	0,100	0,190	0,130	0,110	0,100	—	—	—	—	—	—
1,00	273	163	260	157	205	042	275	042	144	021	117	020	085	007	079	006	66	030	55	030	40	030	263	040	—	—	—	—	—	—
1,50	290	162	258	156	280	053	214	036	204	020	1.61	020	113	003	091	005	80	050	66	090	53	050	350	060	—	—	—	—	—	—
2,00	487	150	456	173	418	146	350	120	332	024	1.31	022	131	018	096	016	92	140	75	140	63	140	476	160	0,10	0,68	0,04	0,01	0,10	0,04
2,50	56	240	57	235	479	230	407	209	271	030	205	028	135	029	109	022	1.03	230	85	230	73	230	59	244	15	10	05	02	17	07
3,00	61	266	56	245	51	302	452	310	301	051	227	051	172	055	139	052	1.12	310	96	310	81	310	71	320	30	20	10	12	40	40
4,00	0,70	0,51	0,64	0,51	0,59	0,496	0,53	0,449	0,351	0,092	0,269	0,086	0,207	0,079	0,160	0,107	1.29	0,450	1.15	0,450	0,98	0,450	0,89	0,451	0,60	2,50	0,22	0,34	0,20	2,10
5,00	76	61	70	61	66	60	61	57	399	132	309	127	240	130	193	141	1.44	57	1.31	57	1.13	57	1.03	57	0,92	4,97	36	72	1,29	4,24
6,00	81	68	75	68	71	66	67	64	426	137	342	137	284	139	228	120	1.57	67	1.43	67	1.27	67	1.14	67	1,60	7,80	55	94	1,80	7,40
7,00	85	73	80	73	75	71	71	70	446	182	375	182	309	186	260	195	1.68	77	1.56	77	1.39	77	1.23	77	2,30	11,20	76	1,30	2,40	11,60
8,00	89	76	84	76	79	75	75	73	481	205	402	209	344	202	291	215	1.77	85	1.65	85	1.49	85	1.31	85	3,40	15,70	1,08	2,56	3,20	17,00
9,00	91	78	87	78	82	77	77	75	51	226	436	226	365	227	319	232	1.83	93	1.71	93	1.56	93	1.37	93	3,20	22,00	1,34	3,73	4,20	24,00
10,00	0,93	0,79	0,90	0,79	0,84	0,78	0,79	0,75	0,50	0,247	0,462	0,247	0,409	0,240	0,342	0,244	1.87	1,00	1,75	1,00	1,62	1,00	1,43	1,00	3,69	30,10	1,75	5,45	5,13	32,60

Nr. 12		$l_y / l_x = 0.80$	Fahrtrichtung ⟵	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} k = 0.125 Für M_{ym} k = 0.0134 Für M_{xr} k = 0.125 g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 10 t

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a				Gleichlast am SLW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0.125	0.250	0.50	1.0	0.125	0.250	0.50	1.0	0.125	0.250	0.50	1.0	für alle Werte t/a					
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0.50	0.319	0.250	0.179	0.169	0.123	0.071	0.053	0.059	0.51	0.278	0.200	0.120	—	0.06	—	—	—	—
1.00	480	393	299	299	164	104	073	073	77	60	54	480	—	16	—	—	—	—
1.50	62	56	540	490	241	172	116	097	1.02	82	74	72	—	23	—	—	—	—
2.00	96	92	87	76	324	277	187	141	1.30	1.10	1.00	95	—	30	—	—	—	0.04
2.50	1.15	1.12	1.06	99	396	335	249	194	1.57	1.40	1.28	1.21	—	37	—	0.06	—	29
3.00	1.35	1.34	1.19	1.14	434	381	287	229	1.81	1.66	1.52	1.47	0.06	1.80	0.02	03	0.05	83
4.00	1.48	1.44	1.40	1.35	0.52	0.464	0.373	0.302	2.20	2.06	1.91	1.86	33	4.35	05	19	24	3.04
5.00	1.65	1.59	1.55	1.52	59	54	447	373	2.54	2.36	2.20	2.14	97	7.20	14	38	99	6.10
6.00	1.75	1.72	1.67	1.64	67	61	52	474	2.76	2.62	2.46	2.32	1.66	13.50	29	72	1.80	9.86
7.00	1.86	1.80	1.76	1.73	74	67	58	56	2.95	2.81	2.63	2.54	2.25	18.20	52	1.46	2.90	14.90
8.00	1.91	1.87	1.83	1.79	79	73	63	60	3.13	2.98	2.82	2.71	3.10	25.10	84	2.50	3.91	21.00
9.00	1.96	1.93	1.88	1.84	85	79	69	65	3.26	3.10	2.97	2.82	3.92	32.60	1.30	3.63	4.96	28.60
10.00	2.00	1.96	1.91	1.86	0.90	0.84	0.74	0.70	3.42	3.22	3.09	2.89	4.74	41.00	1.60	4.88	6.25	36.20

Brückenklasse 31 bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 10t

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								M_{xr} in Mitte des freien Randes t/a								Gleichlast am LKW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		M_{xr}	
	0.125		0.250		0.50		1.0		0.125		0.250		0.50		1.0		0.125		0.250		0.50		1.0		für alle Werte t/a					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0.50	0.290	0.220	0.215	0.210	0.170	0.160	0.144	0.144	0.184	0.050	0.060	0.023	0.044	0.012	0.030	0.013	0.91	0.155	0.342	0.145	0.200	0.150	0.120	0.115	—	—	—	—	—	—
1.00	330	258	300	240	229	216	190	190	161	028	109	026	070	022	055	021	70	030	58	080	476	050	360	030	—	—	—	—	—	—
1.50	446	343	390	340	350	297	306	196	196	026	142	026	084	026	078	021	82	030	72	030	99	030	480	030	0.01	—	—	—	0.01	—
2.00	56	248	50	350	490	250	450	218	203	026	172	027	120	027	096	022	91	070	82	050	67	060	51	060	02	0.03	0.01	—	02	—
2.50	63	286	56	336	57	281	53	266	221	031	201	030	150	030	108	028	99	172	89	171	77	160	62	166	14	10	03	0.01	14	0.07
3.00	0.70	0.410	0.65	0.40	0.62	0.320	0.55	0.300	0.201	0.042	0.226	0.067	0.160	0.051	0.112	0.053	1.10	0.290	0.98	0.290	0.87	0.260	0.76	0.255	0.10	0.46	0.05	0.07	0.28	0.40
4.00	81	58	75	58	71	56	66	56	247	085	229	086	206	086	157	086	1.35	483	1.15	480	1.08	472	91	470	70	1.97	11	38	70	1.40
5.00	88	77	83	71	78	72	73	69	285	116	258	116	238	118	179	118	1.62	63	1.38	63	1.17	62	1.05	61	1.16	4.20	19	56	1.24	2.45
6.00	95	90	90	79	84	78	78	77	421	144	347	142	273	146	215	157	1.55	75	1.60	76	1.38	73	1.16	75	1.36	7.96	32	97	2.50	3.90
7.00	1.00	97	95	86	88	84	82	83	423	166	390	165	305	169	238	177	1.65	84	1.80	86	1.57	83	1.35	82	2.56	12.80	45	1.85	2.80	12.80
8.00	1.03	91	99	89	93	88	86	85	477	189	412	188	347	191	260	198	1.75	93	1.56	92	1.45	91	1.35	90	3.26	18.70	62	2.88	3.70	18.90
9.00	1.05	99	1.01	91	95	90	89	87	53	209	442	204	368	208	282	208	1.84	99	1.66	99	1.52	98	1.42	97	4.00	26.00	78	4.11	4.69	25.30
10.00	1.07	0.92	1.02	0.91	0.97	0.90	0.88	0.84	0.52	0.223	0.464	0.228	0.384	0.228	0.296	0.219	1.91	1.05	1.72	1.05	1.58	1.04	1.46	1.05	4.67	35.25	0.94	5.66	5.52	33.30

Nr. 58		$l_y / l_x = \infty$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte Für M_{yx} $k = -0.125$	$M = k \cdot g \cdot l_x^2$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t — Gleichlast am SLW von 1 t/m²

l_x / a	$-M_{yx}$ t/a								$-M_{yx}$ für alle Werte t/a			
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	0,399	0,253	0,160	0,160					—	—		
1,00	405	365	280	190					—	0,10		
1,50	53	93	470	370					0,05	32		
2,00	72	79	66	57					20	64		
2,50	85	85	82	74					39	93		
3,00	99	99	96	89					73	1,55		
4,00	1,20	1,20	1,19	1,13					1,60	3,40		
5,00	1,36	1,36	1,36	1,30					2,10	5,79		
6,00	1,43	1,43	1,45	1,42					3,00	9,50		
7,00	1,56	1,56	1,56	1,51					4,30	13,90		
8,00	1,62	1,62	1,62	1,58					5,50	20,60		
9,00	1,66	1,66	1,66	1,63					6,80	26,90		
10,00	1,67	1,67	1,67	1,67					8,35	34,20		

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t — Gleichlast am LKW von 1 t/m²

l_x / a	$-M_{yx}$ t/a														$-M_{yx}$ für alle Werte t/a			
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	0,275	—	0,210	—	0,118	—	0,065	—									—	—		
1,00	305	—	275	—	210	—	190	—									—	—		
1,50	325	0,095	309	0,095	261	0,110	273	0,060									0,03	—		
2,00	355	156	342	156	315	156	315	115									0,06	0,03		
2,50	393	213	391	213	377	206	367	184									15	04		
3,00	465	276	462	276	450	270	436	250									69	45		
4,00	0,56	0,390	0,56	0,390	0,55	0,387	0,54	0,375									1,20	1,80		
5,00	62	485	62	485	62	485	60	476									2,87	3,64		
6,00	68	57	68	57	68	57	66	57									3,10	6,90		
7,00	72	64	72	64	72	64	70	63									4,30	11,40		
8,00	75	69	75	69	75	69	69	68									5,60	17,00		
9,00	77	72	77	77	77	72	75	72									6,90	23,40		
10,00	0,79	0,74	0,79	0,74	0,79	0,74	0,76	0,74									8,15	31,20		

Nr.				
84		$l_y / l_x = 1{,}20$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} k = 0,063 Für M_{ym} k = 0,022 Für M_{xr} k = −0,096 g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{yr}$ in Randmitte t/a				Gleichlast um SLW von 1 t/m² M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym}		$-M_{yr}$	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	p	p'	p	p'	p	p'
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L						
0,50	0,131	0,092	0,060	0,039	0,100	0,076	0,062	0,015	0,184	0,150	0,100	0,058	—	—	—	0,02	—	0,05
1,00	195	145	093	060	174	133	092	086	340	305	220	112	—	0,02	—	04	—	10
1,50	260	210	140	100	233	177	131	083	51	425	400	280	—	10	—	07	0,01	20
2,00	350	310	255	195	275	225	197	158	67	64	59	58	—	20	—	16	05	45
2,50	431	400	350	280	334	300	271	226	81	78	75	69	—	34	—	28	10	77
3,00	51	482	430	360	410	376	358	300	96	92	90	85	0,02	60	0,01	50	20	1,20
4,00	0,64	0,61	0,57	0,486	0,53	0,498	0,474	0,431	1,15	1,14	1,13	1,11	0,20	0,86	0,07	1,05	0,45	2,50
5,00	73	71	67	58	63	59	56	53	1,31	1,30	1,29	1,27	46	1,66	15	1,75	0,91	4,66
6,00	81	78	75	67	71	67	64	61	1,44	1,41	1,38	1,37	86	2,66	28	2,73	1,80	6,80
7,00	87	85	83	75	77	75	71	68	1,53	1,48	1,46	1,45	1,21	4,35	46	3,85	3,09	12,00
8,00	93	91	89	81	84	80	77	74	1,56	1,54	1,53	1,51	1,82	6,09	69	5,19	4,39	17,03
9,00	97	95	94	87	89	85	82	79	1,58	1,58	1,58	1,56	2,05	7,50	95	7,05	5,70	21,69
10,00	1,02	1,00	1,00	0,93	0,94	0,90	0,86	0,83	1,61	1,61	1,61	1,60	2,52	9,35	1,08	9,50	7,80	27,92

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{yr}$ in Randmitte t/a								Gleichlast um LKW von 1 t/m² M_{xm} für alle Werte t/a				M_{ym}		$-M_{yr}$	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		p	p'			p	p'	p	p'
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'								
0,50	0,123	—	0,092	—	0,060	—	0,039	—	0,100	—	0,076	—	0,062	—	0,015	—	0,184	—	0,150	—	0,100	—	0,058	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,00	195	0,010	145	0,010	093	0,014	060	0,046	174	0,020	133	0,012	092	0,030	086	0,030	340	0,065	305	0,035	220	0,018	112	0,100	—	—	—	—	—	—	—	—
1,50	260	011	210	011	140	027	100	049	233	046	177	045	131	046	083	046	51	085	425	085	400	099	280	160	0,01	—	—	—	—	—	—	—
2,00	350	025	310	023	255	049	195	084	275	073	225	074	197	072	158	072	67	140	64	140	59	145	58	232	02	0,02	0,01	—	0,01	—	—	—
2,50	431	048	400	048	350	076	280	121	334	106	300	104	271	099	226	098	81	202	78	202	75	198	69	281	11	05	03	0,02	02	—	—	—
3,00	510	075	482	075	430	098	360	145	398	140	358	136	315	130	274	113	470	269	470	260	430	250	336	336	15	06	04	02	03	0,01	—	—
4,00	0,592	0,130	0,565	0,130	0,520	0,134	0,455	0,169	0,490	0,200	0,452	0,190	0,420	0,190	0,338	0,172	0,95	0,570	0,95	0,370	0,90	0,360	0,665	0,665	0,28	0,29	0,14	0,21	0,65	1,09	—	—
5,00	492	173	478	173	426	177	376	187	395	249	368	249	319	235	273	217	61	470	61	460	61	460	54	54	57	73	25	32	1,20	2,28	—	—
6,00	461	312	422	312	374	316	280	295	431	395	406	290	366	280	312	246	66	54	66	54	66	54	60	60	93	1,52	41	1,45	2,19	4,60	—	—
7,00	491	346	456	346	412	353	362	346	445	332	417	330	393	329	346	295	70	60	70	60	70	60	65	65	1,30	2,56	60	2,41	3,00	8,20	—	—
8,00	52	375	485	373	450	380	391	386	498	365	464	365	429	355	375	325	73	64	73	64	73	64	69	69	1,52	4,09	82	3,67	3,90	12,60	—	—
9,00	53	305	51	305	473	396	415	315	51	392	484	390	450	384	397	350	75	67	75	67	75	67	71	71	2,33	5,80	1,05	5,38	4,80	18,20	—	—
10,00	0,55	0,315	0,53	0,315	0,490	0,340	0,432	0,340	0,53	0,414	0,499	0,414	0,466	0,414	0,414	371	0,77	0,69	0,76	0,69	0,76	0,69	0,73	0,73	2,87	8,08	1,30	7,76	5,76	25,93	—	—

Nr. 85		l_y / l_x = 1,00 ˚ Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} k = 0,020 Für M_{ym} k = 0,035 Für M_{ye} k = −0,084 g oder p in t/m² l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t — Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{ye}$ in Randmitte t/a				M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a		$-M_{ye}$ für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0						
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,099	0,073	0,040	0,022	0,105	0,070	0,040	0,015	0,165	0,145	0,110	0,065	—	—	—	0,01	—	0,05
1,00	156	119	079	055	125	125	080	053	310	270	185	100	—	0,01	—	03	—	06
1,50	215	160	118	073	215	170	125	085	470	440	355	250	—	03	—	06	—	10
2,00	260	205	152	138	256	200	165	160	64	61	54	445	—	07	—	14	—	25
2,50	352	303	233	196	313	251	230	225	79	76	70	62	—	17	—	27	—	66
3,00	412	360	288	258	395	351	305	290	92	90	85	77	0,02	30	—	50	0,03	1,30
4,00	0,51	0,460	0,399	0,367	0,51	0,490	0,430	0,404	1,13	1,11	1,06	1,02	0,10	0,48	0,06	1,06	0,40	2,30
5,00	59	56	51	473	61	57	53	51	1,27	1,25	1,24	1,22	20	1,17	09	1,75	78	3,92
6,00	66	64	60	57	65	65	62	59	1,36	1,35	1,34	1,34	45	1,81	18	2,60	1,60	6,40
7,00	73	70	68	64	75	71	70	66	1,43	1,42	1,42	1,42	70	2,60	28	3,60	2,19	10,00
8,00	78	75	73	70	81	77	75	72	1,49	1,49	1,49	1,49	1,02	3,65	44	5,00	2,82	14,00
9,00	83	81	78	75	87	83	80	77	1,54	1,54	1,54	1,54	1,35	4,85	56	6,60	3,50	18,60
10,00	0,87	0,85	0,82	0,79	0,92	0,87	0,84	0,81	1,58	1,58	1,58	1,58	1,75	6,66	0,75	9,65	4,39	23,70

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t — Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{ye}$ in Randmitte t/a								M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a		$-M_{ye}$ für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0							
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,099	—	0,073	—	0,042	—	0,023	—	0,105	—	0,070	—	0,040	—	0,015	—	0,165	—	0,145	—	0,110	—	0,065	—	—	—	—	—	—	—
1,00	135	0,004	119	0,010	079	0,013	055	0,012	125	0,025	125	0,020	080	0,020	053	0,022	310	0,032	270	0,026	185	0,018	100	0,014	—	—	—	—	—	—
1,50	191	014	144	015	098	020	068	016	210	045	165	040	115	037	080	040	525	075	485	078	340	052	175	116	—	—	—	—	—	—
2,00	215	025	162	027	121	031	078	032	252	070	195	070	146	074	088	080	573	125	525	128	295	125	230	153	0,02	0,01	0,01	—	—	—
2,50	242	037	189	038	147	043	098	045	260	104	226	100	177	096	117	117	625	166	575	166	345	178	315	192	05	02	02	0,01	0,02	—
3,00	269	051	218	052	169	055	125	053	294	140	255	132	210	130	146	144	682	243	625	245	400	240	350	230	09	04	02	03	04	—
4,00	0,319	0,104	0,268	0,105	0,210	0,109	0,154	0,113	0,336	0,196	0,300	0,190	0,246	0,187	0,196	0,196	0,86	0,360	0,81	0,350	0,50	0,350	0,485	0,350	0,18	0,21	0,10	0,11	0,20	0,40
5,00	372	141	311	140	226	143	215	153	382	245	355	235	314	225	240	240	80	440	80	440	60	440	57	441	30	47	15	23	73	1,85
6,00	416	166	353	164	257	167	233	187	420	285	395	275	336	268	294	294	93	52	85	52	85	52	68	52	50	72	26	1,54	1,40	4,20
7,00	449	201	388	199	301	208	287	215	454	325	425	315	366	304	339	339	70	57	70	57	70	57	68	57	76	1,38	38	2,25	2,20	7,30
8,00	474	226	421	224	340	227	313	243	482	355	450	346	407	338	385	385	73	62	73	62	73	62	72	62	1,07	2,90	52	3,81	3,10	11,20
9,00	493	251	491	251	383	249	338	262	51	378	470	374	420	361	372	372	76	66	76	66	76	66	76	66	1,44	3,62	66	5,50	4,20	15,40
10,00	0,51	0,272	0,478	0,275	412	0,270	358	0,288	0,53	0,406	0,483	0,396	0,425	0,386	0,389	0,389	0,79	0,58	0,79	0,58	0,79	0,58	0,79	0,58	1,83	5,36	0,84	7,65	5,28	20,40

Nr.				
86		$l_y / l_x = 0{,}50$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} $k = 0{,}017$ Für M_{ym} $k = 0{,}039$ Für M_{ys} $k = -0{,}064$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{ys}$ in Randmitte t/a				Gleichlast um SLW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		$-M_{ys}$	
													für alle Werte t/a					
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0						
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,008	0,006	0,007	0,011	0,100	0,070	0,043	0,025	0,196	0,146	0,110	0,080	—	—	—	—	—	—
1,00	143	096	061	035	145	119	083	050	274	224	179	095	—	—	—	0,02	—	0,05
1,50	177	122	083	049	214	166	121	072	335	273	205	180	—	0,01	—	05	—	10
2,00	219	170	119	084	261	212	159	129	53	53	423	320	—	04	—	10	—	20
2,50	263	221	165	129	310	275	249	187	68	66	59	470	—	07	—	23	—	48
3,00	313	264	203	172	399	310	287	235	81	79	72	59	—	12	—	35	0,05	80
4,00	0,491	0,391	0,286	0,255	0,455	0,405	0,360	0,299	1,04	1,01	0,94	0,81	0,01	0,28	0	0,80	0,10	1,88
5,00	677	420	367	335	55	50	466	416	1,22	1,17	1,12	0,99	05	53	0,02	1,46	17	3,69
6,00	55	50	426	402	65	58	54	490	1,34	1,28	1,25	1,13	15	92	07	2,30	50	6,30
7,00	61	57	497	462	72	66	62	56	1,41	1,36	1,35	1,25	31	1,19	17	3,30	1,00	9,90
8,00	67	63	56	53	79	73	69	63	1,47	1,43	1,42	1,36	50	1,65	30	4,99	1,70	8,50
9,00	73	68	61	59	85	79	76	70	1,50	1,49	1,48	1,45	73	2,22	46	6,25	2,50	11,70
10,00	0,78	0,73	0,67	0,65	0,90	0,85	0,82	0,76	1,52	1,52	1,52	1,52	1,01	2,94	0,61	8,96	3,46	17,60

Brückenklasse 31 bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{ys}$ in Randmitte t/a								Gleichlast um LKW von 1 t/m² M_{xm}		M_{ym}		$-M_{ys}$	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		für alle Werte t/a					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,008	0,001	0,006	0,001	0,007	0,002	0,011	—	0,100	0,026	0,070	0,026	0,043	0,015	0,025	—	0,196	0,015	0,146	0,015	0,110	0,010	0,080	0,010	—	—	—	—	—	—
1,00	143	023	096	004	061	004	023	—	165	016	119	025	083	023	050	—	274	033	224	033	179	043	095	095	—	—	—	—	—	—
1,50	177	028	124	006	076	006	030	0,003	210	045	156	065	114	043	080	0,015	335	063	259	055	214	073	134	134	—	—	—	—	—	—
2,00	194	013	145	013	099	017	053	022	266	070	199	092	160	073	110	049	316	093	293	093	264	100	176	173	—	—	—	—	—	—
2,50	214	018	165	018	116	021	070	033	326	096	218	096	168	093	135	068	347	129	337	129	304	136	218	220	—	—	0,01	0,01	—	—
3,00	236	022	183	026	135	027	093	047	304	123	269	123	194	115	160	093	409	200	402	200	371	203	259	259	0,01	0,04	02	07	—	0,15
4,00	0,274	0,060	0,215	0,063	0,166	0,060	0,124	0,072	0,350	0,173	0,306	0,173	0,247	0,160	0,206	0,140	0,494	0,335	0,495	0,335	0,486	0,321	0,373	0,393	0,09	0,12	0,07	0,27	0,20	0,30
5,00	308	087	251	090	199	093	170	097	391	225	363	225	309	221	249	198	56	401	55	399	55	397	465	463	17	26	12	58	24	30
6,00	337	113	275	116	221	119	201	123	455	278	408	278	345	256	285	244	61	466	61	463	60	458	53	53	25	44	20	1,00	60	1,90
7,00	371	139	304	143	240	144	228	147	496	306	437	306	381	286	315	282	65	52	65	52	64	51	55	58	41	70	32	1,76	1,10	3,80
8,00	397	163	326	167	251	168	253	171	486	340	468	340	413	320	340	313	68	57	68	56	68	56	62	62	58	1,04	46	2,82	1,70	6,90
9,00	423	186	348	190	320	194	275	195	51	366	475	368	429	354	367	340	71	59	71	60	71	60	65	66	80	1,50	61	4,20	2,50	10,10
10,00	0,444	0,211	0,364	0,214	0,340	0,216	0,294	0,217	0,53	0,392	0,489	0,392	0,461	0,383	0,382	0,361	0,74	0,64	0,73	0,64	0,73	0,64	0,69	0,69	1,05	2,13	0,89	6,40	3,35	14,81

Nr. 90

l_y / l_x = 1,20 Fahrtrichtung

Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$
Für M_{xm} k = 0,035
Für M_{ym} k = 0,036
Für M_{yr} k = −0,057
g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des 5LW von 1,0 t — Gleichlast am 5LW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{yr}$ in Randmitte t/a				M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a		$-M_{yr}$ für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0						
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,120	0,090	0,065	0,048	0,090	0,075	0,056	0,043	0,185	0,140	0,120	0,096	—	—	—	—	—	0,02
1,00	175	130	092	072	160	120	075	060	350	280	225	170	—	—	—	0,02	—	06
1,50	230	180	130	075	205	170	125	080	50	440	345	230	—	0,01	—	05	—	20
2,00	280	250	185	110	245	215	159	150	65	60	51	420	—	03	—	15	0,02	40
2,50	351	330	260	212	301	258	250	214	79	74	69	61	—	10	—	36	06	67
3,00	436	392	305	275	361	330	306	279	91	86	80	76	—	17	—	66	20	1,15
4,00	0,56	0,51	0,425	0,396	0,51	0,472	0,420	0,390	1,12	1,09	1,05	1,01	0,03	0,50	0,02	0,96	0,60	1,49
5,00	66	61	54	51	62	57	53	490	1,29	1,27	1,24	1,21	15	0,70	06	1,68	1,05	3,99
6,00	74	68	64	61	70	66	62	57	1,41	1,39	1,37	1,36	31	1,19	20	2,86	1,70	6,89
7,00	80	75	71	68	77	72	68	64	1,49	1,48	1,46	1,43	60	1,95	35	4,30	2,50	10,50
8,00	85	80	72	69	82	76	74	70	1,55	1,54	1,53	1,50	1,02	3,00	52	5,90	3,40	14,90
9,00	89	85	81	79	87	84	79	75	1,59	1,59	1,58	1,55	1,40	4,30	72	7,40	4,40	19,80
10,00	0,92	0,89	0,85	0,82	0,91	0,88	0,83	0,79	1,62	1,61	1,60	1,56	2,12	7,90	0,95	9,20	5,59	24,20

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0 t — Gleichlast am LKW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{yr}$ in Randmitte t/a								M_{xm} für alle Werte t/a		M_{ym} für alle Werte t/a		$-M_{yr}$ für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0							
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,120	—	0,090	—	0,065	—	0,048	—	0,090	—	0,075	—	0,056	—	0,043	—	0,185	—	0,140	—	0,120	—	0,096	—	—	—	—	—	—	—
1,00	175	—	130	—	092	—	071	0,035	160	0,020	120	0,020	075	0,020	060	0,020	350	0,020	280	0,020	225	0,020	170	0,020	—	—	—	—	—	—
1,50	195	0,035	150	0,035	100	0,011	054	054	200	045	160	040	110	035	090	030	315	040	290	080	240	090	185	162	—	—	—	—	—	—
2,00	211	015	168	015	132	015	073	073	235	072	182	070	142	070	098	065	355	130	340	130	295	130	218	218	0,05	0,01	—	—	0,01	—
2,50	234	035	190	035	145	025	092	092	267	101	213	097	173	092	115	115	390	186	355	186	345	120	269	269	09	03	0,02	0,01	02	—
3,00	260	060	215	060	170	030	110	110	307	135	246	120	205	120	142	142	430	240	420	238	396	235	322	320	19	06	05	04	10	0,05
4,00	0,310	0,060	0,265	0,060	0,220	0,030	0,150	0,150	0,350	0,180	0,300	0,170	0,250	0,170	0,190	0,190	0,51	0,350	0,51	0,340	0,490	0,340	0,415	0,415	0,35	0,22	0,20	0,16	0,45	0,45
5,00	351	116	306	102	262	127	195	195	405	235	350	225	305	216	231	231	59	452	53	451	57	448	50	50	46	52	45	41	88	1,74
6,00	385	148	343	139	300	169	232	232	440	274	395	270	344	259	266	266	65	54	64	53	63	53	57	57	70	1,05	84	76	1,55	5,50
7,00	417	175	374	169	333	199	256	254	472	316	428	312	376	295	300	300	70	59	69	58	68	58	63	63	98	1,80	1,38	1,30	2,20	7,20
8,00	445	205	405	200	363	214	281	281	50	346	460	343	405	329	330	330	73	60	72	62	72	62	67	67	1,30	2,80	2,04	2,00	3,20	10,90
9,00	470	231	436	225	390	242	309	309	52	376	488	374	490	065	350	350	75	66	74	65	74	65	70	70	1,70	4,15	2,90	2,92	4,30	15,40
10,00	0,488	0,257	0,456	0,252	0,411	0,259	0,331	0,331	0,54	0,399	0,50	0,395	0,459	0,375	0,3750	0,373	0,76	0,68	0,06	0,68	0,76	0,68	0,72	0,72	2,07	5,56	3,95	4,09	5,46	20,50

Nr.				
91		$l_y / l_x = 1{,}00$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ für M_{xm} $k = 0{,}021$ für M_{ym} $k = 0{,}020$ für M_{ye} $k = -0{,}069$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — **Raddruck des SLW von 1,0t** — **Gleichlast am SLW von 1 t/m²**

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{ye}$ in Randmitte t/a				M_{xm}		M_{ym}		$-M_{ye}$	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	für alle Werte t/a					
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,095	0,062	0,036	0,020	0,090	0,072	0,040	0,010	0,160	0,130	0,086	0,045	—	—	—	—	—	0,01
1,00	151	106	063	035	156	120	075	045	270	225	165	100	—	—	—	—	—	03
1,50	186	136	096	073	205	160	125	100	350	350	290	205	—	0,01	—	0,03	—	05
2,00	224	172	130	110	245	200	165	160	55	52	460	370	—	01	—	06	—	22
2,50	279	226	156	149	310	260	245	222	70	67	61	51	—	02	—	13	—	56
3,00	348	297	213	209	386	330	300	290	80	80	75	66	0,02	06	—	26	0,05	1,00
4,00	0,456	0,403	0,319	0,315	0,480	0,440	0,415	0,390	1,06	1,02	0,98	0,97	0,06	0,24	0,02	0,80	0,20	2,00
5,00	54	492	411	406	59	55	53	50	1,31	1,19	1,17	1,15	13	48	05	1,55	0,53	3,14
6,00	61	57	488	483	66	64	62	59	1,32	1,30	1,28	1,27	23	88	15	2,60	1,03	5,09
7,00	67	63	56	55	73	74	69	66	1,41	1,39	1,38	1,37	41	1,39	33	3,85	1,69	7,80
8,00	71	68	62	61	81	77	74	71	1,48	1,46	1,45	1,43	62	2,03	56	5,30	2,50	11,60
9,00	75	72	66	66	85	81	78	75	1,53	1,52	1,51	1,49	86	2,70	80	7,05	3,20	15,00
10,00	0,77	0,76	0,70	70	0,89	0,84	0,81	0,77	1,57	1,56	1,55	1,53	1,11	3,42	0,84	8,75	4,13	19,40

Brückenklasse 3t bis 16t — **Hinterraddruck des LKW von 1,0t** — **Gleichlast am LKW von 1 t/m²**

l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{ye}$ in Randmitte t/a								M_{xm}		M_{ym}		$-M_{ye}$	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		für alle Werte t/a					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,50	0,095	—	0,062	—	0,036	—	0,020	—	0,090	—	0,072	—	0,040	—	0,010	—	0,160	—	0,130	—	0,086	—	0,045	—	—		—	—	—	—
1,00	151	0,001	106	0,002	063	—	035	—	156	0,015	120	0,020	075	0,025	045	—	270	0,040	225	0,040	165	0,060	100	0,100	—	—	—	—	—	—
1,50	178	007	132	007	093	007	057	015	200	043	154	043	108	043	065	065	325	065	275	065	215	060	145	145	—	—	—	—	—	—
2,00	198	016	153	016	123	016	086	036	230	070	180	070	140	060	084	084	325	110	305	110	270	110	185	185	—	—	—	—	—	0,01
2,50	219	025	172	027	143	018	075	047	270	097	209	094	167	015	109	109	356	161	338	159	309	156	233	233	0,02	0,01	0,01	—	—	03
3,00	238	041	189	042	158	044	093	060	293	185	235	120	195	115	135	135	410	222	393	225	368	225	300	300	04	03	16	0,04	0,03	16
4,00	0,278	0,069	0,224	0,070	0,184	0,074	0,121	0,085	0,345	0,175	0,295	0,170	0,245	0,165	0,185	0,185	0,475	0,360	0,455	0,351	0,430	0,331	0,400	0,400	0,11	0,09	0,30	0,25	0,21	0,36
5,00	314	096	260	100	215	105	171	113	384	285	351	216	299	211	234	234	56	416	56	416	55	414	478	478	24	23	54	70	44	1,33
6,00	345	108	295	129	245	115	204	141	428	270	396	265	339	235	273	273	61	480	61	479	61	479	54	54	37	47	98	1,30	74	1,62
7,00	376	151	328	158	274	144	237	172	455	398	430	300	365	286	310	310	65	53	65	53	65	53	59	59	55	87	63	2,13	1,20	4,50
8,00	400	178	352	183	302	187	264	200	480	360	450	338	395	320	335	335	69	58	69	57	69	57	64	64	77	1,41	74	3,25	1,80	7,15
9,00	421	203	388	210	333	216	291	230	51	365	470	367	425	345	355	355	71	62	71	62	71	62	67	67	1,05	2,08	88	4,70	2,66	11,00
10,00	0,438	0,225	0,417	0,234	0,361	0,242	0,313	0,251	0,52	0,380	0,480	0,380	0,427	0,367	0,369	0,369	0,74	0,63	0,74	0,65	0,74	0,65	0,70	0,70	1,37	2,97	0,95	6,61	3,61	17,49

Nr.				
92		$l_y / l_x = 0{,}80$	Fahrtrichtung	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$ Für M_{xm} $k = 0{,}016$ Für M_{ym} $k = 0{,}024$ Für M_{ye} $k = -0{,}059$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0 t — Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a				M_{ym} in Plattenmitte t/a				$-M_{ye}$ in Randmitte t/a				M_{xm}	M_{ym}	$-M_{ye}$
													für alle Werte t/a		
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0			
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p p'	p p'	p p'
0,50	0,078	0,049	0,021	0,007	0,072	0,045	0,025	0,010	0,185	0,135	0,100	0,045	— —	— —	— 0,02
1,00	136	086	041	017	155	115	065	025	264	210	156	145	— —	— —	— 09
1,50	177	122	063	033	210	155	100	050	330	300	215	190	— —	— 0,02	— 15
2,00	216	148	092	066	245	205	140	085	460	420	280	280	— 0,02	— 10	— 21
2,50	253	206	121	104	285	256	176	133	57	54	430	390	— 04	— 20	— 34
3,00	268	249	154	139	325	315	220	175	70	66	56	52	0,01 08	— 30	0,02 55
4,00	0,356	0,307	0,223	0,205	0,460	0,425	0,310	0,265	0,88	0,86	0,76	0,72	0,04 0,20	0,01 0,60	0,06 1,15
5,00	409	374	286	273	55	52	398	349	1,05	1,03	0,94	90	15 41	02 1,25	15 2,04
6,00	452	438	350	338	64	60	473	425	1,18	1,16	1,09	1,05	24 63	05 1,80	40 3,60
7,00	54	493	413	397	71	68	55	50	1,34	1,26	1,20	1,15	33 94	10 2,70	78 5,50
8,00	60	55	473	459	77	74	62	57	1,34	1,36	1,32	1,25	47 1,33	18 3,90	1,25 7,80
9,00	64	60	53	52	81	78	66	63	1,43	1,43	1,41	1,35	60 1,74	27 5,20	1,75 10,00
10,00	0,69	0,64	59	0,58	0,83	0,81	0,73	0,69	1,49	1,49	1,49	1,44	0,74 2,18	0,38 6,90	2,31 12,85

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0 t — Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x/a	M_{xm} in Plattenmitte t/a								M_{ym} in Plattenmitte t/a								$-M_{ye}$ in Randmitte t/a								M_{xm}	M_{ym}	$-M_{ye}$
																									für alle Werte t/a		
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0				
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p p'	p p'	p p'
0,50	0,078	—	0,049	—	0,021	—	0,007	—	0,072	—	0,045	—	0,025	—	0,010	—	0,185	—	0,135	—	0,100	—	0,045	—	— —	— —	— —
1,00	136	—	086	—	041	—	017	—	155	—	115	—	065	—	025	—	264	—	210	—	156	—	145	—	— —	— —	— —
1,50	177	0,005	114	0,005	061	0,007	026	0,006	210	0,035	150	0,030	095	0,040	045	0,045	290	0,055	235	0,050	180	0,070	164	0,065	— —	— —	— —
2,00	193	011	127	013	083	015	038	016	220	055	170	060	120	060	065	065	309	095	275	095	206	095	192	135	— —	— —	— —
2,50	210	021	147	029	102	025	049	031	242	085	198	088	152	083	098	094	324	136	304	135	248	132	184	184	0,01 0,01	— —	— —
3,00	226	025	171	031	119	034	063	042	275	105	220	105	180	105	130	120	345	180	345	180	309	180	264	205	03 03	0,03 0,04	0,01 0,10
4,00	0,237	0,046	0,201	0,069	0,149	0,058	0,091	0,067	0,335	0,155	0,266	0,150	0,225	0,154	0,164	0,164	0,435	0,270	0,420	0,270	0,405	0,270	0,375	0,270	0,05 0,05	0,06 0,07	0,04 0,30
5,00	266	065	230	085	177	071	119	083	381	200	311	193	269	183	201	201	467	342	467	342	402	342	454	339	13 13	13 46	12 70
6,00	313	093	258	097	205	096	150	102	417	240	350	230	300	218	235	235	54	415	54	415	53	415	52	392	22 22	20 90	36 1,70
7,00	332	103	287	109	233	108	178	118	445	275	390	265	335	250	265	265	58	470	58	470	58	470	57	445	32 36	29 1,70	66 3,00
8,00	352	128	313	127	258	126	195	138	470	305	421	293	360	280	290	290	63	52	63	52	63	52	62	50	44 55	38 1,60	1,14 5,00
9,00	365	142	328	144	283	142	206	156	490	332	439	325	385	310	315	315	66	56	66	56	66	56	64	54	58 79	49 3,90	1,80 7,50
10,00	0,403	0,168	0,363	164	307	0,167	0,246	0,175	0,58	0,356	0,476	0,348	0,404	0,335	0,335	0,335	0,69	0,59	0,69	0,59	0,69	0,59	0,68	0,58	0,81 1,05	0,60 5,24	2,88 10,40

Nr. 98		$l_y / l_x = \infty$	Fahrtrichtung	Gleichlast in Teilbereichen Für M_{yr} k = 0,670	über die ganze Platte Für M_{xx} k = −0,30 Für M_{yr} k = 0	$M = k \cdot g \cdot l_x^2$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t

Raddruck des SLW von 1,0t

Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xx} in Randmitte t/a				M_{yr} in Mitte d. freien Randes t/a				M_{xx} für alle Werte t/a		M_{yr} für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	p	p'	p	p'
	L	L	L	L	L	L	L	L				
0,125	0,26	0,20	0,16	0,12	0,170	0,100	0,060	0,010	—	—	—	—
0,25	33	26	20	16	270	150	100	012	—	—	—	—
0,375	47	37	29	19	340	230	125	020	—	—	—	—
0,50	60	47	37	29	390	285	145	040	—	—	—	—
0,625	72	63	32	43	425	287	140	052	—	—	—	—
0,75	90	81	72	60	450	300	180	080	—	—	—	—
1,00	1,24	1,16	1,09	0,97	0,50	0,360	0,220	0,135	0,05	—	—	—
1,25	1,50	1,44	1,34	1,22	35	448	309	216	25	—	—	—
1,50	1,72	1,66	1,57	1,45	45	54	422	310	38	0,05	—	0,04
1,75	1,90	1,85	1,76	1,66	79	66	53	415	70	20	—	06
2,00	2,04	2,00	1,93	1,84	91	76	69	38	1,34	66	—	08
2,25	2,16	2,15	2,10	2,00	1,04	91	84	65	1,98	1,20	—	10
2,50	2,29	2,29	2,23	2,16	1,17	1,04	0,90	0,77	3,24	1,90	—	0,15

Brückenklasse 3t bis 16t

Hinterraddruck des LKW von 1,0t

Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	M_{xx} in Randmitte t/a								M_{yr} in Mitte d. freien Randes t/a								M_{xx} für alle Werte t/a		M_{yr} für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,125	0,34	—	0,33	—	0,16	—	0,12	—	0,140	—	0,070	—	0,030	—	0,010	—	—	—	—	—
0,25	36	—	26	—	20	—	16	—	233	—	130	—	065	—	012	—	—	—	—	—
0,375	41	—	33	—	23	—	13	—	315	—	166	—	102	—	020	—	—	—	—	—
0,50	48	—	38	—	26	—	20	—	375	—	219	—	120	—	040	—	—	—	—	—
0,625	44	—	41	—	33	—	27	—	425	—	257	—	160	—	052	—	0,03	—	—	—
0,75	36	—	55	—	485	—	390	—	450	—	280	—	190	—	080	—	24	—	—	—
1,00	0,78	—	0,71	—	0,53	—	0,36	—	0,50	—	0,335	—	0,250	—	0,135	—	0,81	—	—	—
1,25	93	—	82	—	75	—	68	—	56	—	445	—	387	—	196	—	1,60	—	—	—
1,50	92	0,120	91	0,120	84	0,100	78	0,100	64	0,013	50	0,013	280	0,013	235	0,013	1,35	0,04	—	—
1,75	99	280	98	260	92	200	87	200	70	026	55	026	415	026	250	026	2,16	16	0,03	—
2,00	1,04	390	1,00	362	96	305	94	300	77	046	60	040	465	040	330	040	2,32	32	07	—
2,25	1,07	53	1,07	485	1,03	410	1,00	400	82	080	65	064	52	064	370	064	2,98	52	09	—
2,50	1,10	0,65	1,09	0,61	1,07	0,51	1,04	0,495	0,87	0,088	0,69	0,087	0,56	0,087	0,410	0,087	3,80	0,75	0,11	—

Nr.			Fahrtrichtung	Gleichlast	in Teilbereichen	über die ganze Platte	$M = k \cdot g \cdot l_x^2$
98		$l_y / l_x = \infty$			Für M_{ym} $k = 0{,}036$ Für M_{ym} $k = 0{,}014$	Für M_{yo} $k = 0$ Für M_{xm} $k = -0{,}125$	g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t — Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	+ M_{ym} in Plattenmitte t/a				+ M_{ym} in Plattenmitte t/a				− M_{xm} in Plattenmitte t/a				+ M_{xm} für alle Werte t/a		+ M_{ym} für alle Werte t/a		− M_{xm} für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0						
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'	p	p'
0,125	0,046	0,013	0,007	0,001	0,075	0,048	0,014	0,003	0,056	0,043	0,013	0,010	—	—	—	—	—	—
0,25	074	024	015	001	100	068	027	005	100	096	036	022	—	—	—	—	—	—
0,375	092	035	020	001	118	082	036	007	136	130	090	040	—	—	—	—	—	—
0,50	102	048	027	002	131	091	046	010	176	174	124	062	—	—	—	—	—	—
0,625	110	061	033	003	142	097	052	017	218	218	156	079	—	—	—	—	—	—
0,75	114	075	038	012	156	103	060	034	266	262	200	104	—	—	—	—	—	—
1,00	0,124	0,094	0,051	0,036	0,180	0,125	0,066	0,062	0,350	0,338	0,268	0,130	—	0,01	—	—	0,06	—
1,25	133	110	063	040	195	142	113	093	377	372	313	196	—	02	—	0,02	21	—
1,50	155	133	091	062	260	195	169	133	414	410	354	239	—	03	—	06	32	—
1,75	179	158	121	084	285	250	223	173	444	442	390	280	—	04	—	09	50	0,02
2,00	208	185	154	109	330	322	290	212	470	468	420	318	—	05	—	07	72	05
2,25	240	214	189	133	423	405	356	250	490	487	447	356	—	06	—	09	1,03	09
2,50	0,274	0,245	0,225	0,158	0,51	0,50	0,430	0,285	0,51	0,51	0,471	0,391	—	0,07	—	0,14	1,51	0,14

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t — Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	+ M_{xm} in Plattenmitte t/a								+ M_{ym} in Plattenmitte t/a								− M_{xm} in Plattenmitte t/a								+ M_{xm} für alle Werte t/a		+ M_{ym} für alle Werte t/a		− M_{xm} für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0							
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'	p	p'
0,125	0,026	—	0,013	—	0,007	—	0,001	—	0,075	—	0,048	—	0,014	—	0,001	—	0,056	—	0,043	—	0,013	—	0,003	—	—	—	—	—	—	—
0,25	074	—	024	—	015	—	001	—	100	—	068	—	027	—	005	—	100	—	090	—	030	—	007	—	—	—	—	—	—	—
0,375	092	—	035	—	020	—	001	—	118	—	082	—	036	—	007	—	136	—	112	—	048	—	016	—	—	—	—	—	—	—
0,50	102	—	048	—	027	—	002	—	131	—	091	—	046	—	010	—	162	—	136	—	071	—	025	—	—	—	—	—	—	—
0,625	110	—	061	—	033	—	003	—	142	—	097	—	052	—	017	—	180	—	153	—	097	—	040	—	—	—	—	—	0,03	—
0,75	113	—	075	—	038	—	012	—	150	—	103	—	060	—	034	—	196	—	170	—	125	—	060	—	—	—	—	—	05	—
1,00	0,122	—	0,093	—	0,050	—	0,026	—	0,168	—	0,118	—	0,078	—	0,042	—	0,219	—	0,198	—	0,166	—	0,096	—	—	—	—	—	0,10	—
1,25	132	—	110	—	062	—	038	—	195	—	142	—	101	—	066	—	238	—	222	—	193	—	126	—	—	—	—	—	24	—
1,50	147	0,002	128	0,002	077	0,002	048	0,003	240	0,013	174	0,013	130	0,010	105	0,010	252	0,006	240	0,004	215	0,005	149	0,007	—	—	—	—	33	0,01
1,75	160	005	132	004	091	003	056	003	332	028	204	026	158	020	125	025	265	007	256	007	231	009	171	009	—	—	0,01	—	44	02
2,00	172	007	141	007	104	005	064	005	324	041	235	040	184	028	150	030	276	011	270	011	242	011	191	012	—	—	02	—	72	04
2,25	184	009	148	009	117	006	071	007	364	053	264	053	210	037	170	040	286	014	283	014	252	015	209	015	0,01	—	03	—	1,05	06
2,50	0,196	0,012	0,151	0,011	0,129	0,008	0,077	0,008	0,402	0,073	0,291	0,067	0,236	0,046	0,189	0,050	0,293	0,018	0,291	0,018	0,257	0,018	0,225	0,017	0,01	—	0,04	—	1,33	0,11

Nr. 99		$l_y / l_x = \infty$	Gleichlast über die ganze Platte	$Q_x = 0{,}5 \cdot g \cdot l_x$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — **Raddruck des SLW von 1,0 t** — **Gleichlast um SLW von 1 t/m²**

l_x / a	Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ← → t/a				Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ↕ t/a				Q_x ←		Q_x ↕	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	für alle Werte t/a			
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	1,92	0,98	0,490	0,140	1,90	1,10	0,340	0,130	—	0,10	—	—
1,00	3,17	1,36	58	380	2,15	1,29	60	350	—	29	—	—
1,50	3,30	1,32	86	380	2,27	1,32	73	42	—	35	0,02	0,05
2,00	3,38	1,36	77	470	2,35	1,38	81	54	—	50	04	12
2,50	3,45	1,39	78	55	2,44	1,42	82	60	0,01	74	09	23
3,00	3,48	1,42	82	62	2,50	1,46	94	66	10	1,00	15	42
4,00	3,54	1,46	0,70	0,69	2,55	1,53	1,02	0,75	0,36	1,69	0,26	1,02
5,00	2,55	1,50	0,76	73	2,62	1,58	1,09	79	37	2,26	33	1,90
6,00	3,57	1,52	1,00	78	2,65	1,61	1,13	80	48	2,95	49	2,86
7,00	3,58	1,54	1,02	78	2,64	1,64	1,16	78	56	3,65	30	3,81
8,00	3,60	1,55	1,03	78	2,64	1,64	1,16	76	66	4,35	53	4,78
9,00	3,60	1,56	1,03	74	2,65	1,65	1,16	68	80	5,05	58	5,75
10,00	2,62	1,56	1,02	0,71	2,63	1,65	1,14	0,63	0,97	5,74	0,59	6,77

Brückenklasse 3t bis 16t — **Hinterraddruck des LKW von 1,0 t** — **Gleichlast um LKW von 1 t/m²**

l_x / a	Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ← t/a								Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ↕ t/a								Q_x ←		Q_x ↕	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0		für alle Werte t/a			
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	1,92	—	0,92	—	0,420	—	0,100	—	1,82	—	1,10	—	0,220	—	0,100	—	—	—	—	—
1,00	2,08	0,090	1,20	0,080	56	0,090	200	0,110	2,05	0,160	1,21	0,150	460	0,080	200	0,120	—	—	—	—
1,50	2,14	130	1,18	120	64	130	280	150	2,14	200	1,22	170	68	100	280	170	—	0,02	0,05	—
2,00	2,17	150	1,13	150	67	150	340	160	2,24	160	1,19	100	70	070	340	080	—	06	14	0,02
2,50	2,18	160	1,12	160	67	173	358	314	2,27	070	1,20	055	72	050	378	028	0,01	11	22	04
3,00	2,19	200	1,13	200	66	200	390	250	2,26	100	1,20	080	70	050	400	055	10	22	30	10
4,00	2,20	0,240	2,14	0,240	0,63	0,240	0,400	0,260	2,24	0,150	1,21	0,140	0,68	0,120	0,420	0,100	0,26	0,80	0,42	0,54
5,00	2,21	285	1,16	285	62	253	438	284	2,23	176	1,22	167	66	155	434	136	37	1,35	51	97
6,00	2,21	310	1,18	310	60	310	440	310	2,23	210	1,22	200	68	190	440	160	48	2,02	62	1,50
7,00	2,22	320	1,18	320	60	320	450	320	2,24	230	1,23	220	66	200	450	180	56	2,72	70	2,20
8,00	2,22	320	1,19	320	62	320	450	320	2,26	230	1,24	220	67	200	450	180	68	3,46	76	2,96
9,00	2,22	320	1,20	320	65	320	460	320	2,28	230	1,25	220	68	200	440	180	80	4,22	84	3,86
10,00	2,23	0,328	1,21	0,328	0,70	0,328	0,468	0,321	2,30	0,241	1,25	0,199	0,71	0,190	0,469	0,144	0,91	5,00	0,89	4,83

Nr. 100		$l_y / l_x = \infty$	Gleichlast über die ganze Platte	$Q_x = 0{,}625 \cdot g \cdot l_x$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t

Raddruck des SLW von 1,0t

Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	Q_x am eingespannten Rand Fahrtrichtung ⟷ t/a				Q_x am eingespannten Rand Fahrtrichtung ↕ t/a				Q_x ⟷ für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	2,98	1,98	0,83	0,210	3,74	1,44	0,70	0,220	—	—	—	—
1,00	3,15	2,34	88	420	3,78	1,49	88	360	—	—	—	—
1,50	3,72	2,36	1,03	82	3,44	1,79	1,60	32	—	0,20	—	0,10
2,00	3,82	2,36	1,19	77	3,69	1,84	1,08	66	—	50	—	28
2,50	3,85	2,32	1,18	83	3,72	1,90	1,14	76	0,02	83	0,02	36
3,00	3,84	2,28	1,25	96	3,75	1,94	1,19	85	16	1,13	05	1,12
4,00	3,85	2,25	1,35	1,03	3,78	2,02	1,28	0,91	0,90	1,90	0,10	2,25
5,00	3,86	2,25	1,44	1,12	3,80	2,08	1,34	96	79	2,74	11	3,33
6,00	3,85	2,25	1,50	1,16	3,81	2,14	1,40	98	1,09	3,68	11	4,38
7,00	3,87	2,27	1,54	1,17	3,83	2,18	1,42	94	1,35	4,55	12	5,35
8,00	3,90	2,30	1,57	1,17	3,84	2,20	1,44	94	1,60	5,45	12	7,00
9,00	3,94	2,35	1,58	1,15	3,84	2,22	1,43	89	1,90	6,30	13	8,20
10,00	3,99	2,38	1,57	1,13	3,86	2,23	1,42	0,82	2,10	7,22	0,13	9,46

Brückenklasse 3t bis 16t

Hinterraddruck des LKW von 1,0t

Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	Q_x am eingespannten Rand Fahrtrichtung ⟷ t/a								Q_x am eingespannten Rand Fahrtrichtung ↕ t/a								Q_x ⟷ für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	2,96	—	1,51	—	0,60	—	0,180	—	2,59	—	1,20	—	0,480	—	0,220	—	—	—	—	—
1,00	3,16	0,110	1,64	0,110	76	0,110	308	0,170	3,10	0,320	1,56	0,220	72	0,210	340	0,160	—	—	—	—
1,50	3,28	140	1,68	140	84	140	380	210	3,34	440	1,74	280	88	270	400	180	—	0,01	0,08	0,01
2,00	3,32	180	1,70	180	88	180	440	240	3,44	520	1,85	320	96	300	460	190	—	04	15	05
2,50	3,33	202	1,72	202	92	212	487	270	3,51	558	1,88	350	1,00	320	32	192	0,02	07	21	12
3,00	3,32	220	1,72	220	92	230	54	290	3,53	590	1,88	370	1,02	330	35	190	16	30	19	31
4,00	3,32	0,270	1,73	0,270	0,94	0,270	0,61	0,320	3,54	0,360	1,90	0,400	1,04	0,360	0,42	0,220	0,50	0,75	0,10	0,80
5,00	3,32	300	1,74	300	95	300	65	345	3,55	345	1,91	345	1,07	310	44	271	77	1,35	15	1,30
6,00	3,32	320	1,75	320	96	320	66	360	3,55	380	1,92	380	1,08	350	47	300	1,02	2,02	18	2,34
7,00	3,33	325	1,76	325	96	325	67	360	3,62	400	1,93	400	1,10	350	48	340	1,35	2,80	20	3,40
8,00	3,35	320	1,77	320	97	320	66	370	3,64	400	1,93	400	1,11	350	48	340	1,63	3,70	23	4,65
9,00	3,36	320	1,78	320	98	320	66	375	3,65	400	1,92	400	1,12	350	46	340	1,90	4,90	27	6,50
10,00	3,37	0,320	1,78	0,320	0,97	0,320	0,69	0,376	3,71	0,381	1,92	0,381	1,11	0,360	0,65	0,320	2,10	6,48	0,32	8,52

Nr. 101		l_y / l_x = ∞	Gleichlast über die ganze Platte	$q_x = 0{,}5 \cdot g \cdot l_x$ g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t

Raddruck des SLW von 1,0t

Gleichlast um SLW von 1 t/m²

l_x / a	Q_x in der Ecke des freien Randes Fahrtrichtung ⟷ t/a				Q_x in der Ecke des freien Randes Fahrtrichtung ↕ t/a				Q_x ⟷ für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	3,70	2,35	1,25	0,50	6,00	2,60	1,20	0,60	—	0,18	—	0,22
1,00	4,95	3,10	1,55	90	6,80	3,00	1,50	0,96	—	64	—	82
1,50	7,33	3,50	1,78	1,14	7,18	3,40	1,72	1,12	—	12	—	03
2,00	7,62	3,80	1,95	1,28	7,45	3,70	1,85	1,20	—	32	0,06	46
2,50	7,83	4,01	2,10	1,36	7,70	3,90	1,92	1,24	0,01	58	02	58
3,00	7,96	4,12	2,25	1,38	7,90	3,95	2,05	1,33	13	90	10	98
4,00	8,12	4,22	2,35	1,43	8,15	4,05	2,16	1,40	0,33	1,57	0,18	1,89
5,00	8,20	4,28	2,38	1,51	8,25	4,14	2,27	1,47	44	2,09	26	2,63
6,00	8,25	4,34	2,46	1,53	8,30	4,16	2,30	1,47	55	2,65	39	3,50
7,00	8,27	4,40	2,55	1,56	8,30	4,20	2,35	1,49	63	3,05	34	4,45
8,00	8,31	4,45	2,60	1,60	8,32	4,25	2,40	1,50	78	4,70	55	5,40
9,00	8,35	4,50	2,65	1,60	8,35	4,35	2,45	1,52	90	5,85	37	6,30
10,00	8,39	4,52	2,74	1,60	8,36	4,32	2,53	1,53	1,02	6,37	0,40	7,24

Brückenklasse 31 bis 16t

Hinterraddruck des LKW von 1,0t

Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	Q_x in der Ecke des freien Randes Fahrtrichtung ⟷ t/a								Q_x in der Ecke des freien Randes Fahrtrichtung ↕ t/a								Q_x ⟷ für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	3,70	0,200	2,35	0,260	1,25	0,250	0,50	0,260	5,75	0,170	2,55	0,170	1,19	0,170	0,50	0,470	—	—	—	—
1,00	6,66	310	2,83	310	1,26	310	55	310	6,61	340	2,93	340	1,35	340	0,58	480	—	—	—	—
1,50	6,85	270	3,15	270	1,40	270	70	270	7,04	340	3,23	340	1,51	340	73	400	—	—	—	—
2,00	6,95	170	3,38	170	1,55	170	80	170	7,21	250	3,54	250	1,66	250	83	395	—	0,02	0,04	0,05
2,50	7,02	130	3,51	130	1,64	123	85	125	7,24	120	3,64	120	1,74	120	92	120	0,01	04	09	07
3,00	7,09	140	3,55	140	1,70	140	88	140	7,20	180	3,64	180	1,82	180	96	180	13	23	19	20
4,00	7,15	0,200	3,60	0,200	1,80	0,200	0,94	0,200	7,13	0,250	3,64	0,250	1,91	0,250	1,00	0,250	0,23	0,61	0,18	0,86
5,00	7,15	203	3,62	203	1,87	202	97	204	7,14	250	3,66	250	1,96	250	1,01	270	44	1,23	26	1,30
6,00	7,16	204	3,64	204	1,93	204	1,00	204	7,15	300	3,66	300	1,98	300	1,03	300	55	1,84	30	2,26
7,00	7,17	206	3,65	206	1,97	204	1,00	206	7,23	350	3,69	350	2,00	350	1,05	350	65	2,60	34	3,10
8,00	7,20	209	3,70	209	2,02	209	1,05	209	7,26	395	3,71	395	2,02	395	1,07	395	75	3,43	35	4,00
9,00	7,21	215	3,70	215	2,07	215	1,05	215	7,32	310	3,73	310	2,05	310	1,12	310	90	4,30	37	4,95
10,00	7,25	0,325	3,75	0,225	2,13	0,225	1,06	0,225	7,36	0,310	3,75	0,310	2,06	0,310	1,12	0,305	1,02	5,21	0,40	5,97

Nr.			Gleichlast über die ganze Platte	$Q_x = 0{,}44\ g\,l_x$
102		$l_y / l_x = 1{,}00$		g oder p in t/m²; l_x in m

Brückenklasse 24t bis 60t — Raddruck des SLW von 1,0t — Gleichlast um SLW von 1 t/m²

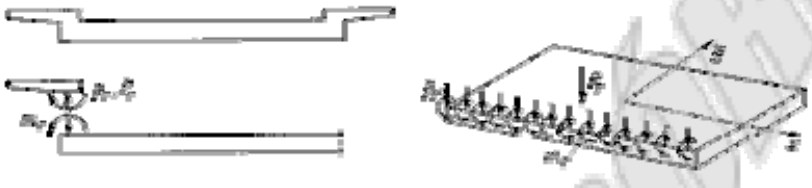
l_x / a	Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ← → t/a				Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ↕ t/a				Q_x — für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0				
	L	L	L	L	L	L	L	L	p	p'	p	p'
0,50	3,34	1,34	0,59	0,220	3,03	1,30	0,50	0,220	—	02	—	—
1,00	3,34	1,35	72	370	3,20	1,36	70	36	—	07	—	—
1,50	3,34	1,64	95	480	3,30	1,46	80	38	—	15	—	0,00
2,00	3,34	1,72	92	58	3,37	1,72	88	47	—	27	—	13
2,50	3,34	1,80	1,00	64	3,42	1,88	95	64	0,01	40	—	26
3,00	3,33	1,86	1,07	74	3,50	1,86	1,02	74	03	58	0,02	45
4,00	3,74	1,96	1,15	0,91	3,60	1,95	1,12	0,85	0,15	0,86	0,05	0,70
5,00	3,80	2,05	1,25	1,00	3,67	2,02	1,18	92	36	1,24	09	1,56
6,00	3,80	2,10	1,30	1,06	3,70	2,06	1,23	95	55	1,95	10	2,20
7,00	3,81	2,15	1,35	1,09	3,70	2,10	1,26	94	72	2,75	10	3,13
8,00	3,82	2,16	1,37	1,00	3,70	2,10	1,26	89	97	3,70	10	4,06
9,00	3,83	2,20	1,37	1,01	3,71	2,10	1,25	82	1,20	4,90	10	5,12
10,00	3,84	2,20	1,36	1,01	3,71	2,08	1,25	0,74	1,65	5,14	0,11	6,35

Brückenklasse 3t bis 16t — Hinterraddruck des LKW von 1,0t — Gleichlast um LKW von 1 t/m²

l_x / a	Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ← → t/a								Q_x in Randmitte Fahrtrichtung ↕ t/a								Q_x — für alle Werte t/a		Q_x ↕ für alle Werte t/a	
	0,125		0,250		0,50		1,0		0,125		0,250		0,50		1,0					
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	p	p'	p	p'
0,50	3,09	—	1,340	—	0,599	—	0,190	—	3,03	—	1,22	—	0,489	—	0,110	—	—	—	—	—
1,00	3,23	0,090	1,550	0,020	710	0,030	320	0,180	3,16	0,220	1,32	0,180	66	0,100	200	0,060	—	—	—	—
1,50	3,28	040	1,600	060	760	040	300	210	3,24	150	1,44	240	80	140	320	070	—	—	—	—
2,00	3,22	110	1,48	130	80	130	350	220	3,20	180	1,74	140	88	120	400	080	—	—	—	—
2,50	3,23	130	1,55	150	82	160	404	222	3,25	060	1,78	020	94	060	463	023	0,01	0,01	0,04	0,02
3,00	3,25	170	1,60	170	83	210	440	250	3,38	100	1,76	100	98	080	52	070	03	06	05	04
4,00	3,34	0,210	1,68	0,210	0,86	0,210	0,490	0,280	3,44	0,190	1,80	0,170	1,02	0,140	0,57	0,130	0,15	0,13	0,15	0,20
5,00	3,36	250	1,70	240	91	240	58	310	3,47	227	1,81	205	1,02	187	60	175	34	37	20	34
6,00	3,35	250	1,70	260	93	260	55	330	3,48	250	1,82	230	1,02	230	62	200	53	75	22	70
7,00	3,35	270	1,71	270	94	270	56	330	3,48	260	1,84	250	1,02	260	62	210	72	1,28	24	1,18
8,00	3,35	280	1,72	280	95	280	56	330	3,49	280	1,85	300	1,02	280	60	220	97	2,03	24	1,84
9,00	3,35	280	1,72	280	96	280	55	330	3,49	300	1,86	300	1,02	280	60	220	1,20	2,23	24	2,70
10,00	3,37	0,275	1,73	0,275	0,96	0,275	0,50	0,330	3,49	0,300	1,87	0,300	1,02	0,280	0,60	0,200	1,45	3,38	0,24	3,64

Nr. 104: ZWEISEITIGE GESTÜTZTE PLATTEN UNTER RANDKRÄFTEN AM FREIEN RAND

Durch die Anbringung von Kragplatten an den freien Rändern zweiseitig gelagerter Platten werden diese durch eine Randlast und durch ein Randmoment beansprucht.



Momente infolge $p_r = 1$ t/m und $m_r = 1$ tm/m

p_r und m_r sind längs des freien Randes konstant.

Die Momente M_y werden für $\nu = 1/6$ ermittelt

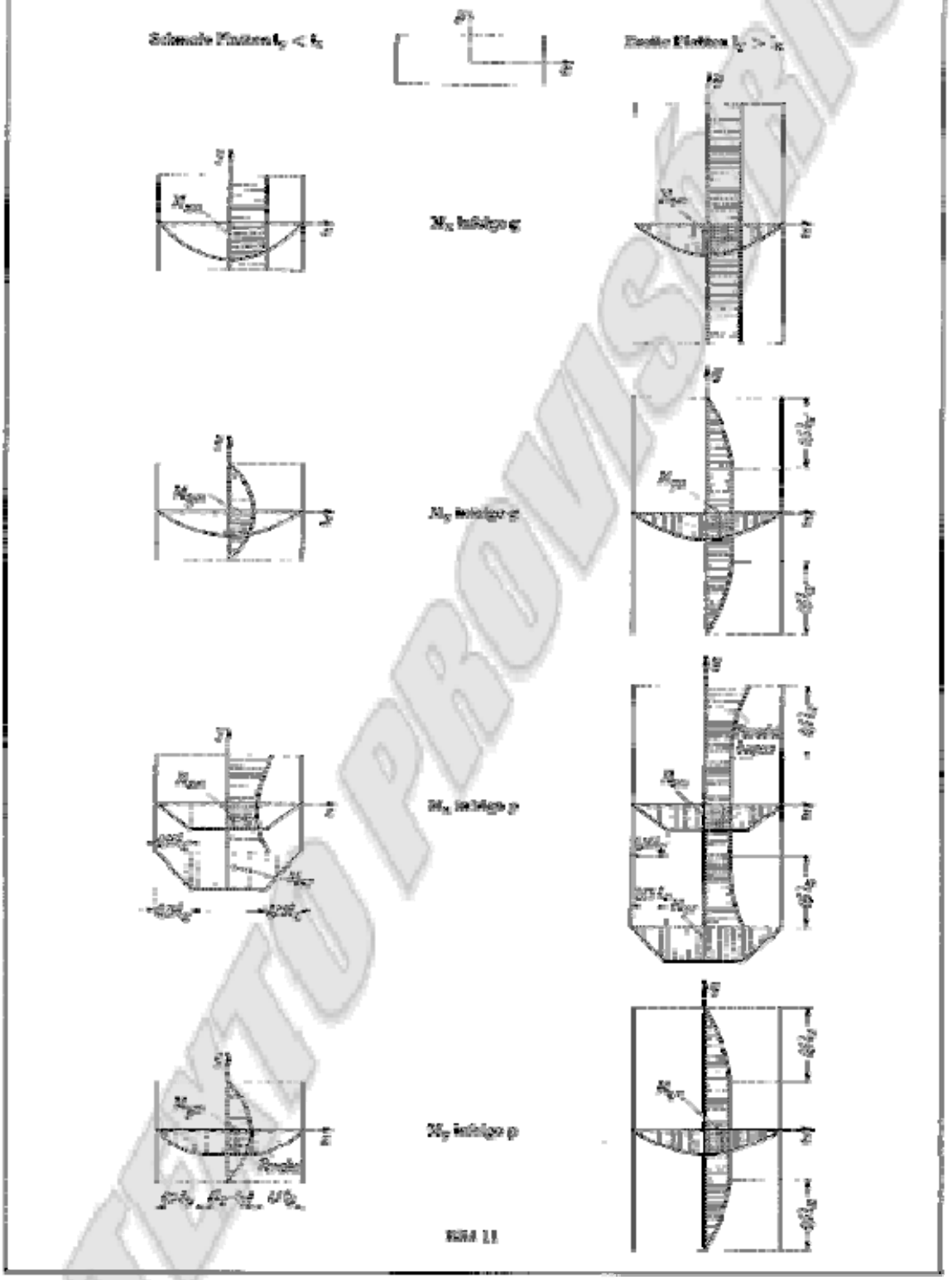
1. Zweiseitig freidrehbar gelagerte Platten: (Zustandsflächen hierzu siehe Bild 14)

Seitenverhältnis l_y/l_x	Lastfolge	M_{xr} Mitte am freien Rande	M_{xm} Plattenmitte	$M_{x\infty}$ Mitte des unbel. freien Randes	M_{yr} Mitte des belast. freien Randes	M_{ym} Plattenmitte	$M_{y\infty}$ Mitte des unbelast. freien Randes
∞	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	0	0	0	0	0
	m_r	$+0{,}33$	0	0	$-1{,}0$	0	0
	P_r	siehe Bild 14					
2,0	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}01 \cdot l_x$	0	0	$-0{,}01 \cdot l_x$	0
	m_r	$+0{,}33$	$-0{,}01$	0	$-1{,}9$	0	0
1,5	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}03 \cdot l_x$	0	0	$-0{,}01 \cdot l_x$	0
	m_r	$+0{,}33$	$-0{,}04$	$-0{,}01$	$-1{,}8$	$-0{,}01$	0
1,0	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}05 \cdot l_x$	$+0{,}01 \cdot l_x$	0	$-0{,}02 \cdot l_x$	0
	m_r	$+0{,}33$	$-0{,}05$	$-0{,}02$	$-1{,}0$	$-0{,}03$	0

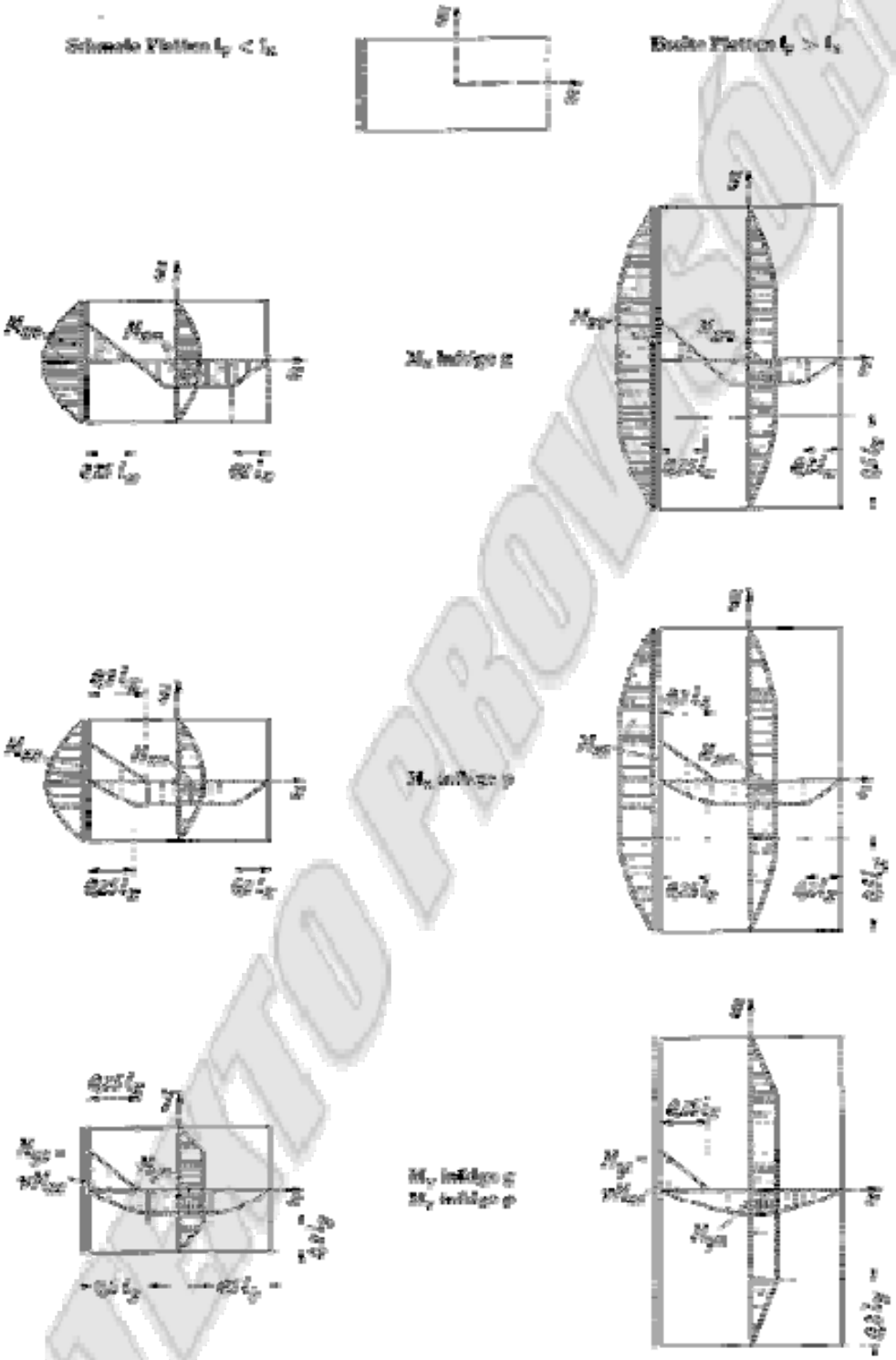
Seitenverhältnis l_y/l_x	Lastfolge	M_{xr} Mitte l_x, unterst. Rand	M_{xm} Feldmomente	M_{xs} Mitte des unterst. l_x-Randes	M_{yr} Mitte des unterst. l_y-Randes	M_{ym} Feldmomente	M_{ys} Mitte des unterst. l_y-Randes
1,0	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}02 \cdot l_x$	$+0{,}03 \cdot l_x$	0	$-0{,}03 \cdot l_x$	0
	m_r	+0,23	−0,05	−0,05	−1,0	−0,10	0
1,1	p_r	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}11 \cdot l_x$	$+0{,}05 \cdot l_x$	0	$-0{,}04 \cdot l_x$	0
	m_r	+0,33	−0,06	−0,08	−1,0	−0,15	0
	p_r	siehe Bild 14					
1,2	p_r	$+0{,}26 \cdot l_x$	$+0{,}13 \cdot l_x$	$+0{,}06 \cdot l_x$	0	$-0{,}04 \cdot l_x$	0
	m_r	+0,32	−0,05	−0,12	−1,0	−0,22	0
1,3	p_r	$+0{,}32 \cdot l_x$	$+0{,}25 \cdot l_x$	$+0{,}10 \cdot l_x$	0	$-0{,}04 \cdot l_x$	0
	m_r	+0,37	−0,02	−0,20	−1,0	−0,30	0
	p_r	siehe Bild 14					
1,4	p_r	$+0{,}33 \cdot l_x$	$+0{,}36 \cdot l_x$	$+0{,}07 \cdot x$	0	$-0{,}03 \cdot l_x$	0
	m_r	+0,25	0	−0,25	−1,0	−0,40	0

Bilder und Tafeln zum Gebrauch der Tabellen

Grenzflächen für zweiseitig gestützte Einfeldplatten (beidseitig frei drehbar)

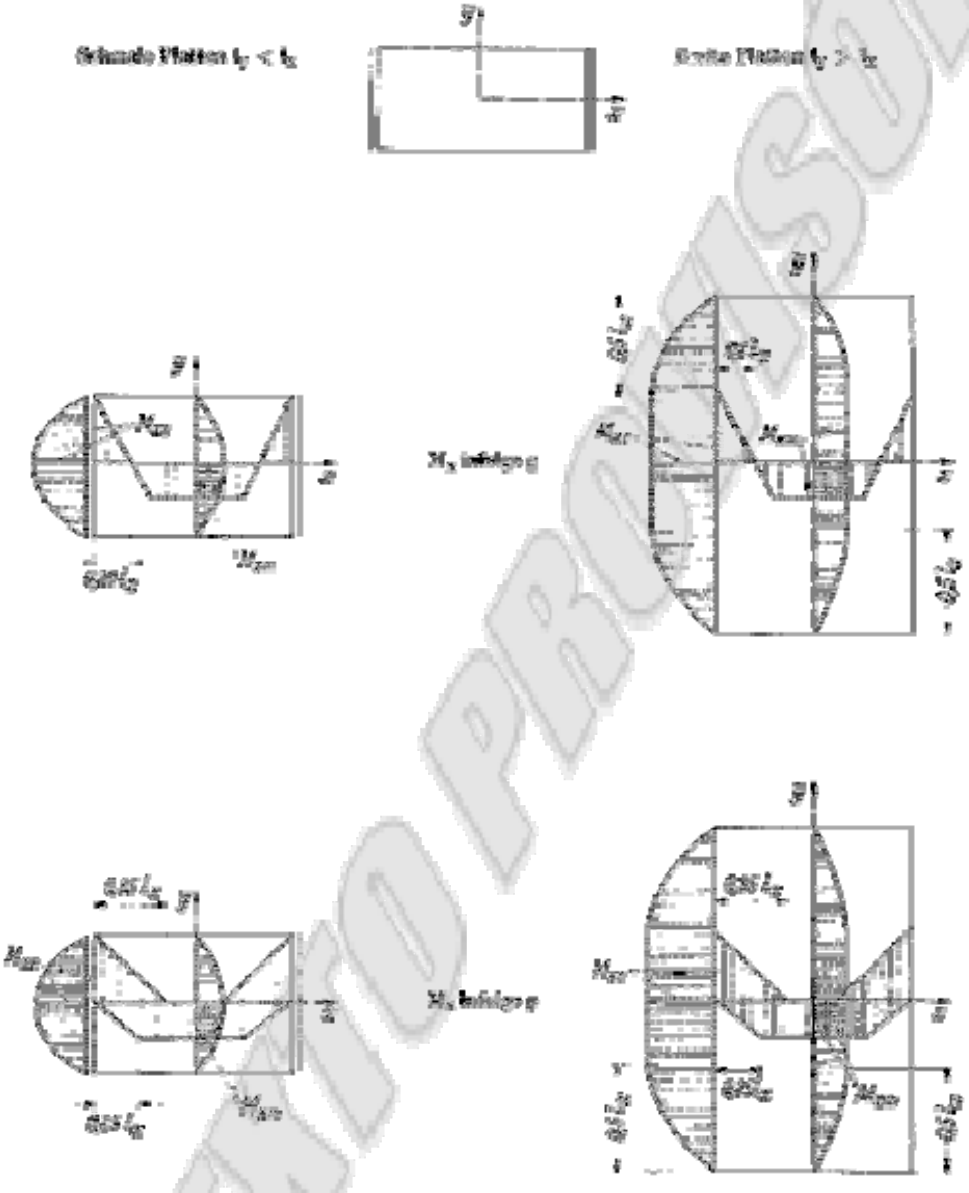


Grenzflächen für vierseitig gestützte Einfeldplatten
(ein Rand eingespannt)

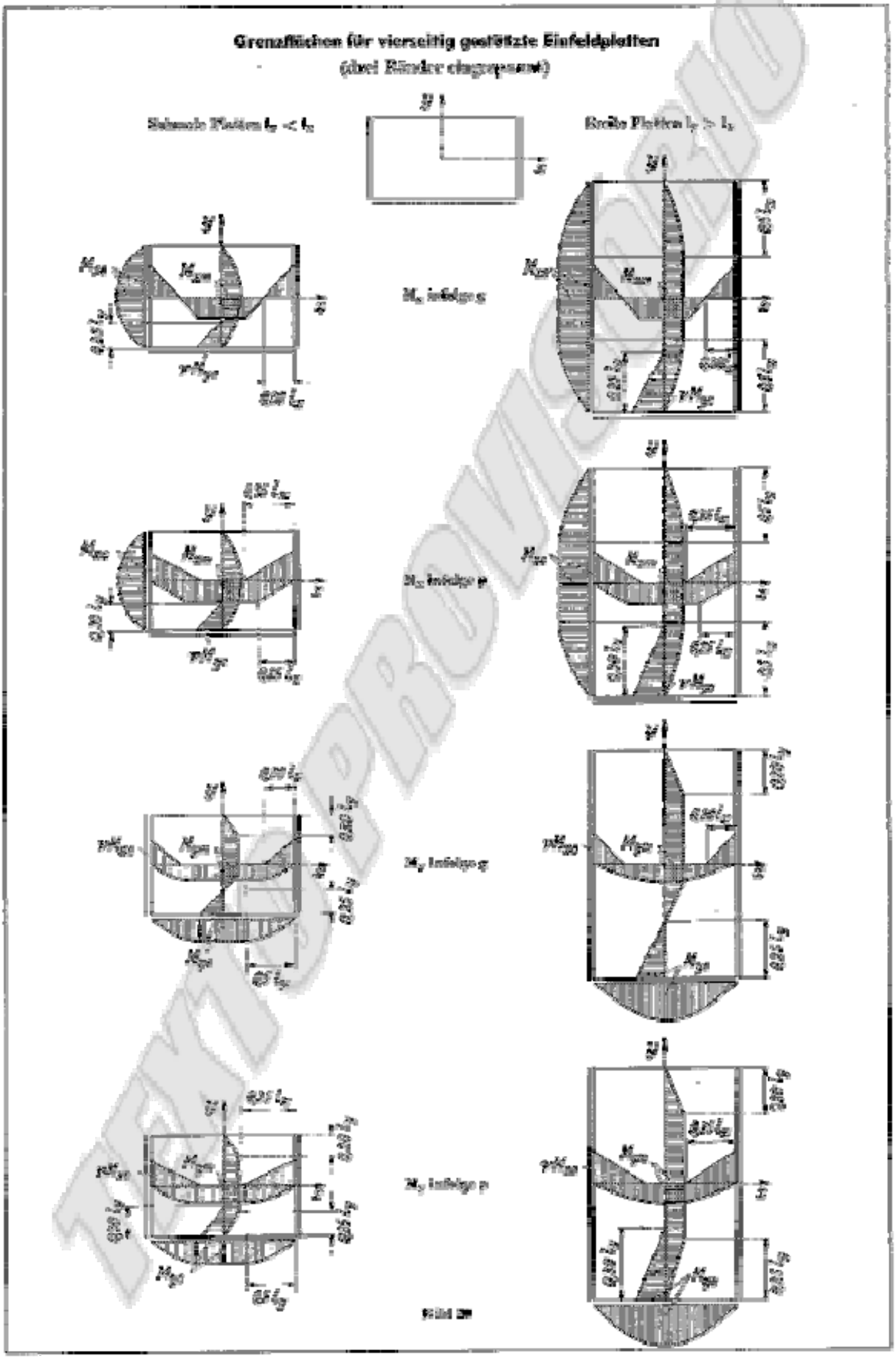


TEXTO PROVISÓRIO

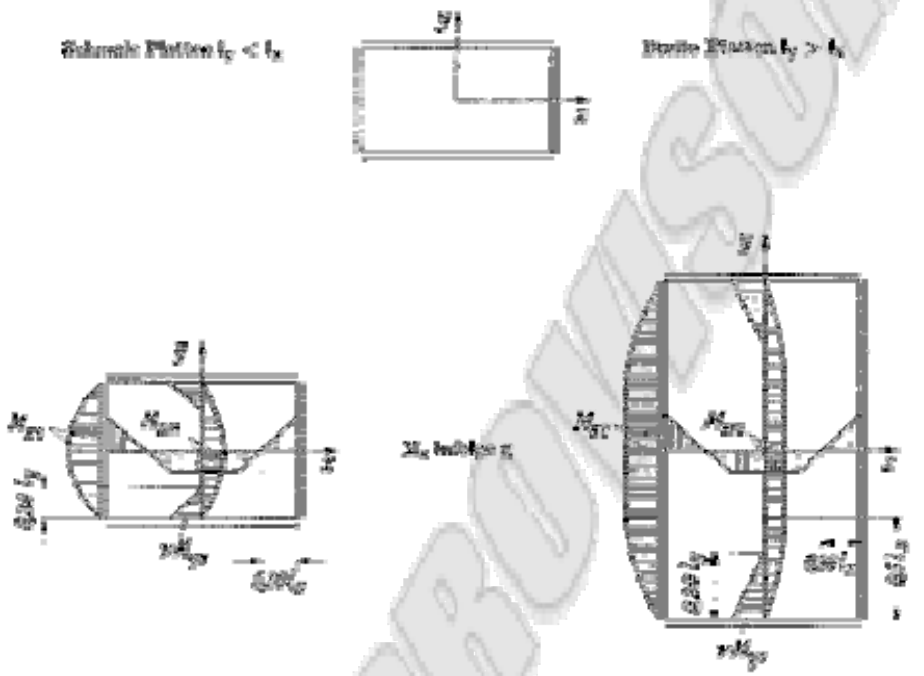
Grenzflächen für vierseitig gestützte Einfeldplatten
(zwei parallele Ränder eingespannt)

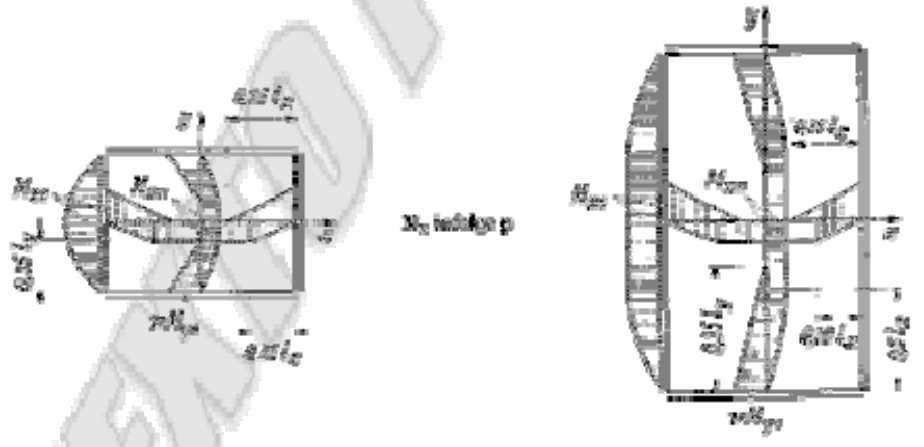


TEXTO PROVISÓRIO


Grenzflächen für vierseitig gestützte Einfeldplatten
(drei Ränder eingespannt)
Schmale Platten $l_y < l_x$
Große Platten $l_y > l_x$
M_x infolge q
M_x infolge p
M_y infolge q
M_y infolge p

Grenzflächen für vierseitig gestützte Rechteckplatten
(alle Ränder eingespannt)





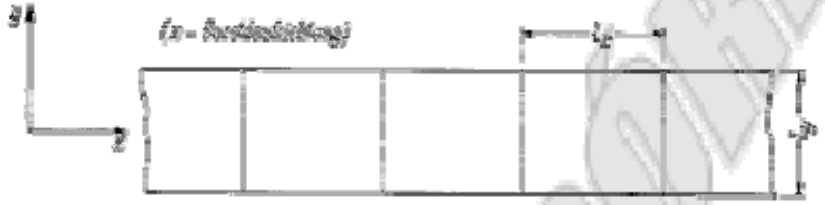
N_y nach Vertauschen der Koord.-Achsen

Bild 21

TEXTO PROVISÓRIO

Tafel 2 (entnommen aus DIN 1075)

Momentenbeiwerte α_s für durchlaufende Platten



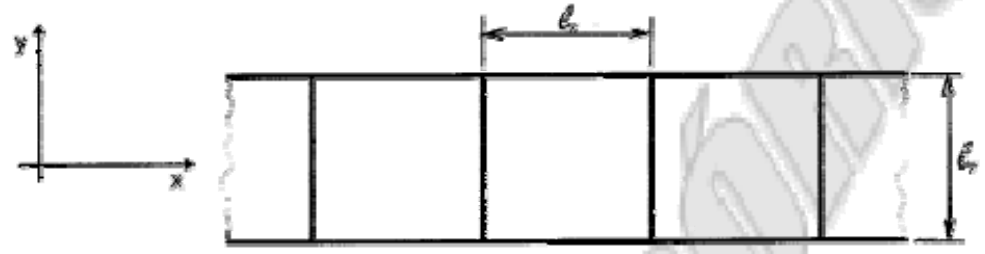
Beiwert α_s für Momente aus Verkehrslast und Eigenmoment M_0 zu Randbedingungen für die Näherungsberechnung durchlaufender Platten

Maßgebende Bewehrungsart des Einzelfeldes		Rand- oder Randfeld		Innenfeld	
Weite für die Momente:		A	I	B	II	C
l_y/l_x		M_A	Beiwerte α_s			
Vierseitig gestützte Platte	$\leq 0{,}5$	$\frac{1}{3} M_0$	1,09	1,00	1,05	1,00
	$= 1{,}0$		1,05	0,99	1,03	1,00
	$= 1{,}2$		1,07	0,94	1,05	1,00
	$= \infty$	$\frac{1}{8} M_0$	1,10	0,98	1,03	1,00
Zweiseitig gestützte Platte	$= \infty$	$\frac{1}{8} M_0$	1,10	0,92	1,03	1,00
	$= 1{,}00$		1,14	0,93	1,10	1,00
	$= 0{,}50$		1,23	0,82	1,13	1,00
	$= 0{,}25$		Diese Platten sind als durchlaufende Balken zu berechnen			

Korrektur von α_s für Spannweiten unter 20 m:

$$\alpha = \frac{1{,}2}{1 + \frac{l}{100}} \alpha_s \qquad (l \text{ in m})$$

VALORES DE α_y PARA NOMENTOS DA CARGA MÓVEL E MOMENTOS DE ENGASTAMENTO M_A DA VIGA DE BORDA, PARA CÁLCULO APROXIMADO DE PLACAS CONTÍNUAS



x = direção da continuidade

Modos de apoio das placas isoladas	Marginal ou extrema			Interna
Valores para os pontos	A	1	B	2	C
Tipo de placa	ℓ_y/ℓ_x	M_A	Valores de α_y			
Placa vinculada nos quatro lados	≤0,8	$M_B/2$	1,06	1,08	1,05	1,00
	1,0		1,05	0,89	1,13	1,00
	1,2		1,07	0,94	1,18	1,00
	∞	$M_B/3$	1,10	0,92	1,23	1,00
Placa vinculada em dois lados opostos	∞	$M_B/3$	1,10	0,92	1,23	1,00
	1,00		1,14	0,89	1,30	1,00
	0,50		1,22	0,82	1,45	1,00
	0,25		Calculam-se como vigas contínuas			

CORREÇÃO DE α_x PARA VÃOS INFERIORES A 20 m

$$\alpha = \frac{1,2}{1+\frac{\ell_x}{100}}\alpha_x \quad (\ell_x \text{ em metros})$$