

ISSN 1413-9928  
(versão impressa)



CADERNOS DE

# ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

ESTRUTURAS DE CONCRETO  
PRÉ-MOLDADO número **17**

## **UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Reitor:

Prof. Titular JACQUES MARCOVITCH

Vice-Reitor:

Prof. Titular ADOLPHO JOSÉ MELFI

## **ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Diretor:

Prof. Titular EUGENIO FORESTI

Vice-Diretor:

Prof. Titular RUY ALBERTO CORREA ALTAFIM

## **DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

Chefe do Departamento:

Prof. Titular JOSÉ ELIAS LAIER

Suplente do Chefe do Departamento:

Prof. Associado SÉRGIO PERSIVAL BARONCINI PROENÇA

Coordenadora de Pós-Graduação:

Prof. Dr. ANA LÚCIA H. C. EL DEBS

Coordenadora de Publicações e Material Bibliográfico:

MARIA NADIR MINATEL

**e-mail: [minatel@sc.usp.br](mailto:minatel@sc.usp.br)**

Editoração e Diagramação

MASAKI KAWABATA NETO

**Esta publicação tem como objetivo a divulgação da produção  
científica do Departamento de Engenharia de Estruturas**

## APRESENTAÇÃO

Este volume dá início a uma nova etapa dos ***Cadernos de Engenharia de Estruturas***, publicação do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, para divulgação das dissertações e teses desenvolvidas.

Este é o primeiro volume em novo formato, com artigos sobre Estruturas de Concreto Pré-moldado. A ele seguir-se-ão outros sobre Estruturas de Concreto, Estruturas de Aço, Estruturas de Madeira, Métodos Numéricos e Mecânica das Estruturas.

A partir daí, pretende-se publicar um volume anual de cada assunto, facilitando a consulta dos possíveis interessados.

Ana Lúcia H.C. El Debs  
Coordenadora de Pós-Graduação

## SUMÁRIO

Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em vigas submetidas à flexão <i>Daniel de Lima Araújo &amp; Mounir Khalil El Debs</i> .....	1
Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações <i>Anamaria Malachini Miotto Soares &amp; João Bento de Hanai</i> .....	29
Contribuição dos painéis pré-moldados de fechamento no enrijecimento da estrutura principal: estudo de caso <i>Vanessa Cristina de Castilho, Mounir K. El Debs &amp; Laercio S. Gil</i> .....	59
Procedimentos analíticos para a determinação da deformabilidade e da resistência de uma ligação viga-pilar com elastômero simples e chumbador <i>Marcelo de Araújo Ferreira &amp; Mounir Khalil El Debs</i> .....	75
Análise não-linear de lajes pré-moldadas com armação treliçada: comparação de valores teóricos com experimentais e simulações numéricas em painéis isolados <i>Alonso Droppa Júnior &amp; Mounir Khalil El Debs</i> .....	105

# **CISALHAMENTO NA INTERFACE ENTRE CONCRETO PRÉ-MOLDADO E CONCRETO MOLDADO NO LOCAL EM VIGAS SUBMETIDAS À FLEXÃO**

Daniel de Lima Araújo<sup>1</sup> & Mounir Khalil El Debs<sup>2</sup>

## **Resumo**

*Neste trabalho é abordado o cisalhamento pela interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em vigas compostas. São apresentados modelos analíticos e empíricos empregados na avaliação da resistência ao cisalhamento pela interface entre duas superfícies de concreto atravessadas por armadura. Esses modelos foram utilizados para avaliar a resistência ao cisalhamento da interface de vigas compostas disponíveis na literatura. Observou-se boa aproximação entre os modelos analíticos e os modelos empíricos, obtidos de ensaios de cisalhamento direto, com os resultados experimentais de vigas compostas. São apresentados também os resultados de ensaios em vigas compostas realizados na EESC-USP com o objetivo de avaliar, de forma qualitativa, a resistência da interface. As recomendações da NBR 9062/85 sobre o assunto são apresentadas, sendo também comparadas com os resultados experimentais. Observou-se a necessidade de inclusão de um limite máximo na expressão da NBR 9062/85 utilizada para avaliação da resistência da interface de vigas compostas.*

*Palavras-chave: pré-moldado de concreto; cisalhamento.*

## **1 INTRODUÇÃO**

A associação de elementos pré-moldados com concreto moldado no local é uma das aplicações mais comuns da pré-moldagem. Este tipo de associação, que recebe a denominação de peça composta, tem sido utilizado com sucesso em construções de pontes e pavimentos de edifícios, apresentando inúmeras vantagens em relação à construção unicamente em concreto moldado no local ou em elementos pré-moldados. Para garantir a colaboração do concreto moldado no local na seção resistente das peças compostas submetidas à flexão, é necessário garantir a transferência, integral ou parcial, das tensões de cisalhamento horizontais pela interface entre o concreto pré-moldado e o concreto moldado no local (Figura 1).

A avaliação da resistência ao cisalhamento horizontal depende de vários fatores dentre os quais destacam-se a rugosidade da superfície de contato, a quantidade de armadura transversal à ligação e a resistência do concreto. Apesar

---

<sup>1</sup> Professor da Escola de Engenharia Civil, UFG, dlaraujo@eec.ufg.br

<sup>2</sup> Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, mkdebs@sc.usp.br

deste tema ter sido bastante estudado por diversos pesquisadores, ainda restam diversas dúvidas sobre a distribuição de tensões na interface de peças compostas. O objetivo deste trabalho é mostrar alguns modelos analíticos e empíricos que avaliam a resistência da interface de vigas compostas submetidas à flexão e comparar os resultados com ensaios experimentais de vigas compostas. Uma abordagem mais completa sobre o assunto pode ser encontrada em ARAUJO (1997).

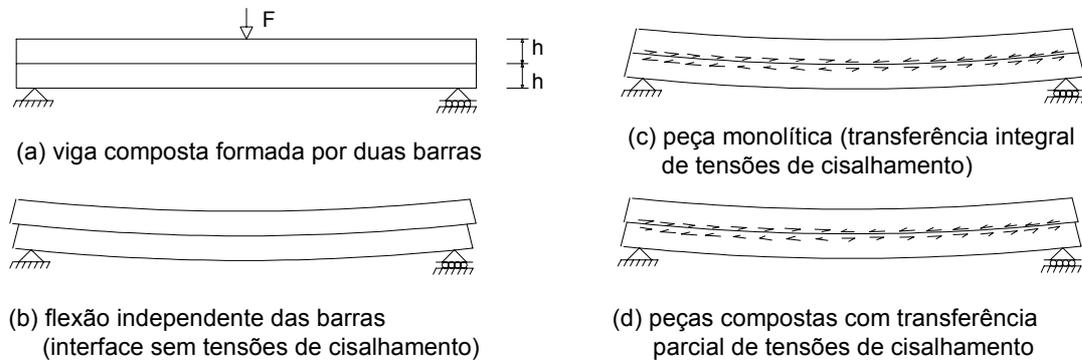


Figura 1 - Desenvolvimento de tensões de cisalhamento horizontal em vigas compostas

## 2 TRANSFERÊNCIA DE TENSÕES DE CISALHAMENTO EM INTERFACES DE CONCRETO

### 2.1 Descrição do fenômeno

Quando tensões de cisalhamento são transferidas ao longo de uma junta de concreto, ocorre uma tendência de deslizamento entre as duas partes que resulta num movimento de translação entre elas (Figura 2). Esta junta pode ser formada pela ligação entre uma peça pré-moldada com concreto moldado no local ou pela ruptura de uma peça monolítica para formação de um plano de cisalhamento. Se a superfície da interface é rugosa, o movimento de translação é acompanhado de um afastamento entre as peças, e os esforços são transmitidos através da superfície de contato e pela armadura transversal à interface.

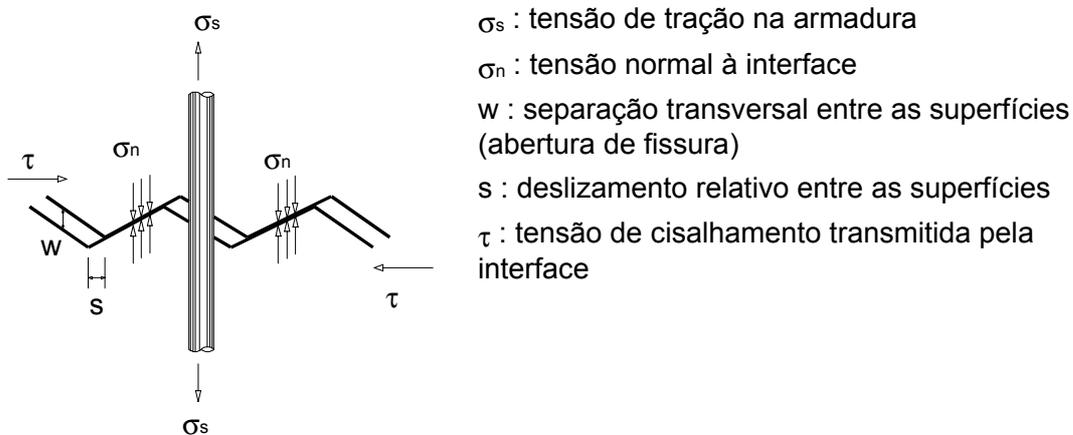


Figura 2 - Esquema de transferência de esforços de cisalhamento numa interface de concreto

A transferência de esforços pela superfície de contato pode ser dividida em três parcelas:

- a) Transferência por aderência: para baixas solicitações, os esforços são resistidos pela adesão entre as partículas internas do aglomerante. Esse fenômeno, isoladamente, não é suficiente para uma boa transferência pois é destruído no caso de pequenos deslocamentos.
- b) Transferência por atrito: uma vez rompida a aderência, para o menor deslizamento relativo, aparece uma resistência por atrito entre as superfícies em contato, desde que existam tensões normais à interface. Essas tensões podem surgir pela aplicação de forças externas ou pela reação da armadura normal à interface quando é solicitada à tração. Esta parcela de resistência possui um importante papel na transferência dos esforços de cisalhamento após rompida a aderência entre as partes em contato, sendo diretamente influenciada pela rugosidade da superfície.
- c) Transferência por ação mecânica: em superfícies rugosas ocorre um engrenamento entre os agregados fixados em lados opostos da interface, os quais são solicitados ao corte quando ocorre o deslizamento relativo entre as duas superfícies.

A armadura transversal à interface contribui na transferência de esforços de cisalhamento por:

- d) Efeito de pino: o deslizamento relativo entre as duas superfícies tende a “cortar” a armadura transversal à interface, a qual fornece uma parcela de resistência que é somada à resistência fornecida pela superfície de contato.
- e) Tensão normal à interface: se a superfície de contato for rugosa, junto com o deslizamento relativo entre as partes haverá um afastamento entre elas que tenderá a alongar a armadura. Esta por sua vez reage e aplica uma tensão normal à interface que aumentará a resistência por atrito entre as superfícies em contato.

## 2.2 Modelo analítico de Tassios e Vintzeleou

Um extensivo estudo baseado em ensaios experimentais foi desenvolvido na National Technical University, em Atenas, com o objetivo de definir um modelo que simulasse o mecanismo de transferência de tensões de cisalhamento (TSOUKANTAS; TASSIOS (1989) e TASSIOS; VINTZELEOU (1990)). Este modelo baseado na transferência de esforços pelo atrito entre as superfícies em contato e pela ação de pino da armadura transversal. A resistência devido ao atrito entre as superfícies em contato é avaliada, conhecendo-se o deslizamento relativo entre as duas partes ( $s$ ) e a tensão normal à interface ( $\sigma_n$ ), por:

$$\tau = 0,5 \cdot \sqrt[3]{f_c^2 \cdot \sigma_n \cdot \frac{s}{s_u}} \leq 0,44 \cdot \sqrt[3]{f_c^2 \cdot \sigma_n} \quad (\text{MPa}) \quad , s_u \cong 2 \text{ mm} \quad (1)$$

Nesta expressão, a tensão normal é garantida por forças externas atuando sobre a interface. Entretanto, se existir uma armadura atravessando a interface, a tensão normal necessária para garantir a transferência de esforços por atrito pode ser garantida por esta armadura. Neste caso, a relação força de arrancamento-alongamento da barra pode ser obtida conhecendo-se a distribuição de tensões axiais e de tensões de aderência entre a barra e a região de concreto (Figura 3). Do equilíbrio entre a força externa e as tensões de aderência obtêm-se:

$$\ell_b = \sqrt{\frac{\Delta l \cdot E_s \cdot \Phi_s}{3,5 \cdot f_t}} \text{ e } \Delta l = \frac{w}{2} \quad (2)$$

$$\sigma_s = 7 \cdot \frac{\ell_b}{\Phi_s} \cdot f_t \leq f_y \quad (3)$$

$$\sigma_n = \rho \cdot \sigma_s \quad (4)$$

sendo as unidades em mm e MPa,  $\ell_b$  o comprimento sobre o qual são desenvolvidas as tensões de aderência necessárias para transferência de esforços da barra para o concreto,  $\Delta l$  o alongamento total da barra,  $\rho$  a taxa geométrica de armadura normal à interface e  $w$  a abertura das fissuras avaliada, para superfícies rugosas, por:

$$w = 0,6 \cdot s^{\frac{2}{3}} \leq 1,4 \text{ mm} \quad (5)$$

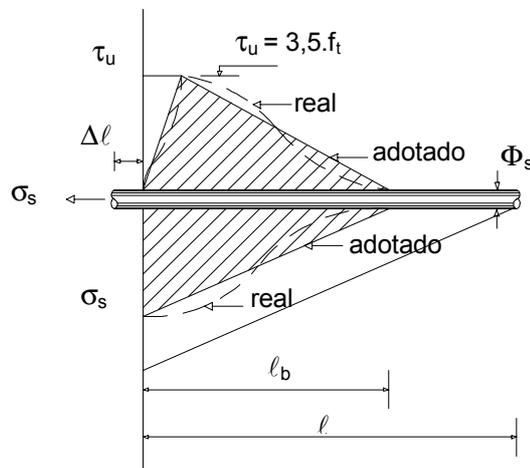


Figura 3 - Tensões de aderência e tensões de tração em uma barra imersa numa região de concreto

A resistência devido à ação de pino da armadura ( $R_s$ ), em função do deslizamento relativo ( $s$ ), é avaliada por:

$$s_s \leq 0,1s_{s,u}, R_s = 5 \cdot \frac{R_{s,u}}{s_{s,u}} \cdot s_s \quad (\text{N}) \quad (6.a)$$

$$0,1s_{s,u} \leq s_s \leq s_{s,u}, s_s = 0,10 + 1,15 \cdot \left[ \left( \frac{R_s}{R_{s,u}} \right)^4 - 0,5 \cdot \left( \frac{R_s}{R_{s,u}} \right)^3 \right] \cdot s_{s,u} \quad (6.b)$$

sendo:

$$s_s = \frac{s}{2} \text{ e } s_{s,u} = 0,05 \Phi_s \quad (\text{mm})$$

$$R_{s,u} = 1,3 \cdot \Phi_s^2 \cdot \sqrt{f_c \cdot f_y \cdot (1 - \xi^2)} \quad (\text{N}) \text{ e } \xi = \frac{\sigma_s}{f_y}$$

A resistência ao cisalhamento da interface é obtida pela soma das parcelas de resistência devido ao atrito e à ação de pino da armadura transversal à interface. Conhecido o valor do deslizamento da interface é possível calcular o valor da abertura das fissuras utilizando a eq.(5). A armadura transversal é, então, tracionada e aplica uma força normal à interface. Essa força pode ser calculada pela eq.(2) e pela eq.(3), onde  $\Delta$  deve ser tomado igual à metade do valor da abertura das fissuras. Utilizando a eq.(1) calcula-se a resistência por atrito da interface sujeita à tensão normal constante  $\sigma_n$ . A resistência devido à ação de pino da armadura é calculada pela eq.(6), sendo somada à resistência por atrito para fornecer a resistência final da interface ao cisalhamento para um dado valor de deslizamento. Variando este valor, obtém-se a curva que relaciona o deslizamento da interface com a resistência ao cisalhamento. Essa curva possui um ponto de máximo que fornece a resistência última da interface de concreto.

### 2.3 Modelo analítico de Hsu, Mau e Chen

Existem, basicamente, dois comportamentos distintos para os problemas de transferência de tensões de cisalhamento: transferência através de um plano previamente fissurado e através de um plano não fissurado. O comportamento para o primeiro caso é determinado pela relação entre tensão de cisalhamento e deslizamento do plano fissurado. O engrenamento dos agregados, a ação de pino e a tensão normal ao plano de cisalhamento afetam a resistência da interface. A ruptura ocorre ao longo da fissura existente com pequeno ou nenhum aumento da abertura exceto quando há grande porcentagem de armadura atravessando a interface. A resistência final da interface é avaliada pela teoria atrito-cisalhamento.

Por outro lado, a ruptura por cisalhamento em um plano não fissurado ocorre pela formação de inúmeras fissuras inclinadas em relação ao plano de cisalhamento (Figura 4). Neste caso, a ruptura ocorre pelo esmagamento das bielas comprimidas de concreto formadas, aproximadamente, paralelas às fissuras. A compressão nas bielas e a tração nas armaduras paralelas e normais ao plano de cisalhamento formam uma treliça que resiste às forças aplicadas no plano de cisalhamento.

A transferência de esforços de cisalhamento através de um plano não fissurado foi estudado por Hsu, Mau e Chen (HSU, et al. (1987)) que sugeriram um procedimento para o traçado da curva tensão-deformação no plano de cisalhamento. Eles sugeriram um modelo baseado na teoria de biela e tirante para representar as fissuras e também adotaram uma curva tensão-deformação para o concreto das bielas comprimidas que apresentava um ramo descendente depois de atingido a resistência máxima do concreto. Foi definida uma região crítica, ao longo do plano de cisalhamento, onde a distribuição de tensões foi considerada aproximadamente uniforme após a formação das fissuras, e foram deduzidas equações para representar a relação tensão-deformação dessa região.

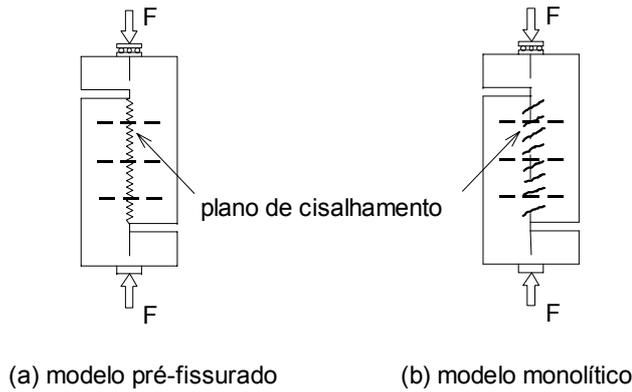


Figura 4 - Forma de ruptura de modelos usados em ensaios de cisalhamento direto

### 2.3.1 Equações básicas

- Equação de equilíbrio

Seja um elemento de concreto com armadura nas duas direções ortogonais  $x$  e  $y$  (Figura 5). Ele está submetido a tensões normais ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) e tensões de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ) constantes ao longo de cada plano. Após a fissuração, surgem várias bielas comprimidas e inclinadas de um ângulo  $\alpha$  que, junto com a armadura, formam uma treliça resistente aos esforços de cisalhamento. Esta direção é assumida como a direção da tensão principal de compressão no concreto ( $\sigma_c$ ), sendo a direção da tensão principal de tração ( $\sigma_t$ ) ortogonal a ela. As tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , atuantes no elemento de concreto armado, são resistidas pelo concreto e pela armadura, sendo que as tensões atuantes apenas no concreto são designadas por  $\sigma_{x,c}$ ,  $\sigma_{y,c}$  e  $\tau_{xy,c}$ . Elas podem ser escritas em função das tensões principais através de uma transformação de coordenadas, ou seja:

$$\sigma_{x,c} = \sigma_c \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_t \cdot \sin^2 \alpha \quad (7.a)$$

$$\sigma_{y,c} = \sigma_c \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_t \cdot \cos^2 \alpha \quad (7.b)$$

$$\tau_{xy,c} = (\sigma_c - \sigma_t) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (7.c)$$

Sabendo-se que a armadura resiste apenas às tensões normais, a tensão total no elemento de concreto armado vale:

$$\sigma_x = \sigma_c \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_t \cdot \sin^2 \alpha + \rho_x \cdot f_{s,x} \quad (8.a)$$

$$\sigma_y = \sigma_c \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_t \cdot \cos^2 \alpha + \rho_y \cdot f_{s,y} \quad (8.b)$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_c - \sigma_t) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (8.c)$$

onde  $f_{s,x}$  e  $f_{s,y}$  são tensões na armadura nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente.

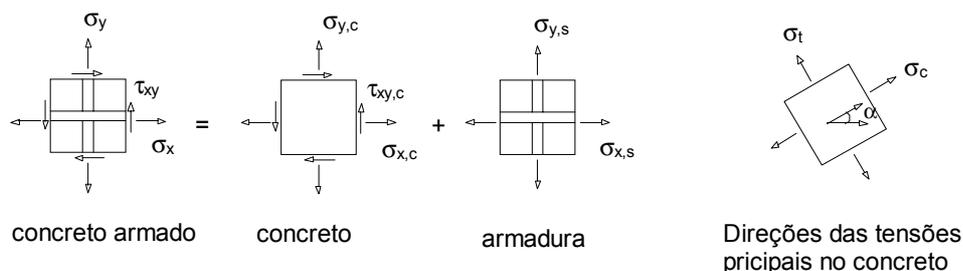


Figura 5 - Tensões em um elemento de concreto armado

## - Equação de compatibilidade

Assumindo que as deformações são uniformemente distribuídas no elemento de concreto, elas podem ser avaliadas pelas seguintes equações:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_c \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_t \cdot \sin^2 \alpha \quad (9.a)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c \cdot \sin^2 \alpha + \varepsilon_t \cdot \cos^2 \alpha \quad (9.b)$$

$$\gamma_{xy} = 2 (\varepsilon_c - \varepsilon_t) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (9.c)$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$  : deformações normais nas direções x e y respectivamente;

$\gamma_{xy}$  : deformação angular;

$\varepsilon_c, \varepsilon_t$  : deformações principais de compressão e tração respectivamente.

## - Equação constitutiva

A relação tensão-deformação nas bielas comprimidas de concreto é representada pelas seguintes equações (Figura 6):

ramo ascendente

$$\sigma_c = -f_c \cdot \left[ 2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \lambda \cdot \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{se } |\varepsilon_c| \leq \left| \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \right| \quad (10.a)$$

ramo descendente

$$\sigma_c = -\frac{f_c}{\lambda} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\lambda}}{2 - \frac{1}{\lambda}} \right)^2 \right] \quad \text{se } |\varepsilon_c| > \left| \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \right| \quad (10.b)$$

sendo  $\frac{\varepsilon_0}{\lambda}$  a deformação correspondente à máxima tensão de compressão na biela de concreto e  $\varepsilon_0 = -0,002$  a deformação correspondente à resistência a compressão do concreto ( $f_c$ ) medida em corpos-de-prova cilíndricos. O coeficiente  $\lambda$  é definido para

avaliar o fenômeno de encruamento negativo (“softening”) do concreto, sendo expresso por:

$$\lambda = \sqrt{0,7 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_c}} \quad (11)$$

A relação tensão-deformação do concreto submetido à tração é mostrada na Figura 6(b), sendo representada pelas seguintes equações:

$$\sigma_t = E_c \cdot \varepsilon_t \quad \text{se } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (12.a)$$

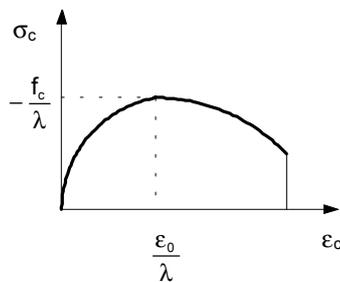
$$\sigma_t = \frac{f_t}{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{cr}}{0,005}}} \quad \text{se } \varepsilon_t > \varepsilon_{cr} \quad (12.b)$$

$$E_c = -\frac{2 \cdot f_c}{\varepsilon_0} : \text{módulo de elasticidade do concreto}$$

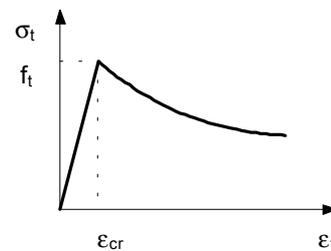
$$f_t = 0,331 \cdot \sqrt{f_c} : \text{resistência à de tração do concreto (MPa)}$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_t}{E_c} : \text{deformação correspondente à tensão que inicia a fissuração do concreto}$$

Nas expressões anteriores a tensão e a deformação de tração são tomadas com sinal positivo enquanto a tensão e a deformação de compressão são tomadas com sinal negativo. Vale ressaltar que estas relações representam o comportamento das bielas de concreto num estado plano de tensões, nada tendo haver com a relação tensão - deformação do concreto obtida através de corpos-de-prova cilíndricos.



(a) curva tensão de compressão-deformação



(b) curva tensão de tração-deformação

Figura 6 - Relação tensão - deformação do concreto

### 2.3.2 Procedimento de resolução

Seja o modelo para ensaio de cisalhamento direto com plano de cisalhamento não pré-fissurado mostrado na Figura 7. Assumindo que as tensões normais ao plano de cisalhamento devido às ações externas sejam conhecidas, as outras tensões podem ser obtidas em função da força F por:

$$\sigma_y = K_\sigma \frac{F}{b \cdot h} \quad (13.a)$$

$$\tau_{xy} = K_{\tau} \frac{F}{b \cdot \ell} \quad (13.b)$$

$K_{\sigma}$  : coeficiente para avaliação da distribuição não uniforme de  $\sigma_y$ ;

$K_{\tau}$  : coeficiente para avaliação da distribuição não uniforme de  $\tau_{xy}$ ;

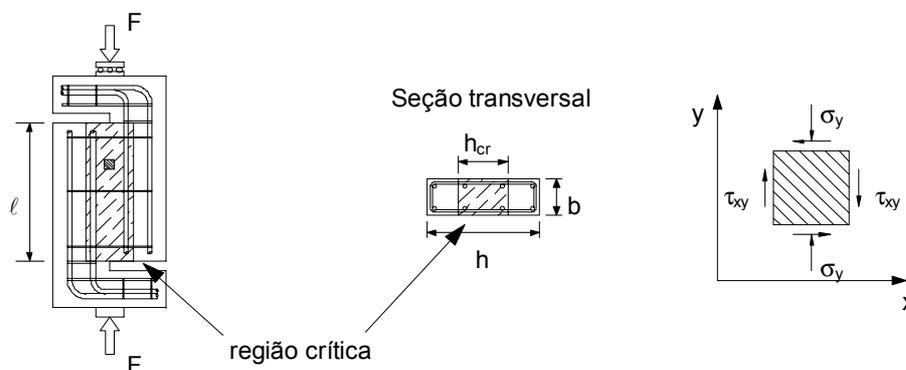


Figura 7 - Modelo para ensaio de cisalhamento direto

Se as tensões forem uniformemente distribuídas ao longo da peça, os coeficientes  $K_{\sigma}$  e  $K_{\tau}$  são iguais à unidade. Combinando a eq.(13.a) e a eq.(13.b), obtêm-se uma relação entre  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  :

$$\sigma_y = K \cdot \tau_{xy} \quad , \quad K = \frac{\ell}{h} \quad (14)$$

Segundo a teoria da elasticidade, as tensões não são uniformes na região crítica do modelo da Figura 7. Antes da fissuração do concreto a tensão  $\tau_{xy}$  é maior próxima às extremidades onde há uma concentração de tensões devido à aplicação da força concentrada. De igual forma a tensão  $\sigma_y$  também é maior nas extremidades enquanto a tensão normal ao plano de cisalhamento  $\sigma_x$  é muito pequena, podendo ser desconsiderada. Com o aumento do carregamento ocorre a formação de fissuras inclinadas na região próxima ao plano de cisalhamento (região crítica). Nessa região, a intensa fissuração do concreto possibilita a redistribuição das tensões  $\sigma_x$  ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  ao longo do plano de cisalhamento, diminuindo sua rigidez em comparação com outras partes da peça. Dessa forma, as tensões podem ser consideradas uniformes na região crítica e a teoria exposta pode ser aplicada.

Vale lembrar que este modelo é válido para regiões fissuradas, não representando bem o comportamento da região antes de ocorrer a fissuração do concreto. Logo, apresenta boa aproximação para avaliação da tensão resistente em planos de cisalhamento depois de ocorrido a fissuração do concreto.

Combinando as equações já definidas e lembrando que  $f_{s,x}$  e  $f_{s,y}$  são iguais à  $f_y$  quando a armadura atinge a deformação de escoamento ( $\epsilon_{y,s}$ ), obtêm-se das eq.(8) e eq.(9):

$$\epsilon_x \geq \epsilon_{y,s} \quad \sigma_x = \sigma_c \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_t \cdot \sin^2 \alpha + \rho_x \cdot f_y \quad (15.a)$$

$$\epsilon_x < \epsilon_{y,s} \quad \sigma_x = \sigma_c \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_t \cdot \sin^2 \alpha + \rho_x \cdot E_s \cdot (\epsilon_c \cdot \cos^2 \alpha + \epsilon_t \cdot \sin^2 \alpha) \quad (15.b)$$

Combinando a eq.(8.b) e eq.(8.c) com a eq.(14), obtém-se:

$$K.(\sigma_c - \sigma_t). \text{sen } \alpha. \cos \alpha = \sigma_c. \text{sen}^2 \alpha + \sigma_t. \cos^2 \alpha + \rho_y. f_{s,y} \quad (16)$$

Substituindo o valor de  $f_{s,y}$  e utilizando a eq.(9.b), tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_y \geq \varepsilon_{y,s} \quad K.(\sigma_c - \sigma_t). \text{sen } \alpha. \cos \alpha = \\ = \sigma_c. \text{sen}^2 \alpha + \sigma_t. \cos^2 \alpha + \rho_y. f_y \end{aligned} \quad (17.a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y < \varepsilon_{y,s} \quad K.(\sigma_c - \sigma_t). \text{sen } \alpha. \cos \alpha = \\ = \sigma_c. \text{sen}^2 \alpha + \sigma_t. \cos^2 \alpha + \rho_y. E_s. (\varepsilon_c. \text{sen}^2 \alpha + \varepsilon_t. \cos^2 \alpha) \end{aligned} \quad (17.b)$$

A eq.(15.a), a eq.(15.b), a eq.(17.a) e a eq.(17.b) são escritas em função de 6 variáveis. Adotando um valor para  $\varepsilon_c$ , as outras variáveis  $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$ ,  $\varepsilon_t$ ,  $\alpha$  e  $\lambda$  podem ser obtidas da eq.(10), eq.(11), eq.(12), eq.(15) e eq.(17). A variável  $\varepsilon_c$  foi escolhida porque se espera que a deformação das bielas aumente com o acréscimo do carregamento.

Um procedimento iterativo para resolução simultânea das cinco equações não lineares é o seguinte:

1. Adotar um valor (negativo) para  $\varepsilon_c$
2. Adotar um valor (positivo) para  $\sigma_t$
3. Calcular  $\varepsilon_t$  pela curva tensão-deformação do concreto

$$\varepsilon_t \geq \varepsilon_{cr} \quad \varepsilon_t = \left[ 0,005 \left( \frac{f_t}{\sigma_t} - 1 \right)^2 + \varepsilon_{cr} \right]$$

$$\varepsilon_t < \varepsilon_{cr} \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_c}$$

4. Calcular  $\lambda$

$$\lambda = \sqrt{0,7 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_c}}$$

5. Calcular  $\sigma_c$

$$|\varepsilon_c| \leq \left| \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \right| \quad \sigma_c = -f_c \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \lambda \cdot \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

$$|\varepsilon_c| > \left| \frac{\varepsilon_0}{\lambda} \right| \quad \sigma_c = -\frac{f_c}{\lambda} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\lambda}}{2 - \frac{1}{\lambda}} \right)^2 \right]$$

6. Calcular  $\alpha$ 

$$\varepsilon_x \geq \varepsilon_{y,s} \quad \cos^2 \alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_t - \rho_x \cdot f_y}{\sigma_c - \sigma_t}$$

$$\varepsilon_x < \varepsilon_{y,s} \quad \cos^2 \alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_t - \rho_x \cdot E_s \cdot \varepsilon_t}{\sigma_c - \sigma_t + \rho_x \cdot E_s \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_t)}$$

7. Calcular  $\sigma_t$ 

$$\varepsilon_y \geq \varepsilon_{y,s} \quad \sigma_t = \frac{\sigma_c \cdot (K \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin^2 \alpha) - \rho_y \cdot f_y}{K \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\varepsilon_y < \varepsilon_{y,s} \quad \sigma_t = \frac{\sigma_c \cdot (K \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin^2 \alpha) - \rho_y \cdot E_s \cdot (\varepsilon_c \cdot \sin^2 \alpha + \varepsilon_t \cdot \cos^2 \alpha)}{K \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$$

8. Se o valor calculado para  $\sigma_t$  estiver próximo do valor inicialmente adotado,  $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$ ,  $\varepsilon_t$ ,  $\alpha$  e  $\lambda$  são a solução para o valor de  $\varepsilon_c$  adotado. Caso contrário, deve-se adotar outro valor para  $\sigma_t$  e repetir os passos de 2 a 7.
9. Adotar um novo valor para  $\varepsilon_c$  e repetir os passos de 1 a 8.
10. Os valores de  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  e  $\gamma_{xy}$  podem ser calculados pela eq.(8.b), eq.(8.c) e eq.(9.c), respectivamente, para cada valor de  $\varepsilon_c$  adotado.

A tensão de cisalhamento última resistente ( $\tau_u$ ) pode ser obtida do ponto de máximo absoluto da curva que relaciona  $\tau_{xy}$  com  $\gamma_{xy}$ .

## 2.4 Modelos empíricos

Vários pesquisadores sugeriram modelos empíricos para a avaliação da transferência de esforços de cisalhamento em juntas de concreto. Estas expressões foram obtidas, na sua maioria, de ensaios de cisalhamento direto e algumas de ensaios em vigas compostas submetidas à flexão. Um estudo detalhado sobre a aplicação destes modelos pode ser encontrado em ARAUJO (1997). A seguir apresentam-se alguns modelos que melhor representam o comportamento da interface de vigas compostas submetidas à flexão.

- J. Walraven, J. Fréney e A. Puijssers [WALRAVEN, et al. (1987)]

Uma extensiva análise estatística foi realizada pelos autores em 88 ensaios de cisalhamento direto com interfaces pré-fissuradas sendo sugerida a seguinte equação para avaliação da resistência ao cisalhamento da interface:

$$\tau_u = C_1 \cdot (\rho \cdot f_y)^{C_2} \quad (\text{MPa}) \quad (18)$$

sendo  $C_1 = 0,878 \cdot f_c^{0,406}$  e  $C_2 = 0,167 \cdot f_c^{0,303}$

- A.H. Mattock [MATTOCK (1988)]

Comentando sobre o artigo de Walraven, et al., Mattock sugeriu a equação:

$$\tau_u = 0,467 f_c^{0,545} + 0,8 \cdot (\rho \cdot f_y + \sigma_n) \leq 0,3 \cdot f_c \quad (\text{MPa}) \quad (19)$$

O primeiro termo representa a resistência devido à coesão e o segundo termo a resistência devido ao atrito entre os agregados.

- S.T.Mau e T.T.C. Hsu [MAU; HSU (1988)]

Comentando sobre o artigo de Walraven, et al., os autores sugeriram a equação:

$$\frac{\tau_u}{f_c} = 0,66 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot f_y}{f_c}} < 0,3 \quad (20)$$

- A.K. Patnaik [PATNAIK (1992)]

Baseado em resultados de ensaios em 16 vigas compostas biapoiadas, Patnaik sugeriu a seguinte equação para avaliação da resistência ao cisalhamento da interface:

$$\tau_u = 0,6 \cdot \sqrt{(0,1 + \rho \cdot f_y) \cdot f_c} \leq 0,25 \cdot f_c \quad (\text{MPa}) \quad (21)$$

sendo  $f_y \leq 440$  MPa. Esta equação é válida para concretos moldados em idades diferentes e interface rugosa. Ela possui uma parcela de resistência devido à coesão e outra devido ao atrito entre as superfícies em contato.

- A.H. Mattock [MATTOCK (1994)]

Comentando o trabalho de Patnaik, Mattock sugeriu que a resistência da interface não era proporcional a  $f_c^{0,5}$ , sugerindo a seguinte equação:

$$\tau_u = \frac{\sqrt{\rho \cdot f_y \cdot f_c^{0,73}}}{3,820} \leq 0,3 \cdot f_c \quad (\text{MPa}) \quad (22)$$

Esta equação foi formulada para peças monolíticas com plano de cisalhamento não pré-fissurado. Entretanto, pode ser aplicada às vigas compostas com concretos moldados em idades diferentes, tomando-se para  $f_c$  a média entre a resistência dos concretos em contato.

### 3 COMPARAÇÃO DOS MODELOS COM RESULTADOS DE ENSAIOS EXPERIMENTAIS DISPONÍVEIS NA LITERATURA

Os modelos analíticos e empíricos foram aplicados às vigas compostas ensaiadas por Patnaik (PATNAIK (1992)) com o objetivo de verificar a eficiência destes modelos na avaliação da resistência da interface de vigas compostas submetidas à flexão. Patnaik ensaiou 16 vigas biapoiadas de seção T com força concentrada no meio do vão (Figura 8). As variáveis estudadas foram a resistência à compressão do concreto e a porcentagem de armadura transversal à interface. A superfície da interface era rugosa, sendo obtida naturalmente pela exposição dos agregados graúdos. Na tabela 1 são mostradas as principais características das vigas ensaiadas e a resistência última obtida dos ensaios.

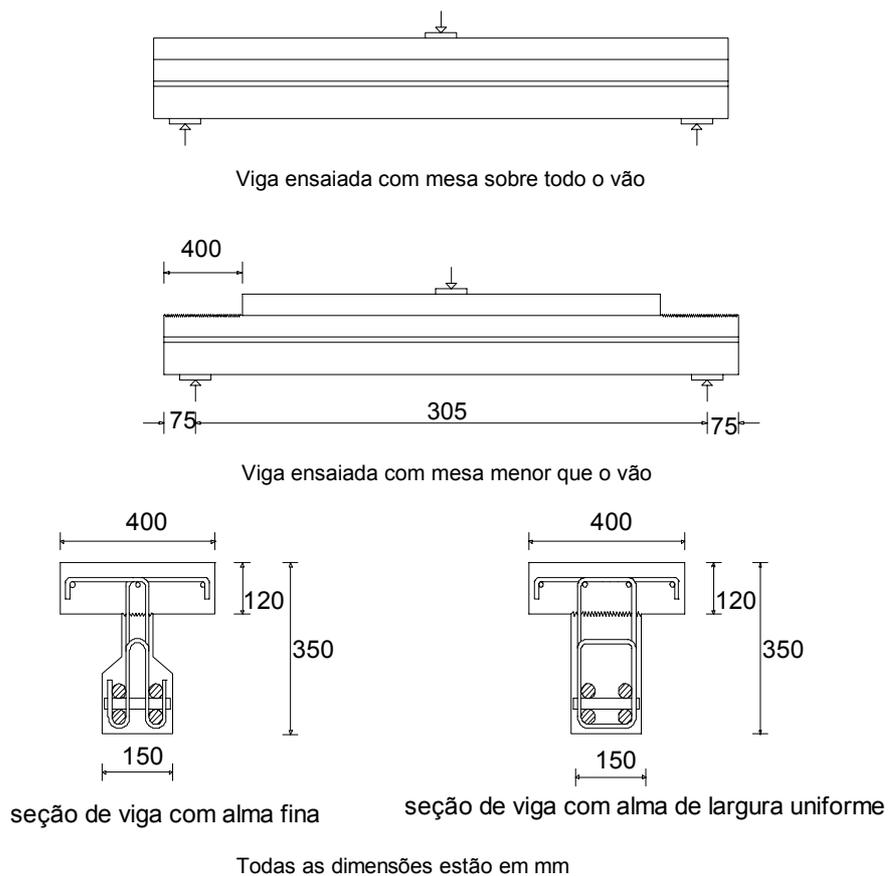


Figura 8 - Detalhes das vigas ensaiadas por Patnaik (PATNAIK (1992))

Tabela 1 - Principais características das vigas ensaiadas por Patnaik e resultados obtidos

Viga	Resistência do concreto ( $f_c$ ) MPa		tensão normal à interface ( $\rho \cdot f_y$ ) MPa	Resistência ao cisalhamento horizontal na ruptura ( $\tau$ ) Mpa
	Alma	Mesa		
8	38,0	35,6	0,77	3,12
10	37,6	38,7	0,77	3,46
6	40,4	37,1	1,62	5,25
9	37,6	37,1	1,62	4,64
5	42,6	34,8	1,63	5,54
2	39,2	34,9	1,66	4,27
3	40,2	30,5	2,73	6,82
1	42,7	37,4	4,36	7,76
7	38,0	35,8	6,06	9,25
12	36,2	34,6	7,72	9,20

Na Figura 9 é feita a comparação entre os resultados obtidos pela aplicação dos modelos analíticos e empíricos com os resultados obtidos dos ensaios de Patnaik.

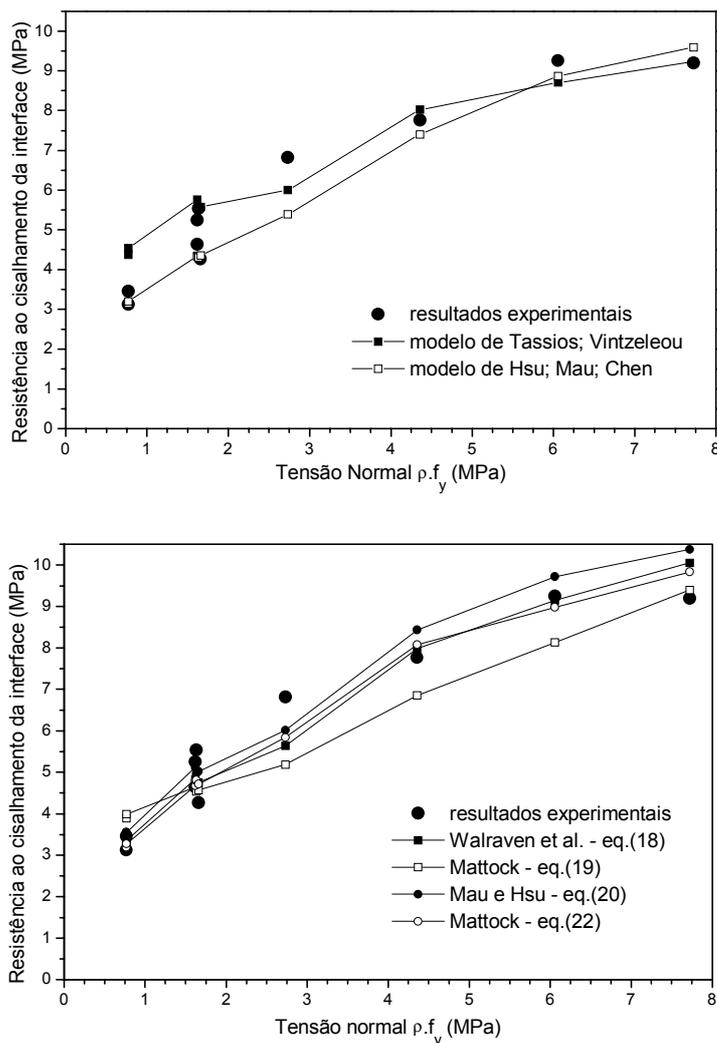


Figura 9 - Comparação entre os modelos analíticos e empíricos e os resultados de ensaios experimentais

Destes gráficos observa-se que há uma boa aproximação entre os resultados fornecidos pelos modelos analíticos e os resultados dos ensaios. Contudo, há uma maior divergência para baixos valores de tensão normal (ou baixa taxa de armadura), o que pode ser explicado pelo fato dos modelos não incluírem em suas expressões uma parcela de resistência devido à aderência, a qual é mais importante em baixas taxas de armadura do que em altas taxas de armadura.

Os deslizamentos relativos da interface previstos pelo modelo de Tassios e Vintzeleou não estão de acordo com os resultados obtidos dos ensaios. Entretanto, o modelo mostrou que a armadura atinge a resistência de escoamento quando o deslizamento está próximo de 0,5 mm. Neste instante, a resistência fornecida pelo modelo é inferior à dos ensaios, contudo, calculando a resistência correspondente ao deslizamento de 1,4 mm, obtém-se valores próximos aos obtidos por Patnaik na ruptura de vigas com interface rugosa.

O modelo de Hsu; Mau e Chen parece ser mais adequado para o tipo de viga ensaiada por Patnaik do que o modelo de Tassios e Vintzeleou, uma vez que fornece valores mais próximos dos resultados obtidos dos ensaios.

De forma semelhante aos modelos analíticos, os modelos empíricos apresentaram maior divergência em relação aos resultados dos ensaios quando as vigas possuíam baixo valor de tensão normal. O modelo de Mattock (eq.(19)) forneceu resultados mais próximos dos valores de ensaio com baixa taxa de armadura devido a existência da parcela de resistência por aderência em sua expressão. Este fato mais uma vez indica a importância da aderência quando a tensão normal à interface das vigas compostas é baixa, ou seja, a taxa de armadura transversal é baixa.

Os modelos analíticos não apresentam um limite máximo para a resistência ao cisalhamento, fornecendo valores superiores aos obtidos dos ensaios quando as vigas possuem altas taxas de armadura. A maioria dos modelos empíricos propõe um limite de  $0,3.f_c$  para a resistência da interface. Contudo, como pode ser observado da Figura 9, este limite parece ser elevado. O limite proposto pela FIP (1982) de  $0,25.f_c$  parece mais razoável uma vez que coincide com o limite máximo observado nos ensaios.

## 4 PROGRAMA EXPERIMENTAL DESENVOLVIDO

Foram ensaiadas três vigas compostas, semelhantes às vigas ensaiadas por Patnaik, no laboratório de estruturas da EESC-USP. O objetivo destes ensaios foi obter resultados próprios que proporcionassem uma maior sensibilidade na análise dos resultados experimentais disponíveis na literatura. Nessas vigas foi variada a forma da armadura transversal à interface de modo a observar a influência do arranjo da armadura na resistência da interface das vigas aos esforços de cisalhamento horizontal. Na tabela 2 são apresentados um resumo das principais características das vigas ensaiadas e as variáveis estudadas.

### 4.1 Armadura das vigas

As vigas foram dimensionadas de forma que a ruptura ocorresse na interface entre a mesa e a alma. Desta forma, tanto a armadura para resistir ao momento fletor quanto a armadura para resistir ao esforço cortante foram dimensionadas para resistir a duas vezes a força estimada para ruptura por cisalhamento da interface. Na Figura 10 é mostrado o detalhamento da armadura das vigas ensaiadas. Foram empregadas três formas de armadura de costura da interface: armadura em forma de estribo fechado (viga 1), em forma de estribo aberto com largura igual à largura dos estribos da alma (viga 2) e em forma de estribo aberto com largura reduzida (viga 3). A largura do estribo foi reduzida para simular as características da ligação entre vigas pré-moldadas e laje moldada no local com a utilização de pré-lajes como fôrma, onde a largura da interface é reduzida devido à região de apoio das pré-lajes.

Tabela 2 - Resumo das principais características das vigas ensaiadas e variáveis estudadas

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Seção Transversal			
Armadura longitudinal	4 $\Phi$ 25 mm		
Aço	CA 50 ( $f_y = 650$ MPa)		
Resistência do concreto da alma	48,60 MPa	42,84 MPa	44,09 MPa
Resistência do concreto da mesa	39,80 MPa	41,50 MPa	41,67 MPa
Forma de carregamento			
Variáveis dos ensaios			
Armadura transversal na alma	$\Phi$ 8 mm c/ 10,5 e $\Phi$ 6,3 mm c/ 28	$\Phi$ 8 mm c/ 8.5	$\Phi$ 8 mm c/ 8.5
Armadura de costura atravessando a interface	 $\Phi$ 6,3mm c/ 28	 $\Phi$ 6,3mm c/ 28	 $\Phi$ 6,3mm c/ 28
Largura da interface	15 cm	15 cm	9 cm
Taxa de armadura transversal à interface	0,15 %	0,15 %	0,25 %

## 4.2 Moldagem das vigas

As vigas foram moldadas em duas etapas com a finalidade de simular o comportamento de estruturas compostas formadas por vigas pré-moldadas e laje moldada no local. Na primeira etapa, a alma da viga foi moldada em duas camadas, sendo que a última camada, de aproximadamente 3 cm, foi rapidamente vibrada de modo que os agregados graúdos ficassem expostos, obtendo-se assim uma superfície naturalmente rugosa. Após três dias procedeu-se a limpeza da superfície da interface com ar comprimido e aspirador para retirar impurezas e partículas soltas. Em seguida a superfície foi umedecida, tomando-se o cuidado de evitar que ficasse água livre, e efetuou-se a moldagem da mesa.

A viga 3 apresentou um detalhe na interface diferente das outras duas vigas. Após a concretagem da alma, uma faixa de aproximadamente 3 cm de largura de cada lado da superfície da alma foi alisada de forma que o agregado graúdo não ficasse exposto. Um dia antes da concretagem da mesa foi colada fita isolante nessa faixa para impedir a transferência de tensões de cisalhamento por aderência entre a mesa e a alma nessa região. Este detalhe foi empregado para simular a falta de aderência na superfície de contato entre as vigas pré-moldadas e as pré-lajes utilizadas em construções compostas.

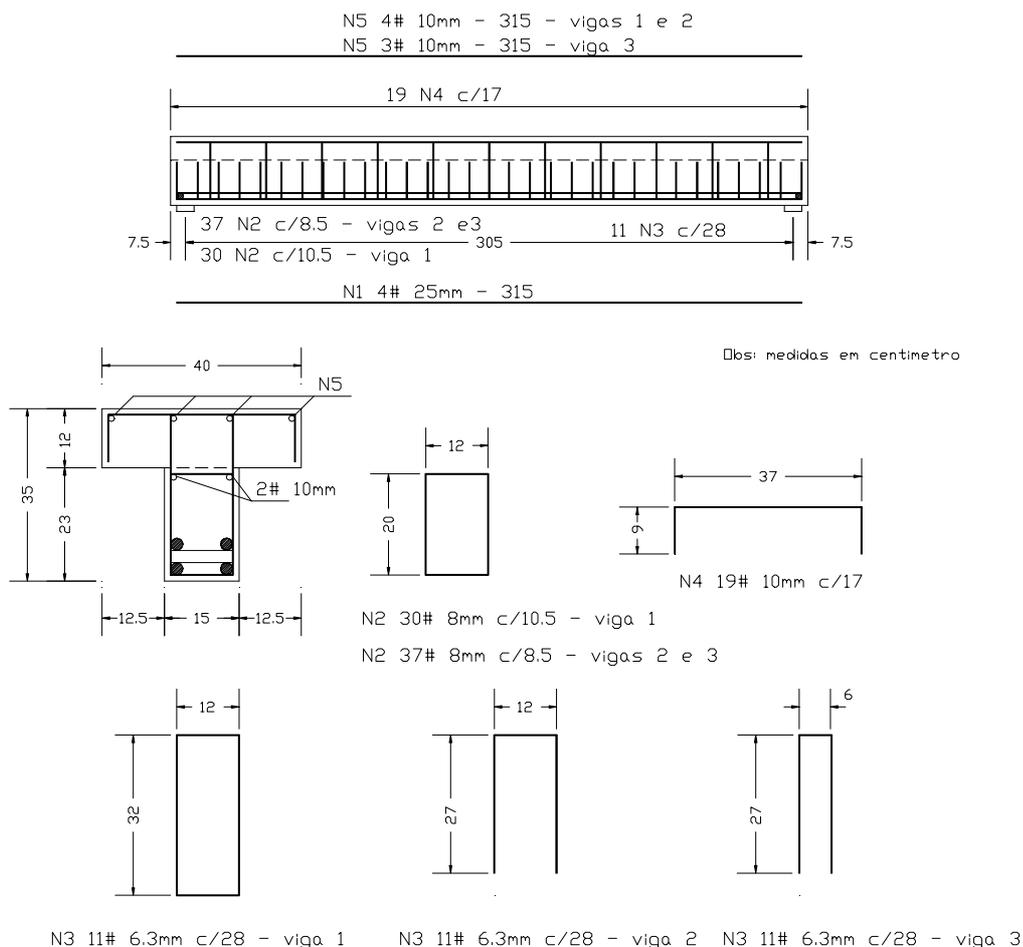


Figura 10 - Detalhe da armadura das vigas ensaiadas

### 4.3 Resultados dos ensaios

#### 4.3.1 Tensão de cisalhamento na interface

Nas vigas compostas submetidas à flexão a tensão de cisalhamento que atua na interface é obtida indiretamente. Normalmente mede-se o carregamento aplicado à viga e a partir daí estima-se a tensão na interface. Esta estimativa pode ser feita por três métodos:

- Equação elástica

$$\tau = \frac{V \cdot S}{I \cdot b} \quad (23)$$

Esta expressão é válida apenas para materiais no regime elástico linear, entretanto pode ser utilizada para o concreto fissurado. Neste caso, as propriedades geométricas da seção devem ser obtidas da seção fissurada desprezando a região tracionada do concreto.

- Equilíbrio de forças horizontais

A tensão na interface pode ser obtida calculando a resultante de compressão, ou de tração, na seção de momento fletor máximo. Esta força pode ser transferida

pela interface, através de tensões de cisalhamento horizontais, no trecho compreendido entre os pontos de momento fletor máximo e momento fletor nulo.

$$\tau = \frac{R_{cc2}}{b \cdot a_v} \leq \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot a_v} \quad (24)$$

$R_{cc2}$ : parcela da resultante de compressão aplicada na área de concreto moldado no local ( $A_{c2}$ ).

– Equação aproximada

A tensão na interface pode ser avaliada de forma aproximada por:

$$\tau = \frac{V}{0,9 \cdot b \cdot d} \quad (25)$$

Na tabela 3 são apresentadas as forças e as tensões de cisalhamento na interface calculadas na ruptura das vigas e para os deslizamentos relativos da interface iguais a 0,13 mm e 0,5 mm (tensões calculadas pela equação elástica). O valor de 0,13 mm para o deslizamento foi recomendado por Hanson para caracterizar a ruptura por cisalhamento de vigas compostas, enquanto o valor de 0,5 mm de deslizamento foi recomendado por Patnaik (PATNAIK (1992)). Também são apresentadas as resistências à compressão do concreto da mesa e a tensão normal à interface.

Na tabela 4 são apresentados os resultados da avaliação da tensão na interface pelas três expressões mostradas anteriormente. Observa-se que os resultados obtidos estão próximos devido ao esforço cortante ser constante ao longo do vão da viga. No restante da análise será utilizada a tensão obtida pela equação elástica (eq.(23)).

Tabela 3 - Tensões de cisalhamento na interface das vigas ensaiadas

Viga	$f_c$ (MPa)	$\rho \cdot f_y$ (MPa)	Força (kN)			Tensão de cisalhamento na interface - $\tau$ (MPa)		
			desliz. 0,13 mm	desliz. 0,5 mm	ruptura	desliz. 0,13 mm	desliz. 0,5 mm	ruptura
1	39,80	0,91	241,0	375,0	420,0	3,12	4,86	5,44
2	41,50	0,91	183,8	342,5	390,0	2,40	4,47	5,08
3	41,67	1,50	210,8	-	250,0	4,51	-	5,35

Tabela 4 - Avaliação da tensão de cisalhamento na interface por diferentes expressões

Viga	Força de ruptura (kN)	Tensão de cisalhamento na interface - $\tau$ (MPa)		
		Eq. elástica - eq.(23)	Eq. aproximada - eq.(25)	Equilíbrio de forças horizontais - eq.(24)
1	420	5,44	5,37	5,24
2	392	5,08	4,89	5,46
3	250	5,35	5,33	4,92

### 4.3.2 Configuração das fissuras e forma de ruptura das vigas

Para pequenos valores de força aplicada às vigas, surgiram fissuras de flexão no meio do vão. Com o aumento da força novas fissuras inclinadas surgiram afastadas do meio do vão e as já existentes aumentaram sua extensão. Continuando a aumentar a força, as fissuras mais próximas das extremidades da viga atingiram a interface e prolongaram-se ao longo do vão. A partir desse estágio de carregamento, a viga 3 apresentou comportamento diferente das vigas 1 e 2.

As vigas 1 e 2 apresentaram pouca fissuração na interface. Nessas vigas, a força correspondente ao início da fissuração na interface representou, aproximadamente, 58% da força de ruptura. O deslizamento relativo da interface ocorreu de forma igual em ambos os lados da viga, contudo, a ruptura aconteceu apenas em um dos lados pelo rápido acréscimo nos deslizamentos sem aumento da força aplicada. Na ruptura observou-se a formação de uma biela de compressão ligando a interface ao apoio. A fissuração da interface estendeu-se da biela de compressão até próximo à região de aplicação da força, sem alcançar o meio do vão. Na viga 2, do lado que houve a formação da biela de compressão, a fissura da interface estendeu-se até a extremidade, sem contudo causar grandes deslizamentos.

Na viga 3, a força correspondente ao início da fissuração na interface representou 88% da força de ruptura, sendo que este valor era próximo ao que provocou a fissuração nas vigas 1 e 2. Logo após o início da fissuração da interface, houve a ruptura brusca da aderência de um dos lados e um grande deslizamento entre a mesa e a alma. A partir desse estágio de carregamento, observou-se acréscimos no deslizamento relativo entre a mesa e a alma sem, contudo, observar-se acréscimos na força aplicada. A fissuração da interface estendeu-se da região próxima ao ponto de aplicação da força até a extremidade da viga, sendo que do outro lado do vão praticamente não houve fissuração. Não se observou grande fissuração da alma e também não se formou a biela de compressão observada nas vigas 1 e 2.

A ausência de formação da biela de compressão junto ao apoio da viga 3 talvez possa ser explicada pelo fato da largura da região de transferência de tensões de cisalhamento pela interface ser menor que a largura da alma, impossibilitando a transferência por arco das tensões de cisalhamento da interface ao apoio. Uma vez esgotada a resistência por aderência, os estribos não foram suficientes para absorver as forças horizontais, ocorrendo uma ruptura repentina e brusca da viga.

### 4.3.3 Deslizamento relativo da interface

Na Figura 11 é mostrado o deslizamento relativo típico da interface das vigas ensaiadas. As vigas 1 e 2 apresentaram uma ruptura dúctil devido à formação da biela de compressão enquanto a viga 3 apresentou uma ruptura frágil. Quando o deslizamento relativo da interface das vigas 1 e 2 atingiu, em algum ponto, o valor de 0,5 mm, a força aplicada representava, em média, 89% da força de ruptura das vigas.

Observou-se que até, aproximadamente, 2 MPa de tensão de cisalhamento na interface não ocorreram deslizamentos na interface das viga 1 e 2, sendo os esforços resistidos apenas pela aderência entre as superfícies de concreto. Acima desse nível de tensão iniciou-se a fissuração da interface na quarta parte do vão. A ruptura ocorreu de um lado do vão pelo grande deslizamento da interface, sendo observado deslizamentos de até 1 mm do outro lado do vão.

Na viga 3 não observou-se deslizamentos relativos até níveis de tensão de cisalhamento da interface próximos a 4 MPa. À partir desse valor ocorreram pequenos deslizamentos da ordem de 0,2 mm e, quando as fissuras da alma atingiram a interface, houve uma ruptura repentina e brusca. O deslizamento ocorreu de forma aproximadamente uniforme de um lado do vão e do outro lado observou-se pequena inversão no sentido do deslizamento. Ao contrário das vigas 1 e 2, do lado oposto ao que aconteceu a ruptura praticamente não ocorreram deslizamentos da interface.

Na Figura 12 é mostrado o máximo deslizamento relativo obtido durante os ensaios. Observa-se que nas vigas 1 e 2 o máximo deslizamento ocorreu na quarta parte do vão enquanto na viga 3 ocorreu na extremidade da viga. Esta diferença pode ser explicada pela formação da biela comprimida ligando o apoio à interface. Nesta região os deslizamentos da interface são acumulados apresentando seus valores máximos.

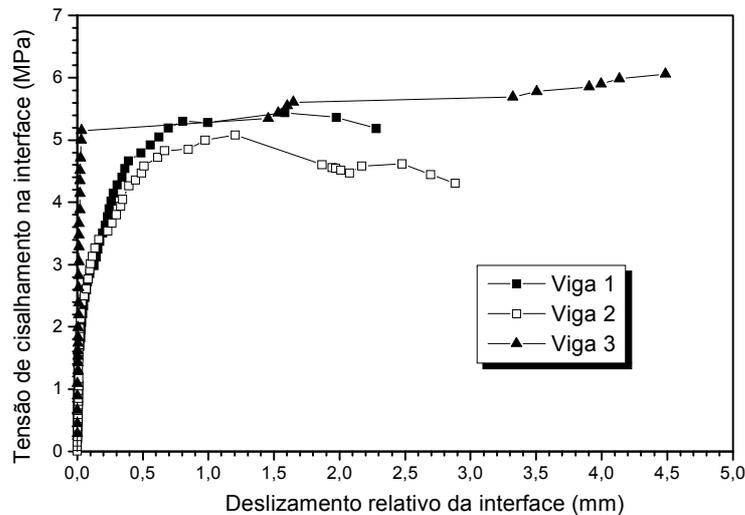


Figura 11 - Deslizamento relativo típico entre a mesa e a alma das vigas ensaiadas

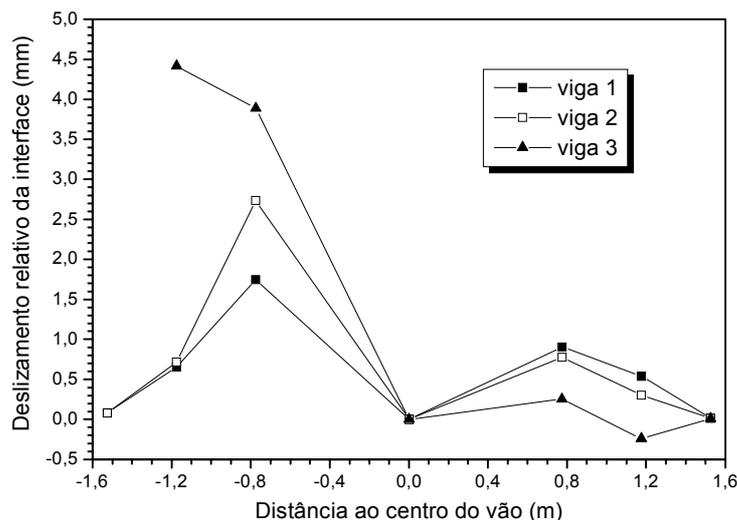


Figura 12 - Máximo deslizamento da interface nas vigas ensaiadas

#### 4.3.4 Deformações da armadura de costura da interface

Observou-se que nas vigas 1 e 2 a armadura atingiu a deformação relativa ao escoamento do aço para deslizamentos relativos da interface próximos de 0,5 mm, sendo que a armadura que estava localizada do lado que sofreu os maiores deslizamentos na ruptura atingiu a deformação de escoamento com menores deslizamentos. Na viga 3 a ruptura da interface ocorreu para deslizamentos inferiores a 0,5 mm, sendo que nesse instante a armadura transversal não havia alcançado a deformação de escoamento.

Na ruptura os estribos localizados próximos às extremidades não atingiram a deformação de escoamento. Esses resultados mostram que estes estribos são pouco solicitados devido à formação da biela de compressão ligando a interface ao apoio.

Na Figura 13 é mostrada a comparação da deformação da armadura de costura ao nível da interface entre as vigas ensaiadas. Parece razoável admitir que se não houvesse ocorrido a ruptura prematura da interface da viga 3 ela teria suportado maiores carregamentos, uma vez que no momento da ruptura o estribo transversal à interface não havia atingido a deformação de escoamento.

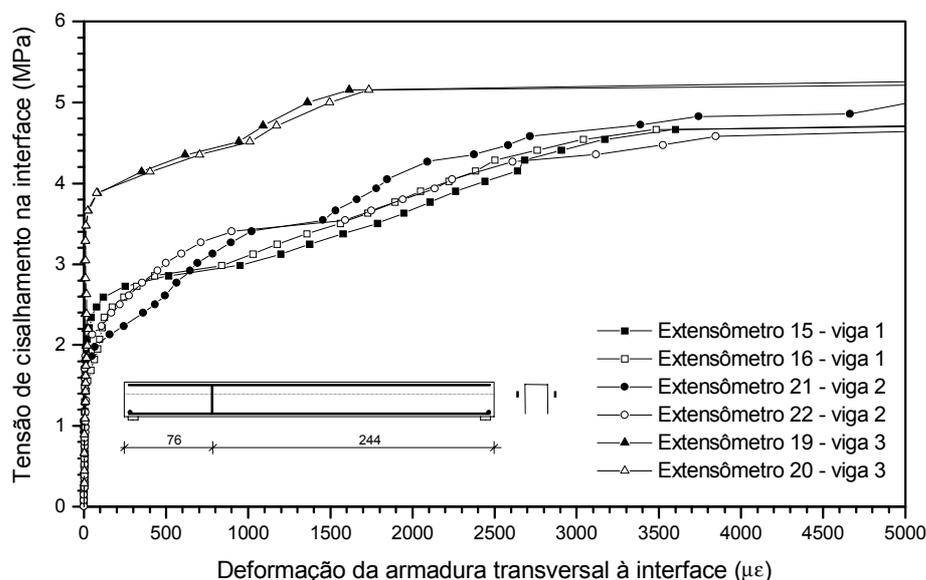


Figura 13 - Comparação, entre as vigas ensaiadas, da deformação da armadura de costura ao nível da interface

#### 4.4 Comparação entre os resultados dos ensaios e os modelos analíticos e empíricos

Os modelos analíticos e empíricos foram aplicados às vigas ensaiadas neste trabalho, sendo os resultados obtidos apresentados na tabela 5.

Tabela 5(a) - Avaliação da resistência ao cisalhamento da interface das vigas ensaiadas pelos modelos analíticos

Viga	$f_c$ (MPa)	$\rho.f_y$ (MPa)	Ensaio (MPa)	Tassios e Vintzeleou (item 2.2)	Hsu, et al. (item 2.3)
1	39,80	0,91	5,44	4,97	3,65
2	41,50	0,91	5,08	5,11	3,69
3	41,67	1,50	5,35	6,05	4,56

Tabela 5(b) - Avaliação da resistência ao cisalhamento da interface das vigas ensaiadas pelos modelos empíricos

Viga	Ensaio (MPa)	Walraven, et al. eq(18)	Mattock eq(19)	Mau, Hsu eq(20)	Patnaik eq(21)	Mattock eq(22)
1	5,44	3,73	4,20	4,00	3,80	3,70
2	5,08	3,80	4,29	4,06	3,88	3,79
3	5,35	4,91	4,76	5,21	4,89	4,87

Observa-se que, de forma geral, os modelos forneceram resultados sensivelmente inferiores aos obtidos na ruptura das vigas. O modelo analítico de Tassios e Vintzeleou, admitindo o deslizamento da interface igual a 1,4 mm, apresentou a melhor aproximação com os resultados experimentais. Ao que parece, este modelo, baseado na transferência de esforços por atrito e por ação de pino da armadura fornece resultados superiores aos outros modelos quando há baixa taxa de armadura transversal à interface. Analisando a contribuição de cada mecanismo na transferência dos esforços pela interface, nota-se que a ação de pino da armadura representa apenas 10% da resistência total da interface, ou seja, a grande contribuição da armadura é proporcionar uma tensão normal à interface que garanta uma boa transferência por atrito. Outra observação importante é o fato da armadura transversal, segundo este modelo, atingir a deformação de escoamento para deslizamentos da ordem de 0,5 mm. Nessa configuração, que pode ser admitida como uma configuração de ruptura, a resistência fornecida por este modelo é muito próxima da resistência fornecida pelos modelos empíricos. Contudo, mesmo após a armadura atingir a deformação de escoamento, a resistência da interface pode continuar aumentando até o deslizamento atingir 1,4 mm. Nesse momento, a resistência da interface é dada pelo limite máximo da eq.(1), que pode ser escrita como:

$$\tau = 0,44.f_c^{0,67} \cdot \sigma_n^{0,33} \quad (26)$$

Da eq.(26) observa-se que o expoente da resistência do concreto ( $f_c$ ) é maior que os encontrados nos modelos empíricos, enquanto o expoente da tensão normal ( $\sigma_n$ ) é menor. Isto justifica porque este modelo fornece valores superiores aos dos modelos empíricos para baixas taxas de armadura e valores inferiores para altas taxas de armadura, desde que o deslizamento da interface seja levado até o limite de 1,4 mm.

Do exposto acima, parece que, em razão da pouca confiança na resistência por aderência, os modelos adotam valores conservadores para essa parcela da resistência (eq.(19)), ou simplesmente desprezam sua contribuição, adotando

coeficientes de atrito aparente de forma a computar parte da resistência por aderência.

A aderência apresenta parcela importante da resistência da interface quando há baixa taxa de armadura. Na viga 3, onde aumentou-se de modo indireto a taxa de armadura, todos os modelos empíricos forneceram resultados semelhantes e mais próximos dos resultados dos ensaios do que nas vigas 1 e 2. Contudo, essa viga sofreu uma ruptura prematura que pode ter reduzido sua resistência final.

## 5 AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DA INTERFACE DE VIGAS COMPOSTAS SEGUNDO A NBR-9062/85

Segundo a NBR 9062, o dimensionamento pode ser feito considerando a colaboração completa da seção no estado limite último ou apenas a colaboração parcial (item 6.3). Ao garantir-se a colaboração completa no estado limite último tem-se, também, colaboração completa no estado de utilização. Pode-se também garantir a colaboração completa no estado de utilização e colaboração parcial no estado limite último. Neste caso deve-se garantir a transferência de esforços apenas para o estado de utilização.

Para o cálculo da tensão de cisalhamento solicitante na interface, é recomendada a eq.(24), a qual é baseada no equilíbrio de forças num trecho da viga. A tensão resistente pode ser obtida por:

$$\tau_{rd} = \beta_s \cdot \frac{f_{yd} \cdot A_{sw}}{b \cdot s} + \beta_c \cdot f_{td} \quad (27)$$

$A_{sw}$  : área de armadura transversal à interface e totalmente ancorada nos elementos;

$f_{yd}$  : resistência de cálculo da armadura (MPa);

$s$  : espaçamento da armadura transversal;

$b$  : largura ou comprimento transversal à interface;

$f_{td}$  : resistência de cálculo à tração para o concreto menos resistente em contato (MPa);

$\beta_s$  e  $\beta_c$  : coeficientes de minoração aplicados à armadura e ao concreto, respectivamente, válidos para superfícies ásperas (rugosidade com profundidades de 0,5 cm a cada 3,0 cm nas duas direções do plano da interface), obtidos da tabela 6.

Segundo a NBR-6118/78 no item 5.2.1.2, a resistência à tração do concreto pode ser estimada por:

$$f_{tk} = \frac{f_{ck}}{10} \quad \text{para } f_{ck} \leq 18 \text{ MPa} \quad (28.a)$$

$$f_{tk} = 0,7 + 0,06f_{ck} \quad \text{para } f_{ck} > 18 \text{ MPa} \quad (28.b)$$

$f_{ck}$  : resistência característica do concreto à compressão, medida em corpos-de-prova cilíndricos.

Tabela 6 - Coeficientes  $\beta_s$  e  $\beta_c$  da NBR-9062

$\frac{A_{sw}}{s.b}$	$\beta_s$	$\beta_c$
< 0,002	0	0,3
> 0,005	0,9	0,6

Admite-se  $A_{sw} = 0$  e dimensionamento como peça monolítica quando  $\tau_d < \beta_c \cdot f_{td}$  e forem satisfeitas, simultaneamente, as seguintes condições:

- a interface ocorre em região da peça onde haja predominância da largura da ligação sobre as outras dimensões da peça (normalmente lajes);
- a superfície da ligação satisfaça a rugosidade de 0,5 cm a cada 3,0 cm (conforme disposto no item 6.3.4 da NBR 9062);
- o plano da ligação não esteja submetido a esforços normais de tração nem a tensões alternadas provenientes de carregamentos repetidos;
- a armadura da alma resista à totalidade das forças de tração provenientes de esforços cortante, desprezada a contribuição do concreto da zona comprimida;
- a superfície de concreto já endurecido seja escovada para eliminar a nata de cimento superficial e abundantemente molhada e encharcada, pelo menos, com 2 horas de antecedência à nova concretagem.

A eq.(27) foi utilizada para avaliar a resistência da interface de uma viga de seção T com concreto de 35 MPa de resistência e aço com resistência de escoamento de 400 MPa. As dimensões desta viga eram idênticas às da viga de alma com largura uniforme mostrada na Figura 8. A curva mostrada na Figura 14 foi traçada sem a utilização de coeficientes de minoração na resistência dos materiais ou na resistência final da viga composta. Também foram indicados os resultados dos ensaios de PATNAIK (1992) e SAEMANN & WASHA (1964) de forma a possibilitar a comparação deste procedimento com resultados experimentais.

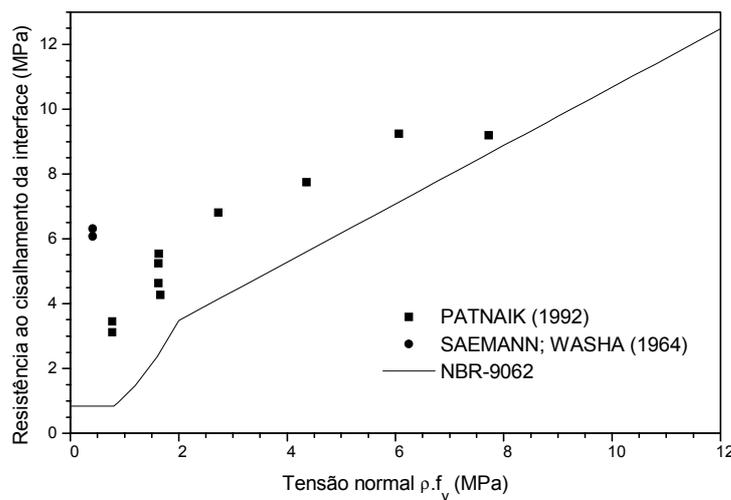


Figura 14 - Comparação do procedimento da NBR-9062 para avaliação da resistência da interface de vigas compostas com resultados experimentais

A expressão da NBR-9062 forneceu valores muito inferiores aos observados nos ensaios de vigas compostas quando a taxa de armadura transversal à interface era inferior a 0,5%. Entretanto, para altas taxas de armadura, ela tende a fornecer resultados superiores aos observados em ensaios. Isso sugere que deve ser proposto um limite máximo ao valor da resistência calculada pela eq.(27) de modo a adequá-la aos resultados experimentais.

Na tabela 7 são mostrados os valores previstos pela NBR-9062 para a resistência da interface das vigas compostas ensaiadas neste trabalho. Observa-se que estes resultados são sensivelmente inferiores aos obtidos dos ensaios.

Para uma melhor análise deveriam ser aplicados coeficientes de minoração para levar em consideração a dispersão de resultados, o que reduziria a resistência nominal das vigas. Contudo, como o objetivo destes ensaios era uma avaliação qualitativa do comportamento das vigas na ruptura, não foram realizados ensaios suficientes de modo a quantificar a dispersão de resultados.

Tabela 7 - Avaliação pela NBR-9062 da resistência da interface das vigas compostas ensaiadas

Viga	$f_c$ (MPa)	$\rho.f_y$ (Mpa)	Resultados experimentais (MPa)	NBR-9062 - eq.(27)
1	39,80	0,91	5,44	0,93
2	41,50	0,91	5,08	0,96
3	41,67	1,50	5,35	1,19

## 6 CONCLUSÕES

Os modelos analíticos e empíricos apresentados foram comparados com resultados de ensaios de vigas compostas com armadura de costura atravessando a interface em forma de estribo, não se podendo afirmar nada sobre a eficiência desses modelos em outros tipos de peças compostas submetidas à flexão.

Os modelos analíticos de Tassios; Vintzeleou e Hsu; Mau; Chen apresentaram boa aproximação com os resultados de ruptura de vigas compostas relatados na literatura. Contudo, a resistência segundo o modelo de Tassios; Vintzeleou foi obtida para deslizamentos da interface da ordem de 1,4 mm, situação em que a armadura de costura, segundo o modelo, já havia atingido a deformação relativa ao escoamento do aço. Ao que parece a expressão que fornece a resistência última desse modelo aproxima-se bem dos resultados de ruptura em vigas com baixa taxa de armadura normal à interface, entretanto o modelo não descreve bem a relação entre o deslizamento e a resistência da interface.

O modelo de Hsu; Mau; Chen parece ser mais adequado para avaliação da resistência da interface de vigas compostas com armadura transversal em forma de estribo, entretanto, ele é de difícil aplicação.

Os modelos empíricos apresentados possuem expressões relativamente simples, apresentando-se mais adequados para utilização em projetos de vigas compostas com armadura de costura do que os modelos analíticos.

Os modelos analíticos não apresentam um limite máximo para a resistência ao cisalhamento, fornecendo valores superiores aos obtidos nos ensaios quando as

vigas possuem altas taxas de armadura. A maioria dos modelos empíricos propõe um limite pouco conservador.

Quando há baixa taxa de armadura atravessando a interface, a parcela de resistência por aderência entre as superfícies é significativa e os resultados fornecidos pelos modelos, de forma geral, são inferiores aos obtidos dos ensaios. Isso sugere que, em virtude da grande variabilidade da aderência, os modelos não consideram ou avaliam de forma conservadora sua contribuição.

Dos ensaios em vigas compostas realizados no laboratório observou-se que os modelos empíricos e o modelo de Hsu; Mau e Chen apresentaram resultados semelhantes e sensivelmente inferiores aos obtidos dos ensaios. O modelo de Tassios; Vintzeleou (adotando deslizamentos da ordem de 1,4 mm) apresentou melhor aproximação por considerar uma grande contribuição da resistência do concreto na resistência da interface. A influência da aderência em vigas com taxa de armadura superior à mínima mostrou-se menos significativa. Estes resultados estão de acordo com os observados em outros ensaios relatados na literatura.

Destes ensaios observou-se também que a utilização de armadura de costura em forma de estribo fechado ou aberto, com largura igual à largura dos estribos da alma, não influenciou a resistência final da viga. Neste caso, a ruptura ocorreu pelo deslizamento gradual da interface e formação de uma biela de compressão ligando a interface ao apoio. Contudo, a diminuição da largura da região de transferência de esforços da viga, com conseqüente redução da largura dos estribos, provocou uma ruptura brusca da interface, acarretando uma diminuição na resistência final da viga. Isso sugere que deve haver uma relação mínima entre a largura da região de transferência de tensões de cisalhamento horizontais e a largura da interface de forma a possibilitar a transferência por arco das tensões da interface ao apoio. Portanto, cuidados devem ser tomados na utilização de pré-lajes que reduzam a largura da região de transferência de esforços na interface.

A norma brasileira, em todas as comparações, forneceu valores muito inferiores aos observados nos ensaios de vigas quando a taxa de armadura transversal a interface era inferior a 0,5%. Entretanto, para altas taxas de armadura, ela tende a fornecer resultados superiores aos observados em ensaios. É sugerida a inclusão de um limite máximo ao valor da resistência calculada pela norma para adequá-la aos resultados experimentais. Parece razoável adotar o limite proposto pela FIP (1982) de  $0,25.f_c$ .

## 7 AGRADECIMENTOS

Agradecemos à CAPES e à FAPESP pelo apoio financeiro, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, D.L. (1997). **Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em elementos submetidos à flexão**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1985). **NBR 9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1978). **NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro.

FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTE - FIP (1982). **Shear at the interface of precast and in situ concrete: guide to good practice**.

HSU, T.T.C.; MAU, S.T.; CHEN, B. (1987). Theory of shear transfer strength of reinforced concrete. **ACI Structural Journal**, v.84, n.2, p.149-160, March-April.

MAU, S.T.; HSU, T.T.C. (1988). Comments of "Influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members". **PCI Journal**, v.33, n.1, p.166-168, January-February. /paper by J. Walraven, et al., **PCI Journal**, v.32, n.1, p.66-84, January-February.

MATTOCK, A.H. (1988). Comments of "Influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members". **PCI Journal**, v.33, n.1, p.166-168, January-February. /paper by J. Walraven, et al., **PCI Journal**, v.32, n.1, p.66-84, January-February.

MATTOCK, A.H. (1994). Comments of "Horizontal shear strength of composite concrete beams with a rough interface". **PCI Journal**, v.39, n.5, p.106-108, September-October. /paper by R.E. Loov. A.K. Patnaik, **PCI Journal**, v.39, n.1, p.48-69, January-February.

PATNAIK, A.H. (1992). **Horizontal shear strength of composite concrete beams with a rough interface**. Ph.D Thesis, University of Calgary, Calgary, Canada.

SAEMANN, J.C.; WASHA, G.W. (1964). Horizontal shear connections between precast beams and cast-in-place slabs. **Journal of the American Concrete Institute**, v.61, n.11, p.1383-1408, November.

TASSIOS, T.P.; VINTZELEOU, E.N. (1990). Shear crack stability along a precast reinforced concrete joint. In: CARPINTERI, A., ed. **Applications of fracture mechanics to reinforced concrete**. Essex, Elsevier Applied Science. p.365-486.

TSOUKANTAS, S.G.; TASSIOS, T.P. (1989). Shear resistance of connections between reinforced concrete linear precast elements. **ACI Structural Journal**, v.86, n.3, p.242-249, May-June.

WALRAVEN, J. ; FRÉNEY, J. ; PRUIJSSERS, A. (1987). Influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members. **PCI Journal**, v.32, n.1, p.66-84, January-February.

# ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS PLANOS DE ELEMENTOS PRÉ-FABRICADOS DE CONCRETO CONSIDERANDO A DEFORMABILIDADE DAS LIGAÇÕES

Anamaria Malachini Miotto Soares <sup>1</sup> & João Bento de Hanai <sup>2</sup>

## RESUMO

*Os sistemas pré-fabricados vêm conquistando espaço em todo o Brasil. Dentre eles, os pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto com sistema estrutural para telhado de duas águas, comumente denominados de galpões, tem sido amplamente aplicados. Os galpões, como a maioria das estruturas pré-moldadas de concreto, apresentam suas ligações, em maior ou menor grau, deformáveis. Portanto, este artigo refere-se ao estudo da deformabilidade à flexão de uma de suas ligações: a ligação viga-pilar executada através de consolo e chumbador, e da sua influência na distribuição dos esforços solicitantes destas estruturas. Neste sentido, foram realizadas simulações numéricas, com o emprego do Método dos Elementos Finitos e ensaios físicos. Através do ensaio físico realizado no modelo da ligação viga-pilar foi possível determinar sua deformabilidade à flexão e observar seu modo de ruptura. As simulações numéricas foram realizadas tanto para obter teoricamente o valor da deformabilidade à flexão da ligação em análise, como para avaliar sua influência no comportamento estrutural dos galpões pré-moldados.*

*Palavras-chave: pré-moldado de concreto; ligações; pórticos planos; deformabilidade.*

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, os sistemas pré-fabricados vêm conquistando espaço. Este avanço consolida o consenso de que sistemas de componentes (fundações, pilares, vigas, lajes, cobertura, fechamento lateral, etc.) atendem, de modo satisfatório e eficiente, às exigências de economia, prazo e qualidade técnica requeridas por edificações destinadas a várias funções, em especial as que contemplam amplos espaços, como no caso de edifícios industriais.

Os galpões de elementos pré-fabricados de concreto, com sistema estrutural de pórticos para telhado de duas águas (Figura 1), têm sido amplamente aplicados em todo o Brasil, apresentando muito boa funcionalidade e competitividade econômica. Normalmente são destinados a indústrias, depósitos comerciais,

---

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia de Estruturas, EESC-USP, anamaria@sc.usp.br

<sup>2</sup> Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jbhantai@sc.usp.br

almoxarifados, oficinas, construções rurais, etc. Estas construções caracterizam-se por serem edificações térreas, com grandes dimensões em planta, sem apoios intermediários. Tais características facilitam a modulação e a tipificação destas construções, justificando a grande parcela que elas representam no universo das construções pré-fabricadas.

O sistema construtivo tem sido disseminado enormemente, sobretudo entre os fabricantes que já produziam elementos leves, como elementos pré-fabricados para lajes de forro e piso.

Dada a grande responsabilidade que se passa a assumir em estruturas que podem atingir até 30 m de vão, há necessidade de uma definição mais clara dos métodos de análise estrutural e o esclarecimento dos fabricantes e usuários sobre os cuidados imprescindíveis a serem tomados no projeto, na execução, no uso e na manutenção dessas construções.



Figura 1 - Sistema estrutural de pórticos para telhado de duas águas.

Os pórticos, juntamente com os elementos portantes secundários, formam o esqueleto resistente do sistema construtivo, no qual são fixados os elementos de cobertura e fechamento lateral. Decompondo-se o pórtico pelos nós, tem-se elementos retos – vigas e pilares. A união destes elementos normalmente é considerada pelos projetistas na forma de ligações perfeitamente rígidas ou de ligações perfeitamente articuladas. No entanto, normalmente, as ligações entre elementos pré-moldados de concreto se comportam, de um modo mais realista, como sendo *ligações deformáveis*, cujo comportamento é diferente para cada forma ou mecanismo de ligação. A consideração da deformabilidade das ligações é muito importante para que a análise estrutural esteja o mais próximo possível do comportamento real da estrutura.

É dentro deste contexto que se insere a pesquisa desenvolvida por SOARES (1998). Pelo seu desenvolvimento, buscou-se uma avaliação mais verossímil do comportamento do sistema estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto, considerando a deformabilidade de suas ligações, o que poderá, inclusive, proporcionar melhoramentos para os sistemas construtivos existentes comercialmente. Para isto, foram realizados ensaios físicos e simulações numéricas (com o emprego do Método dos Elementos Finitos) para o estudo da deformabilidade das ligações e da sua influência na magnitude e na distribuição dos esforços solicitantes.

É sabido que as ligações entre o *pilar e a fundação*, entre a *viga e o pilar* e entre as *vigas* são todas, em maior ou menor grau, parcialmente rígidas. Para o desenvolvimento de uma análise aprofundada sobre o comportamento de um sistema construtivo deve ser realizado um estudo de todas as ligações nele presentes e suas influências no comportamento deste sistema. A pesquisa desenvolvida por SOARES (1998), contudo, teve como limitação de abrangência, o estudo apenas da ligação *viga-pilar executada através de consolo e chumbador* (Figura 2), usualmente empregada nas estruturas dos galpões. A ligação viga-viga foi tratada como uma articulação e os pilares foram considerados engastados na fundação.



Figura 2 - Ligação viga-pilar executada através de consolo e chumbador.

Muitos trabalhos relacionados à rigidez parcial das ligações entre elementos pré-moldados de concreto foram e estão sendo desenvolvidos no exterior. No Brasil, contudo, esta linha de pesquisa ainda está em fase inicial.

Wilson e Moore, que em 1917 realizaram testes para determinar a rigidez de ligações viga-pilar rebitadas em estruturas metálicas, são considerados os pioneiros no estudo das ligações semi-rígidas.

No âmbito das estruturas pré-moldadas de concreto cita-se, como precursor, o programa de pesquisa experimental em ligações de estruturas pré-moldadas de concreto realizado na década de 60 pela Portland Cement Association (PCA). Depois dele outros estudos foram realizados. Dentre eles convém mencionar o projeto PCI-SFRAD (Specially Funded Research and Development), fundado em 1986 com um programa de pesquisa intitulado "*Moment Resistant Connections and Simple Connections*". Em 1990 a indústria de pré-moldados da França (French Precast Concrete Industry) iniciou um programa de pesquisa intitulado: "*Investigation of the Behaviour of the Semi-rigid Connections*".

Ensaio relacionados à ligação em estudo não foram encontrados na literatura. No entanto, ENGSTROM (1985) realizou testes em modelos em escala natural, da *ligação viga-pilar articulada realizada com apoio da viga sobre o pilar com elastômero não fretado e chumbador*. Esta ligação é semelhante a em estudo. FERREIRA (1997) em seu trabalho de Doutorado, que se encontra em andamento, está realizando ensaios de cisalhamento, flexão e torção em modelos desta ligação.

Existe também uma grande preocupação por parte dos pesquisadores em se estudar não só o comportamento das ligações semi-rígidas, mas a influência de sua rigidez parcial na estabilidade das estruturas pré-moldadas de concreto. Isto porque na maioria das vezes, as ligações viga-pilar nestas estruturas são consideradas

articulações e na verdade elas possuem, em maior ou menor grau, uma certa rigidez. LINDBERG & KERONEN (1992) desenvolveram um estudo da estabilidade de pórticos pré-moldados de concreto comumente utilizados para a execução de indústrias e galpões comerciais, cujas ligações viga-pilar são executadas com aparelhos de apoio de elastômero. VIRDI & RAGUPATHY (1992) realizaram uma série de ensaios em estruturas pré-moldadas de concreto para estudar sua estabilidade, utilizando 5 tipos de ligações viga-pilar diferentes. ELLIOTT et alii (1992) realizaram 14 ensaios, em escala natural, em ligações laje-viga-pilar para obter seus diagramas momento-rotação. Com a rigidez parcial das ligações determinada, os autores desenvolveram um estudo teórico para avaliar a influência da semi-rigidez das ligações na estabilidade da estrutura.

## 2 ESTUDO EXPERIMENTAL

### 2.1 Considerações iniciais

O estudo experimental realizado por SOARES (1998) consistiu na execução de dois ensaios. Primeiramente realizou-se um ensaio de arrancamento em chumbador inserido no concreto, visando a observação de sua deformabilidade à tração. Posteriormente, um modelo da ligação em análise foi ensaiado com o objetivo de observar seu comportamento e sua deformabilidade à flexão.

No presente artigo apenas foi descrito o ensaio realizado no modelo da ligação viga-pilar.

### 2.2 Ensaio do modelo da ligação viga-pilar (EML)

#### 2.2.1 Características do modelo

Confeccionou-se um modelo simétrico (Figura 3) pela facilidade de montagem e execução do ensaio e por este fato não prejudicar a análise dos resultados.

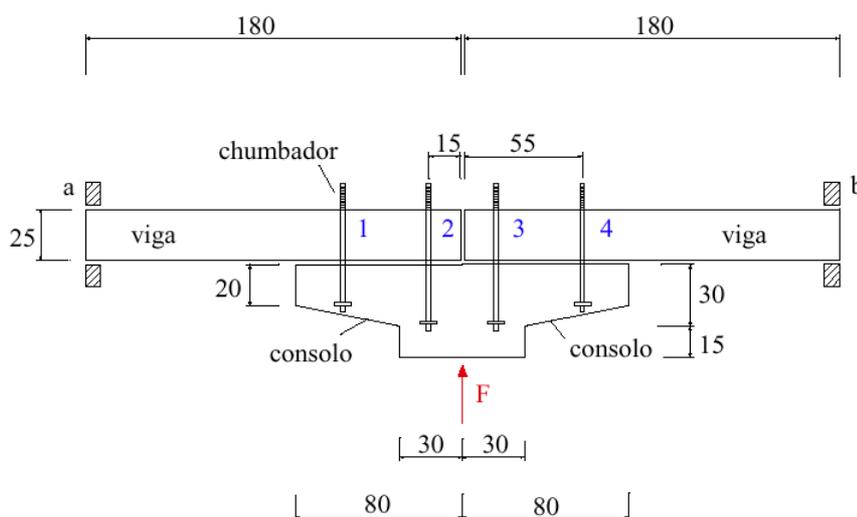
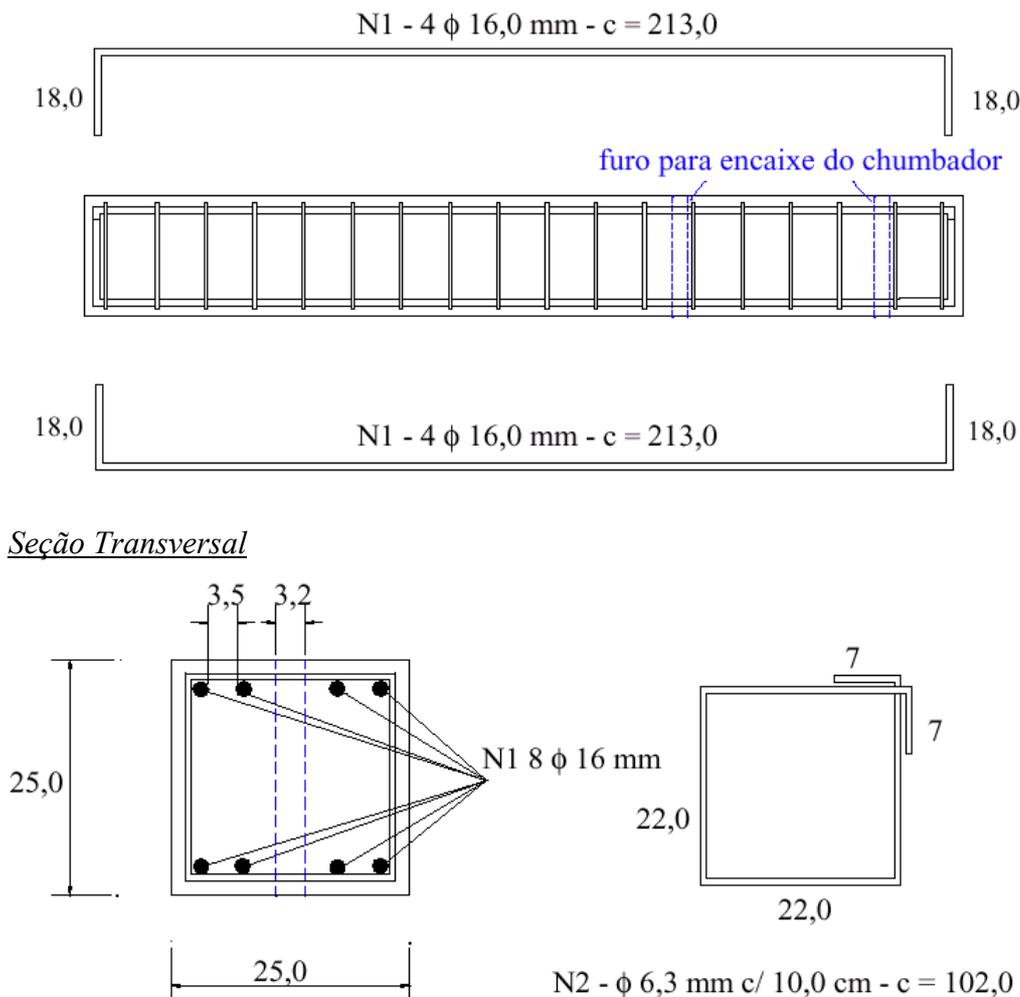


FIGURA 3 - Modelo utilizado no ensaio da ligação viga-pilar (dimensões em cm).

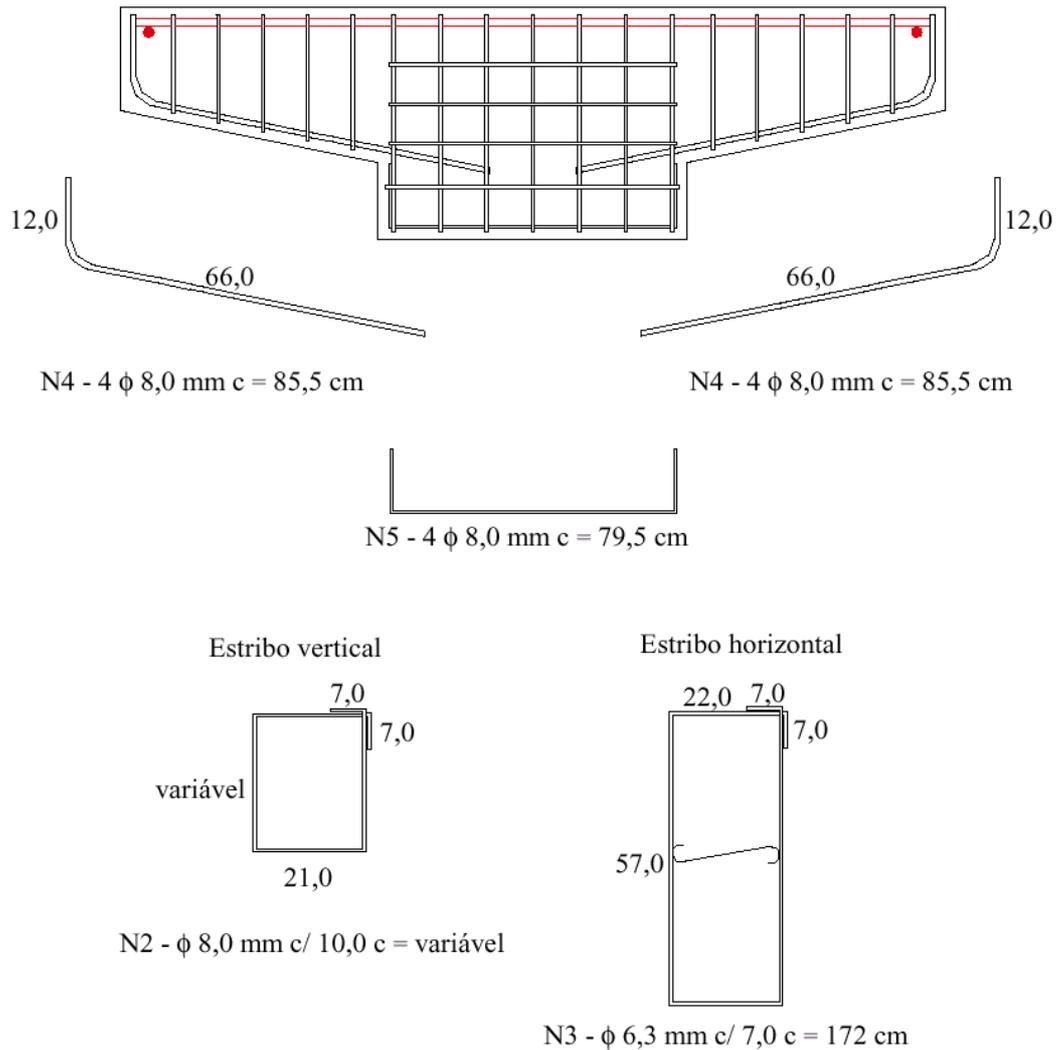
As dimensões do modelo e o posicionamento e o comprimento dos chumbadores foram definidos com base em plantas de fôrma da *Empresa CSM - Componentes, Sistemas e Máquinas para Concreto* e também através da observação de galpões já executados.

A espessura das peças foi de 25,0 cm e o diâmetro dos chumbadores foi de 19,05 mm, adotado em função da prática. Para ancorar os chumbadores no concreto utilizou-se também uma ancoragem mecânica que consistiu em uma chapa de aço, de 16,0 mm de espessura, soldada nas barras a aproximadamente 3,0 cm de suas extremidades.

O modelo foi dimensionado para um esforço último que comumente ocorre na prática e de tal forma que a ruptura ocorresse na região da ligação (consolo/chumbadores). A armadura adotada está detalhada na Figura 4. O cobrimento adotado foi de 1,5 cm em todas as peças. O aço utilizado para a armadura convencional tem características de aço CA 50 A.

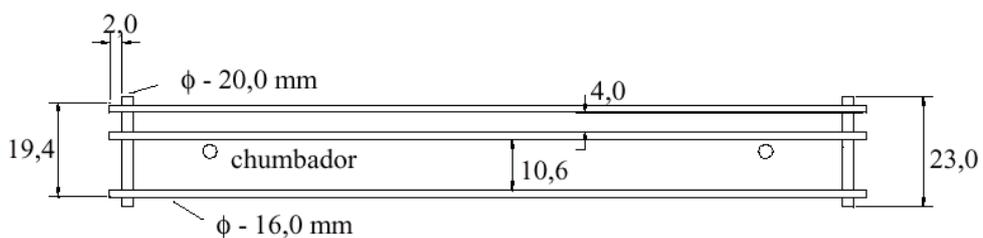


(a) - Detalhamento da armadura das vigas.

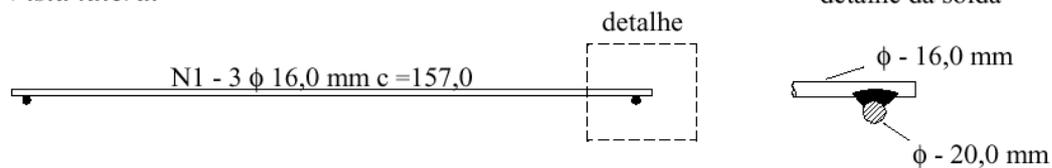


### Detalhe da armadura de flexão - N1

*Vista superior*



*Vista lateral*



(b) - Detalhamento da armadura do consolo.

FIGURA 4 - Detalhamento da armadura do modelo da ligação.

### 2.2.2 Esquema de ensaio

Duas ilustrações do esquema de ensaio são dadas na Figura 5. O carregamento foi aplicado de baixo para cima com o auxílio de um macaco hidráulico com capacidade de 600 kN. A força aplicada por este equipamento foi transmitida para a base do consolo através de uma chapa metálica. A base do consolo foi comprimida pela chapa metálica, fazendo este, por sua vez, solicitar as vigas com extremidades apoiadas no pórtico de reação, ocasionando a flexão da ligação. Para apoiar as vigas no pórtico de reação utilizaram-se placas de neoprene.

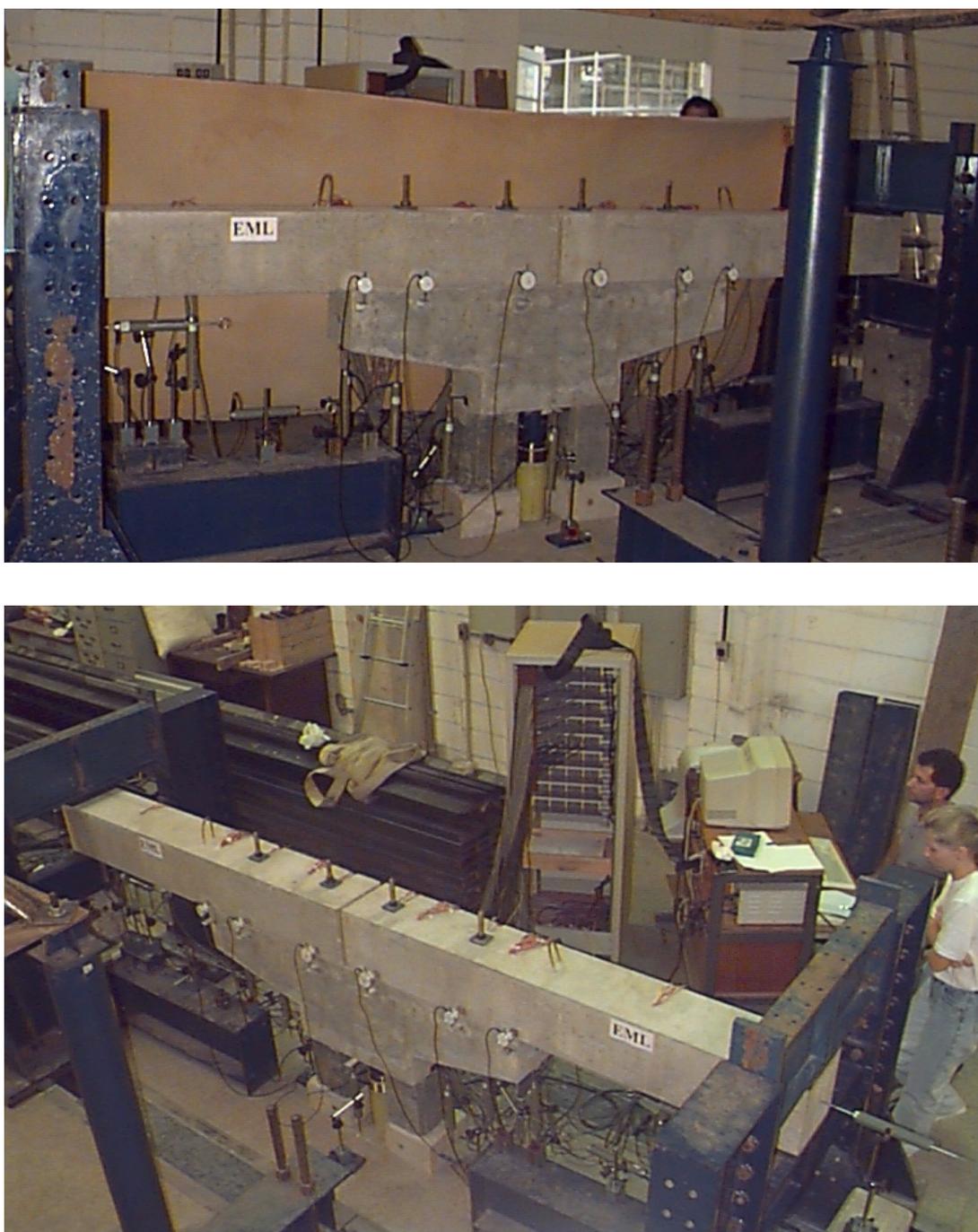


FIGURA 5 - Esquema de ensaio.

### 2.2.3 Materiais

O traço, “slump” (medida do abatimento do tronco de cone) e o consumo de materiais do **concreto** utilizado estão apresentados na Tabela 1. As propriedades mecânicas do concreto encontram-se nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 1 - Concreto utilizado na confecção do modelo.

Material	Consumo (kg/m <sup>3</sup> )
cimento CP-II-E-32	350,0
areia seca	875,0
brita 1	1085,0
água	192,5
Traço em peso	1:2,5:3,1 a/c=0,55
Slump (cm)	0,60

TABELA 2 - Módulo de elasticidade longitudinal do concreto.

Módulo de Elasticidade Longitudinal (MPa) - valores médios	
$E_{co}$ (tangente na origem)	$E_c$ (secante a $0,4f_{ci}$ )
23665	18854 <sup>1</sup>

TABELA 3 - Resistência à compressão simples.

Tensão de ruptura (MPa) - valores médios	
$f_{c60}$	$f_{t60}$
35,8	2,2

O **aço** utilizado na confecção dos *chumbadores* foi o SAE 1020. Suas características mecânicas foram obtidas através de ensaios de tração, conforme recomenda a NORMA ASTM A 370 (1992). O módulo de elasticidade ( $E_s$ ), as resistências de escoamento ( $f_y$ ) e de ruína ( $f_u$ ) e a deformação a partir da qual o material atinge o escoamento ( $\epsilon_y$ ), estão indicados na Tabela 4.

TABELA 4 - Propriedades mecânicas do chumbador (valores médios).

$E_s$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)	$f_u$ (MPa)
200185	248,0	1,24	427,5

O **aço** empregado na confecção da *armadura* foi do tipo CA 50 A. Suas características mecânicas encontram-se na Tabela 5.

<sup>1</sup> O módulo de elasticidade secante do concreto foi determinado para uma tensão equivalente a 40% da tensão de ruptura do concreto.

Tabela 5 - Propriedades mecânicas dos aços da armadura (valores médios).

Diâmetro (mm)	E (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)	$f_u$ (MPa)
6,3	209876	654,3	5,122	789,7
8,0	209823	531,7	2,53	617,3
10,0	198547	553,6	2,79	679,0
16,0	200717	537,6	2,68	848,6

### 2.2.4 Instrumentação

Toda a armadura longitudinal e transversal do modelo foi instrumentada com extensômetros elétricos de resistência uniaxiais. Nos chumbadores também foram colados extensômetros elétricos de resistência. Desta forma, pôde-se fazer um controle da sollicitação de toda a armadura e dos chumbadores e uma análise de sua deformação nos pontos considerados importantes.

A *armadura de flexão do consolo* foi instrumentada em 7 pontos. Um deles no ponto médio do consolo, outros dois nas extremidades das barras da armadura e os demais, nos pontos onde se encontravam os chumbadores (seções A, B e C, D, E, F e G, respectivamente, da Figura 6).

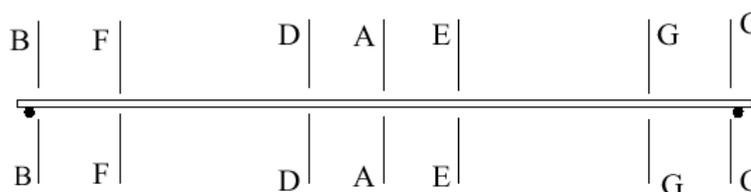


FIGURA 6 - Seções instrumentadas da armadura de flexão do consolo.

Os *chumbadores 2 e 3* (mais tracionados) foram instrumentados em 4 seções (A, B, C e D). A posição exata dos extensômetros está mostrada na Figura 7.

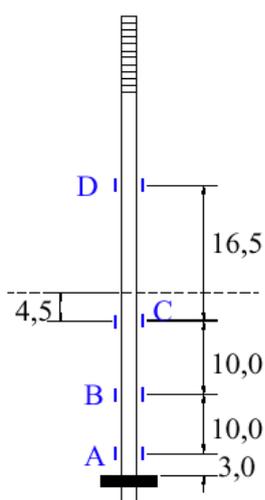


FIGURA 7 - Posição dos extensômetros nos chumbadores 2 e 3.

<sup>2</sup> As barras de 6,3 mm apresentaram características de aço CA 60.

Transdutores de deslocamento foram posicionados para possibilitar a avaliação completa dos deslocamentos do modelo. Relógios comparadores foram utilizados com a finalidade de medir os deslocamentos relativos entre o consolo e a viga. Foram colocados relógios comparadores nas duas faces do modelo para permitir a observação de uma possível rotação do mesmo fora de seu plano.

O posicionamento dos transdutores de deslocamentos e relógios comparadores está representado na Figura 8. Nela só a metade do modelo é apresentada uma vez que a instrumentação foi simétrica.

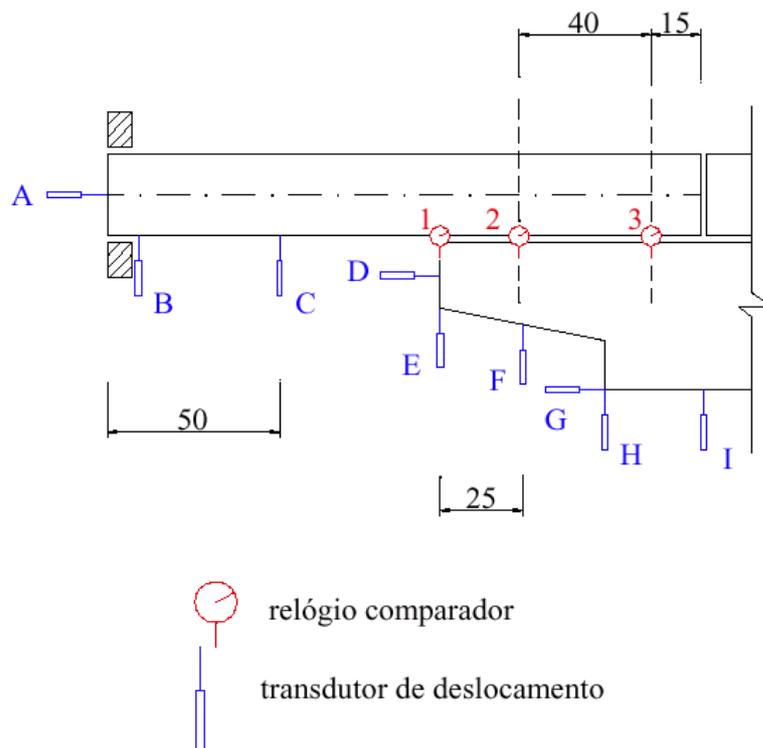


FIGURA 8 - Instrumentação externa do modelo.

### 2.2.5 Procedimento de ensaio

Primeiramente realizou-se quatro ciclos de carga e descarga para observar as acomodações do conjunto modelo/estrutura de reação. Nesta fase do ensaio a força atingiu 24 kN<sup>3</sup>, aproximadamente 25% da força prevista para a ruptura, sendo aplicada em etapas de 2,0 kN. Desta forma, também foi possível observar a influência da repetitividade do carregamento no comportamento em serviço da ligação.

Depois levou-se o modelo à ruína. A ruína ocorreu para uma força de aproximadamente 95 kN. Esta força foi alcançada, primeiramente através de incrementos de força de 2,0 kN (até aproximadamente 26,0 kN) e posteriormente em etapas de 5,0 kN.

A leitura e a gravação dos deslocamentos, deformações e força foram realizadas, para cada etapa de carregamento, com o auxílio do sistema de aquisição de dados.

<sup>3</sup> Quando um determinado valor do carregamento aplicado no ensaio for citado no texto, deste já terá sido descontado o peso-próprio do modelo, exceto quando mencionado o contrário.

### 2.2.6 Apresentação e análise dos resultados

Convém mencionar que, durante a análise dos resultados experimentais foram descontadas as fases de carregamento referentes ao peso-próprio do modelo. As acomodações ocorridas no ensaio, que também ocorrem na prática, são peculiares a cada sistema de montagem e variam significativamente de um processo construtivo para outro, sendo, portanto, desconsideradas na análise dos resultados. Contudo, considerou-se oportuna a inclusão destas etapas nas descrições dos deslocamentos do modelo, fornecidos pelo transdutores de deslocamentos e relógios comparadores.

Sendo o modelo simétrico, nas análises utilizou-se a média entre os valores obtidos do lado esquerdo de seu eixo de simetria com aqueles do lado direito. Valores médios também foram admitidos nas seções onde se localizaram mais de um instrumento de medição do mesmo tipo.

#### a - Fissuração do modelo

A primeira fissura visível apareceu quando a força aplicada no ensaio atingiu 46 kN. Porém, quando os resultados foram analisados concluiu-se que a força que provoca as primeiras micro-fissuras, não visíveis, no concreto é da ordem de 26,0 kN. A partir desta etapa de carregamento o modelo assume um comportamento não-linear. A ruína do modelo ocorreu devido ao escoamento dos chumbadores 2 e 3 (Figura 3), para uma força de 95 kN. Este valor é bastante próximo ao previsto teoricamente. Na Figura 9 foi representada a configuração das fissuras depois de terminado o ensaio.

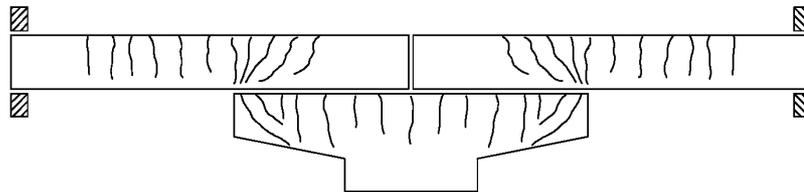


FIGURA 9 - Representação do modelo fissurado.

#### b - Comportamento dos chumbadores

No Gráfico 1 está representada a relação entre a força ( $F$ ) aplicada no ensaio, mostrada na Figura 3, e a força atuante nos chumbadores 2 e 3, obtidas experimentalmente e através de um cálculo analítico. O método analítico proposto encontra-se em anexo.

Com base nos resultados experimentais percebe-se que os valores da força atuante nos chumbadores 2 e 3 obtidos através do modelo analítico são um pouco maiores que os obtidos experimentalmente. Esta pequena diferença pode ser justificada, em parte, pelo fato de que o método analítico é simplificado e não retrata fielmente o comportamento do modelo ensaiado. Contudo, ressalta-se que o método analítico está a favor da segurança.

O Gráfico 2 representa a relação entre a força atuante e a deformação, nas seções A, B, C e D dos chumbadores 2 e 3 (ver Figura 7).

Com base no Gráfico 2 percebe-se que ambos os chumbadores 2 e 3 escoaram na seção C, ou seja, a estricção da seção transversal da barra ocorreu aproximadamente em seu ponto médio.

O escoamento dos chumbadores 2 e 3 ocorreu para uma força média em torno de 67 kN. Este valor equivale a uma força ( $F$ ) aplicada no consolo de 95 kN, que é considerada a força que provocou a ruína do modelo.

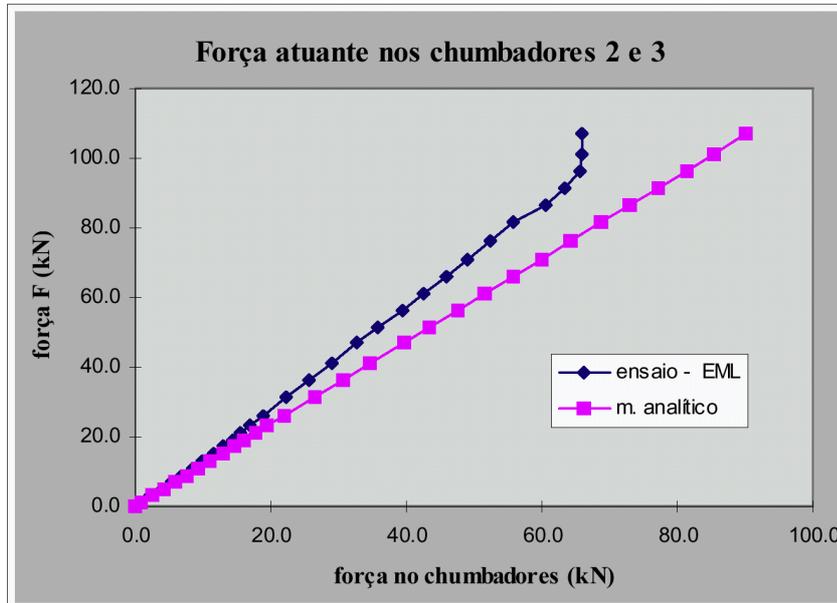


GRÁFICO 1 - Força ( $F$ ) x força atuante nos chumbadores 2 e 3.

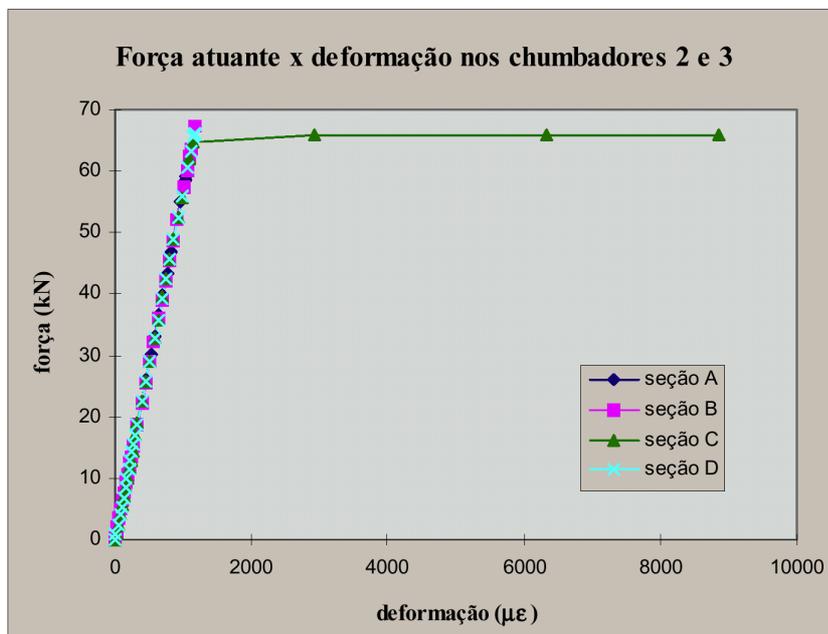


Gráfico 2 - Força atuante nos chumbadores 2 e 3 em função de sua deformação.

### c - Comportamento da armadura de flexão do consolo

Com base nos resultados obtidos constatou-se que as regiões da armadura de flexão do consolo mais solicitadas foram as seções D e E, representadas na Figura 6. Desta forma, representou-se graficamente apenas o comportamento destas seções.

No Gráfico 3 foi representada a relação entre a força atuante na armadura de flexão do consolo e a força (F) aplicada no ensaio, obtida experimentalmente e através do método analítico proposto. Observando-se o Gráfico 3 percebe-se que até a força de fissuração do modelo (aproximadamente 26,0 kN) a armadura foi pouco solicitada, pois o concreto ainda resistia à tração. Após a fissuração, nota-se que as retas teórica e experimental ficam aproximadamente paralelas, porém existe uma pequena diferença entre os valores. Esta pequena diferença pode ser justificada, em parte, pelo fato de que o método analítico é simplificado. Contudo, ressalta-se novamente que o método analítico está a favor da segurança.

De acordo com o Gráfico 3 nota-se que a armadura de flexão do consolo não atinge sua tensão de escoamento, permanecendo no regime linear.

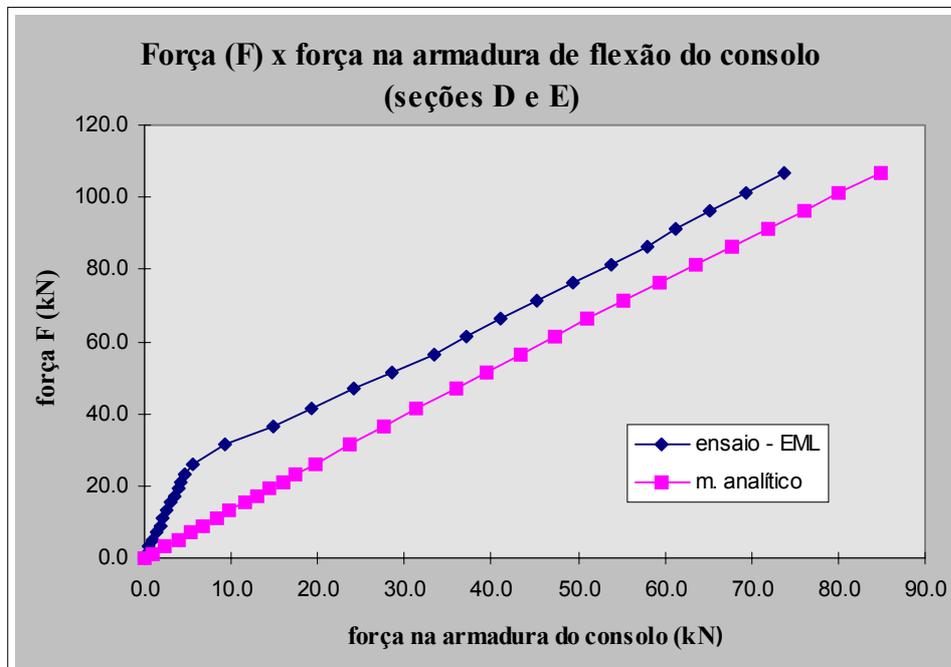


Gráfico 3 - Força (F) x força atuante na armadura de flexão do consolo (seções D e E).

### d - Leituras dos transdutores de deslocamentos

Com os valores das leituras dos transdutores de deslocamento foram traçados gráficos que ilustram a relação entre a força (F) aplicada no ensaio e o deslocamento do modelo. Estes gráficos tiveram um comportamento semelhante em todas as seções instrumentadas (ver Figura 8). No Gráfico 4 é mostrada esta relação para a seção C.

No Gráfico 4 foram representados todos os ciclos de carregamento para permitir a visualização das acomodações ocorridas durante a execução do ensaio. Neles as leituras negativas correspondem às fases de carregamento referentes ao peso-próprio do modelo.

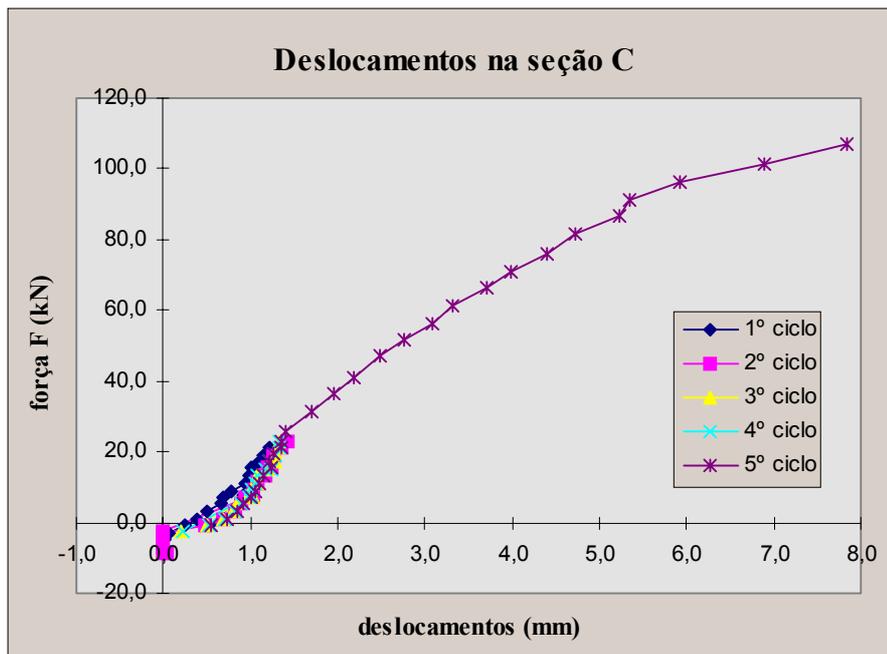


Gráfico 4 - Deslocamentos da seção C.

De acordo com os resultados percebe-se que até o carregamento se igualar ao peso-próprio do modelo, praticamente não houve deslocamentos no modelo. Depois ocorre um aumento nos deslocamentos sem um aumento significativo na força aplicada no modelo. Conclui-se, portanto, que nesta fase do ensaio houve acomodações relativamente grandes do modelo e possivelmente dos equipamentos de ensaio.

Em todos os gráficos traçados também é visível o instante em que ocorre a fissuração do modelo. Ultrapassado o carregamento de fissuração a inclinação da reta sofre uma mudança, caracterizando a diminuição da rigidez da estrutura.

Para possibilitar uma comparação da deformação do modelo obtida experimentalmente simulou-se, com o auxílio do programa de computador LUSAS (1995), o modelo ensaiado através do esquema representado na Figura 10.

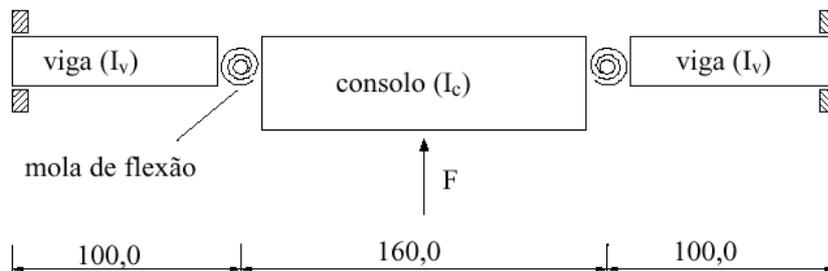


Figura 10 - Modelo simulado (dimensões em cm).

Na simulação, as vigas e o consolo foram considerados como sendo elementos de viga (BEAM) e as molas de flexão foram simuladas através do elemento de ligação (JPH3). Este elemento possui uma mola de rotação em torno de z que

representou a ligação semi-rígida. Desta forma, o coeficiente de rigidez da mola de rotação em z ( $K_z$ ) corresponde à rigidez da ligação.

O momento de inércia do consolo ( $I_c$ ) foi determinado sem a consideração da contribuição das vigas apoiadas sobre ele. Desta forma,  $I_c \cong 1,0E - 03 m^4$  e  $I_v \cong 3,3E - 04 m^4$ . Os elementos de viga (BEAM) foram considerados de concreto com módulo de elasticidade igual ao do modelo ensaiado.

Foi realizada uma análise linear, contudo, para cada força aplicada no modelo simulado, utilizou-se a respectiva rigidez da ligação (apresentadas no item f deste artigo) como coeficiente de rigidez da mola de flexão.

Os Gráficos 5, 6, 7 e 8 representam a deformação do modelo ensaiado obtida experimentalmente e numericamente, para forças ( $F$ ) iguais a 21,1 kN ( $K_z = 14085$  kN.m/rad), 26,0 kN ( $K_z = 14085$  kN.m/rad), 71,1 kN ( $K_z = 8960$  kN.m/rad), e 101,1 kN ( $K_z = 4643$  kN.m/rad), respectivamente. Apenas as duas primeiras forças são inferiores àquela que provoca a fissuração do modelo. Os deslocamentos foram tomados nos pontos referentes às seções C, E, F, H e I, representadas na Figura 8.

De acordo com os Gráficos 5 e 6 os valores numéricos são bastante próximos dos valores experimentais. Isto ocorre porque os elementos se encontram em regime linear. Observando-se o Gráfico 5 percebe-se que o modelo sofreu uma rotação de corpo rígido em seu plano, segundo este gráfico o ponto de rotação é a extremidade esquerda do consolo. De acordo com o Gráfico 6 este ponto é deslocado para o ponto médio do consolo.

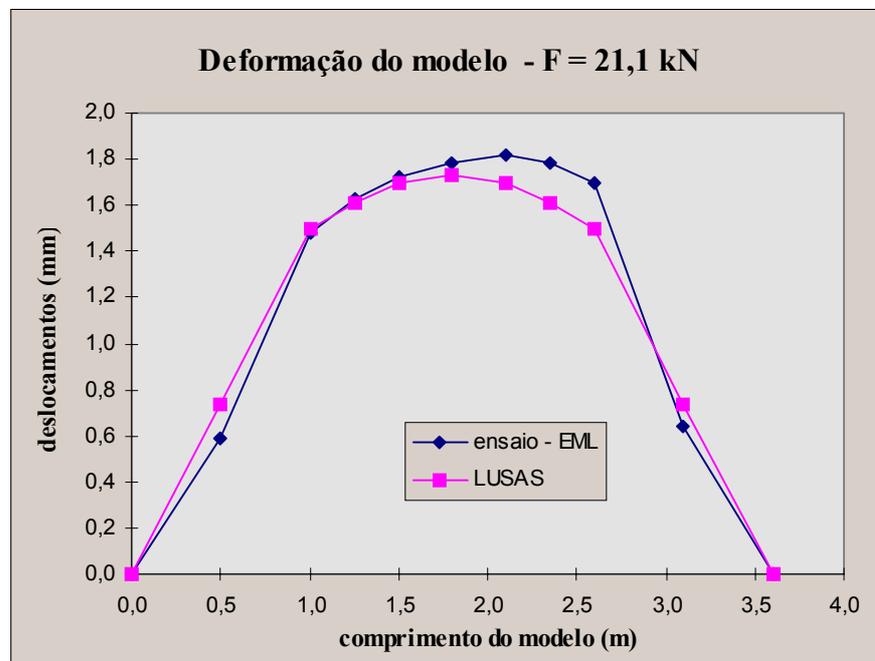
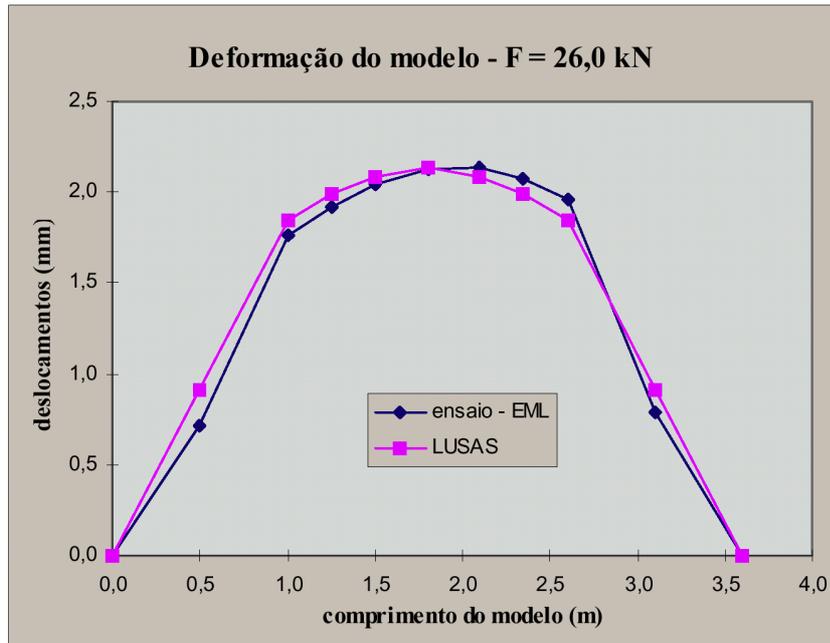
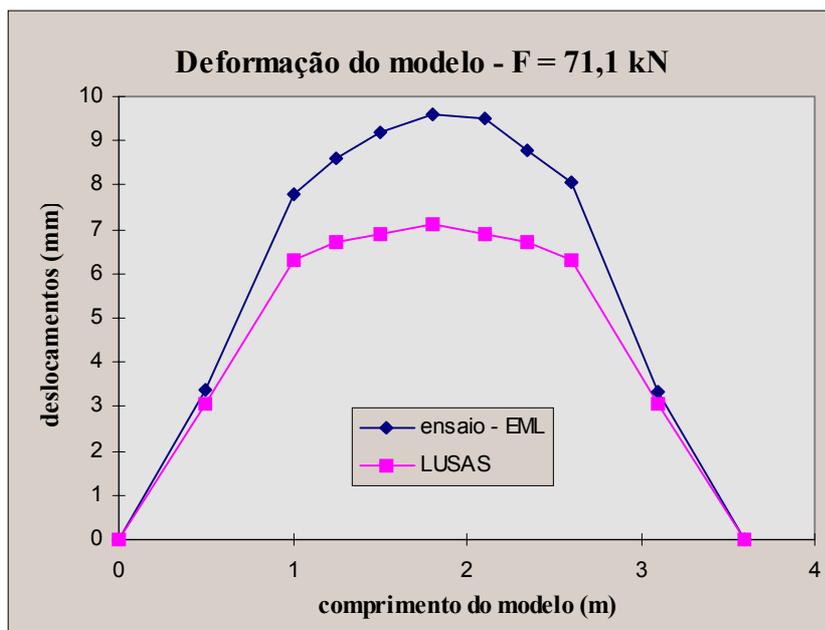


Gráfico 5 - Deformação do modelo ensaiado para  $F = 21,1$  kN.

Gráfico 6 - Deformação do modelo ensaiado para  $F = 26,0$  kN

Nos Gráficos 7 e 8 a rotação de corpo rígido sofrida pelo modelo não é visível face à ordem de grandeza dos valores de deslocamentos. Nestes gráficos os valores numéricos não são próximos aos valores experimentais, devido à fissuração do concreto que ocasionou a perda de rigidez do modelo. Este comportamento não-linear, conforme já adiantado, não foi considerado na análise numérica.

Contudo, para a fase linear, o modelo apresentado na Figura 10 representa adequadamente o comportamento da estrutura ensaiada.

Gráfico 7 - Deformação do modelo ensaiado para  $F = 71,1$  kN.

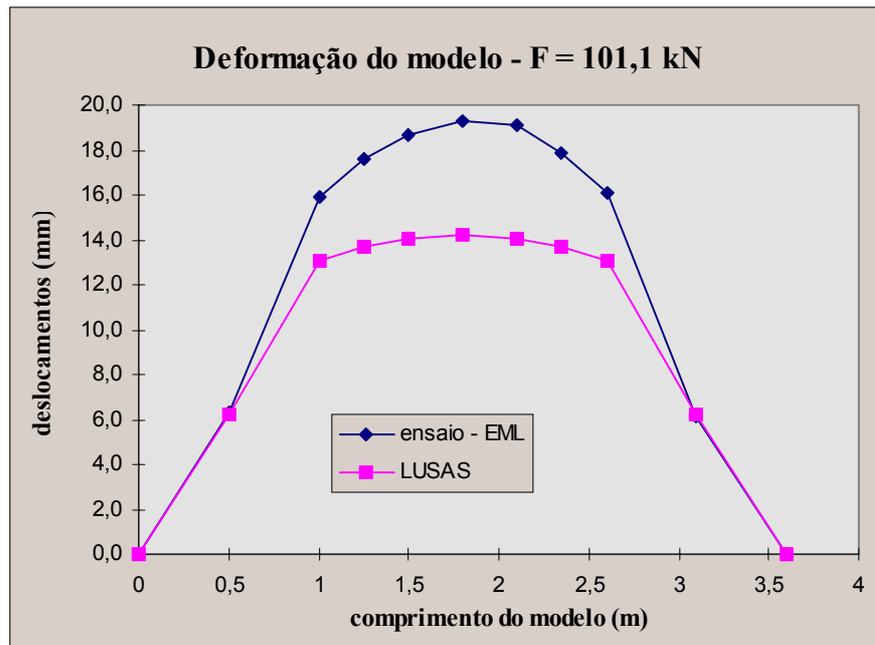


Gráfico 8 - Deformação do modelo ensaiado para F = 101,1 kN.

#### e - Leitura dos relógios comparadores

A Figura 11 mostra a deformação da viga em relação ao consolo para um carregamento de aproximadamente 85 kN e na Figura 12 a região do relógio comparador de n.º 3 (Figura 8) foi ampliada.

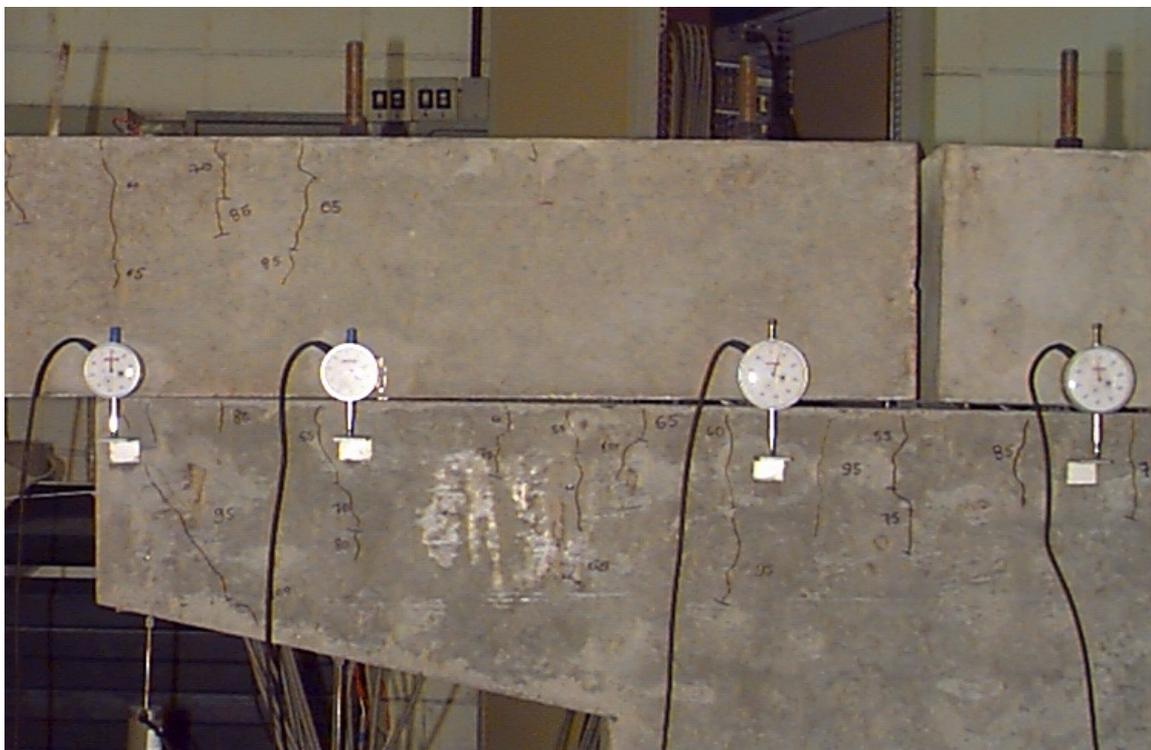


Figura 11 - Observação da junta viga-consolo.

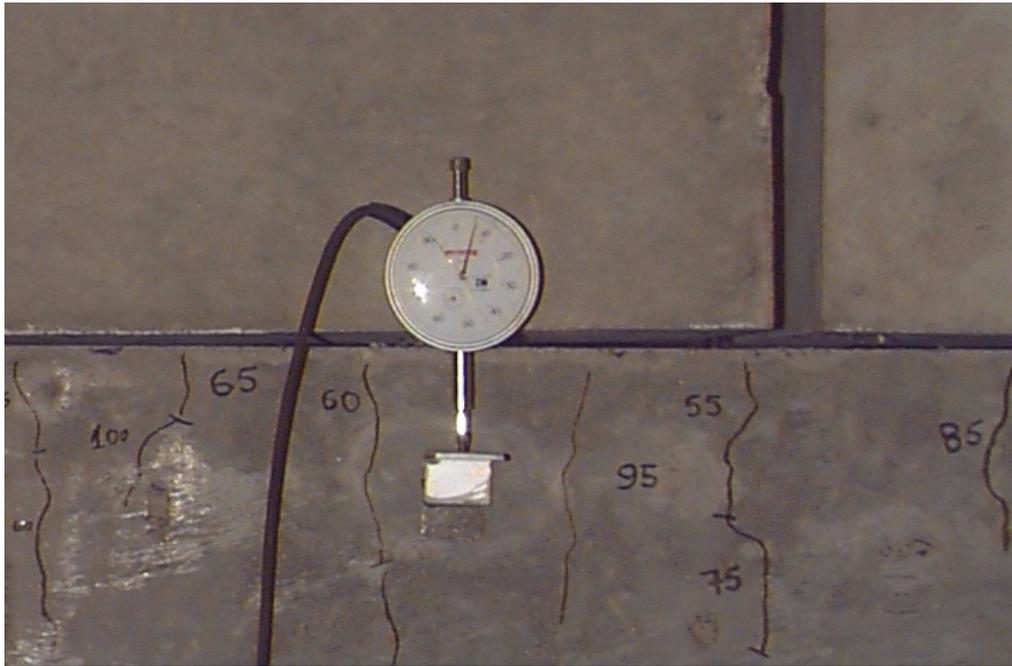


Figura 12 - Separação da junta viga-consolo (ampliação).

Nos Gráficos 9, 10 e 11 estão representadas as leituras do deslocamento relativo entre a viga e o consolo fornecidas pelos relógios comparadores de números 1, 2 e 3, respectivamente. Nestes gráficos foram lançados todos os ciclos de carregamento para permitir a visualização das acomodações ocorridas durante a execução do ensaio. Neles as leituras negativas das forças referem-se às etapas de carregamento equivalentes ao peso-próprio do modelo e os valores negativos dos deslocamentos indicam que houve uma aproximação das superfícies do consolo e da viga e, portanto, os valores positivos indicam um afastamento destas superfícies.

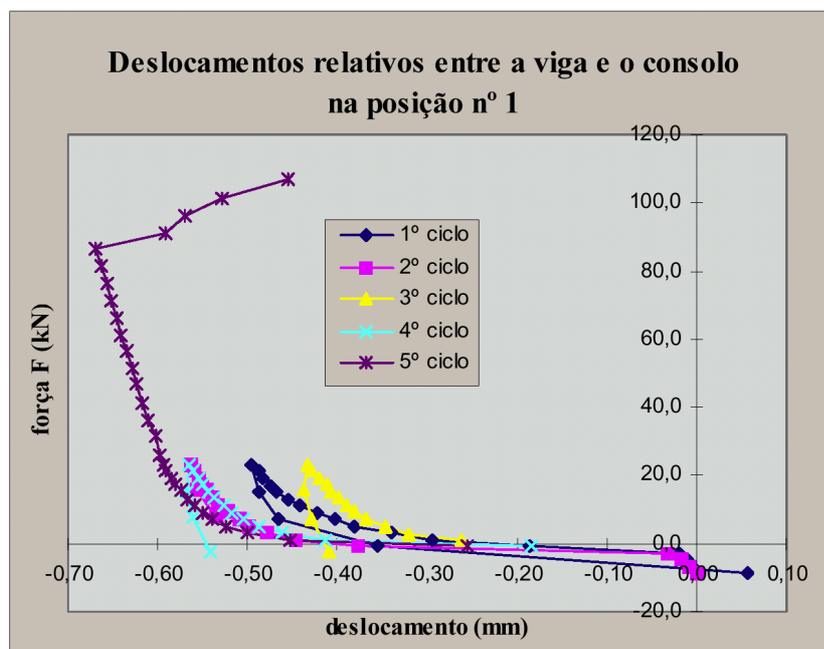


Gráfico 9 - Deslocamentos relativos entre a viga e o consolo na posição n.º 1.

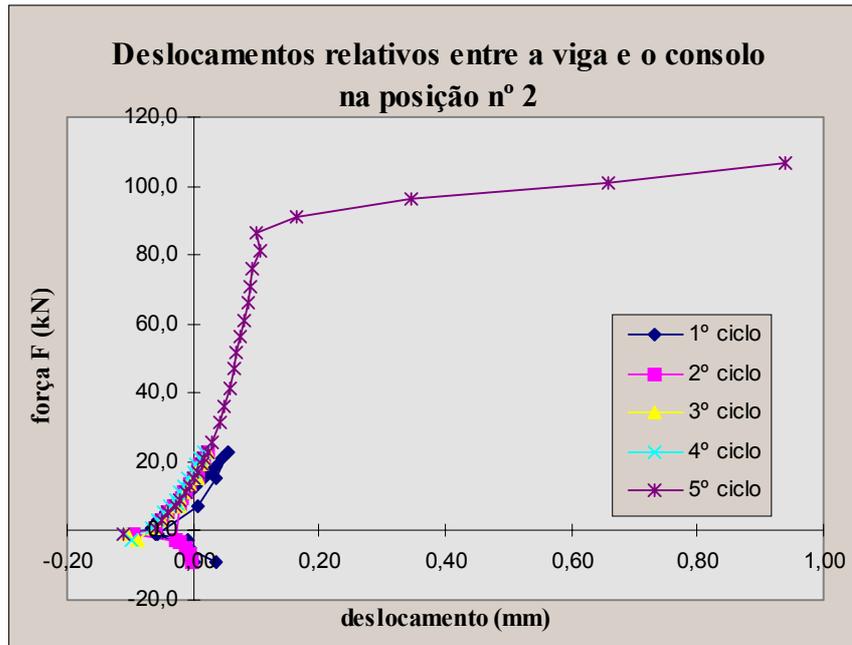


Gráfico 10 - Deslocamentos relativos entre a viga e o consolo na posição n.º 2.

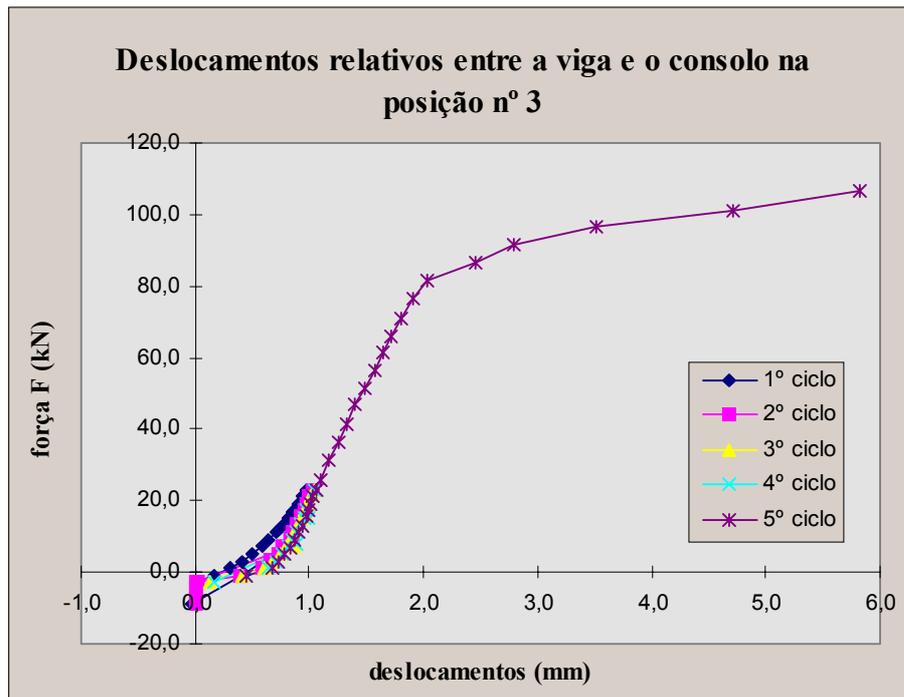


Gráfico 11 - Deslocamentos relativos entre a viga e o consolo na posição n.º 3.

De acordo com o Gráfico 9, até um carregamento próximo ao referente ao peso-próprio do modelo praticamente não houve deslocamentos relativos entre a viga e o consolo. Depois ocorre um aumento nos deslocamentos sem um aumento significativo na força aplicada no modelo. Nesta fase do ensaio, provavelmente, houve acomodações relativamente grandes do modelo e possivelmente dos equipamentos de ensaio. Cabe ressaltar que para cada ciclo de carregamento as acomodações

tiveram intensidades diferentes. Este fato comprova a dificuldade em se considerar as acomodações na análise dos resultados.

Observando-se o Gráfico 9 percebe-se que até um carregamento em torno de 20,0 kN, houve além das acomodações, citadas anteriormente, uma espécie de compactação dos materiais nas superfícies do consolo e da viga. Depois ocorreu uma deformação linear devido à compressão destas superfícies. Por último, a partir do carregamento de aproximadamente 85 kN as superfícies tenderam a se afastar, o que é caracterizado pela mudança de direção na curva. Sabendo-se que o relógio comparador n.º 1 situava-se a aproximadamente 3,0 cm da extremidade do consolo e tendo em vista os resultados obtidos no ensaio, constata-se que o comportamento descrito se estende a uma região e não apenas ao ponto de extremidade do consolo.

Segundo o Gráfico 10, até o carregamento equivalente ao peso-próprio do modelo, as superfícies da viga e do consolo se aproximaram. Depois de equilibrado o peso-próprio, estas superfícies começam a se afastar muito lentamente. Quando o carregamento atinge aproximadamente 85 kN, os deslocamentos aumentam significativamente.

Observando-se o Gráfico 11 nota-se que até um carregamento próximo ao referente ao peso-próprio do modelo não houve deslocamentos relativos entre a viga e o consolo. Depois ocorre um aumento nos deslocamentos sem um aumento significativo na força aplicada no modelo, como consequência das acomodações do modelo e dos equipamentos de ensaio. Os deslocamentos, então, voltam a ser pequenos, até atingir a força de aproximadamente 85 kN. Ultrapassado este nível de carregamento ocorre um aumento nos deslocamentos relativos entre a viga e o consolo, caracterizando a diminuição da rigidez do modelo.

#### **f - Deformabilidade da ligação viga-pilar em análise**

Vale lembrar que para a determinação da deformabilidade da ligação ensaiada foram descontadas as leituras dos instrumentos referentes ao carregamento equivalente ao peso-próprio do modelo e às acomodações do modelo e do equipamento de ensaio. Este tratamento nos resultados foi realizado para permitir a comparação com as análises teóricas.

A deformabilidade da ligação foi determinada com base nas leituras fornecidas pelos transdutores de deslocamento e relógios comparadores.

No Gráfico 12 foi representado o *diagrama momento-rotação* da ligação viga-pilar executada através de consolo e chumbador em análise. Observando-se o diagrama momento-rotação percebe-se que a rigidez inicial, ou melhor, rigidez tangencial da ligação, considerada até a carga de fissuração do modelo, é de aproximadamente 14085 kN.m/rad. A partir deste carregamento o valor da rigidez da ligação diminui com o aumento da força aplicada.

O Gráfico 12 comprova o comportamento não-linear da ligação ensaiada. No entanto, o diagrama momento-rotação pode ser simplificado a uma aproximação trilinear, utilizada por muitos autores para representar o comportamento não-linear das ligações entre elementos pré-moldados de concreto.

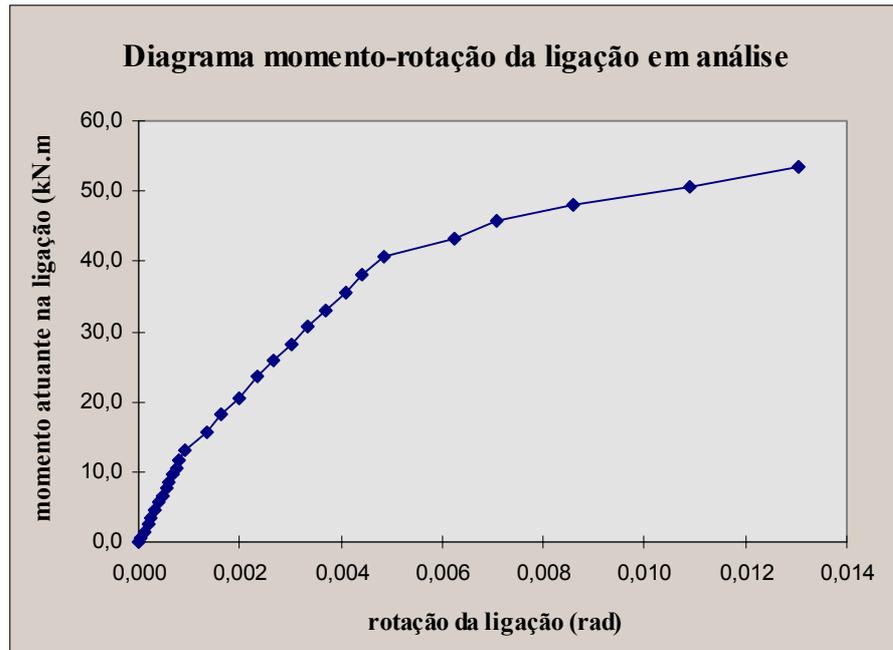


Gráfico 12 - Diagrama momento-rotação da ligação viga-pilar em estudo.

A deformabilidade da ligação em análise foi determinada teoricamente de três maneiras diferentes. Na primeira os elementos de concreto foram considerados infinitamente rígidos, depois a deformabilidade da ligação foi obtida através do procedimento analítico proposto por FERREIRA (1993) e por último, foram realizadas simulações numéricas com o auxílio do programa LUSAS (1995). No Gráfico 13 as relações momento-rotação obtidas experimental e teoricamente foram representadas.

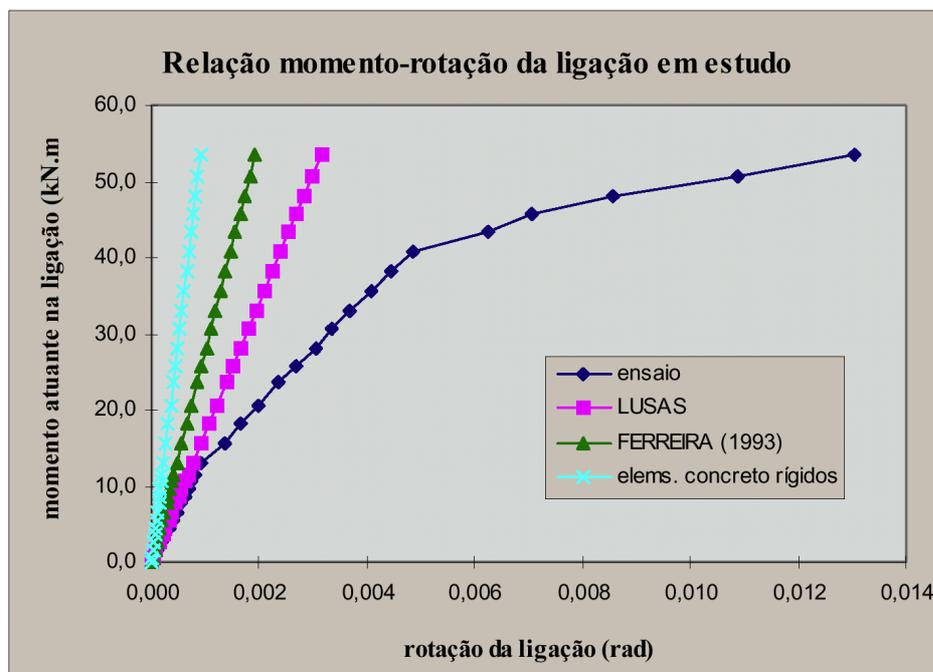


Gráfico 13 - Diagrama momento rotação da ligação viga-pilar em estudo (comparação).

Com base no Gráfico 13 conclui-se que a simulação numérica forneceu valores bastante próximos aos experimentais quando o modelo se encontrava em regime linear. A partir da carga de fissuração aumenta-se a inclinação da reta experimental, caracterizando a perda de rigidez sofrida pela estrutura, o que não ocorre com as retas teóricas. Na simulação numérica foi realizada uma análise linear a qual não pode ser considerada depois de fissurada a peça, que assume um comportamento não-linear.

O Gráfico 13 mostra que tanto o procedimento proposto por FERREIRA (1993) e aquele que considera os elementos de concreto infinitamente rígidos subestimam o valor da deformabilidade da ligação em análise até mesmo na fase linear.

A título de comparação apresenta-se na Tabela 6 os valores obtidos para a rigidez da ligação segundo as 4 análises.

Tabela 6 - Rigidez da ligação (kN.m/rad) - todas as análises.

A	B	C	D	E	F
59326	27687	17055	14085	8960	4643

onde: A - elementos de concreto infinitamente rígidos;

B - procedimento analítico desenvolvido por FERREIRA (1993);

C - análise numérica com a utilização do programa LUSAS (1995);

D - fase linear do ensaio no modelo da ligação (EML);

E - fase em serviço do ensaio no modelo da ligação (EML);

F - momentos antes da ruptura do modelo da ligação (EML).

De acordo com a Tabela 6 percebe-se as diferenças entre os valores da rigidez da ligação em estudo fornecidos pelas 4 análises. Estas diferenças parecem grandes, porém, o importante a saber é a influência destes valores de rigidez das ligações no comportamento da estrutura dos galpões pré-moldados.

### 3 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DOS GALPÕES PRÉ-MOLDADOS

Através da utilização do programa de computador LUSAS (1995), foram realizadas simulações do comportamento dos galpões sob a influência da deformabilidade da ligação viga-pilar em análise. O esquema estático, carregamentos e dimensões da estrutura utilizados na análise dos pórticos, estão representados na Figura 13 e na Tabela 7. Na Tabela 8 encontram-se as características referentes aos elementos estruturais.

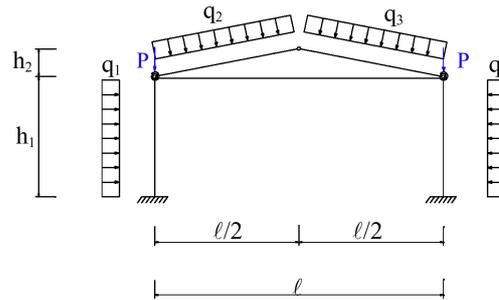


Figura 13 - Esquema estático

Tabela 7 - Dimensões e carregamento aplicado à estrutura em análise.

Exemplo	$\ell$ (m)	$h_1$ (m)	$h_2$ (m)	$q_1$ (kN/m)	$q_2$ (kN/m)	$q_3$ (kN/m)	$q_4$ (kN/m)	P (kN)
1	10	7	1	0	3,75	3,75	0	4,0
2	10	7	1	-0,72	2,72	2,72	-0,72	4,0
3	10	7	1	0,28	2,50	2,86	-0,58	4,0
4	16	7	1,6	0	3,75	3,75	0	7,0
5	16	7	1,6	0	1,94	2,56	0	7,0
6	20	8	2	0	3,75	3,75	0	12,0
7	20	8	2	-0,70	2,64	2,64	-0,7	12,0
8	20	8	2	0,312	2,33	2,96	-0,54	12,0

Tabela 8 - Características dos elementos estruturais.

Exemplo	Elemento	Área (m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	Material	E (MPa)	$\nu$
1/2/3	pilar	1,97 E-2	9,54 E-5	concreto	30000	0,2
	viga	1,70 E-2	7,13 E-5	concreto	30000	0,2
	tirante	2,00 E-4	3,22 E-9	aço	200000	0,3
4/5	pilar	3,35 E-2	4,32 E-4	concreto	30000	0,2
	viga	2,45 E-2	1,07 E-4	concreto	30000	0,2
	tirante	2,00 E-4	3,22 E-9	aço	200000	0,3
6/7/8	pilar	4,94 E-2	7,42 E-4	concreto	30000	0,2
	viga	4,78 E-2	8,63 E-4	concreto	30000	0,2
	tirante	2,00 E-4	3,22 E-9	aço	200000	0,3

As dimensões da estrutura e dos elementos foram determinadas com base em plantas de fôrma da Empresa CSM - Componentes, Sistemas e Máquinas para Concreto (1996). Os exemplos 1, 2, 3, 6, 7 e 8 são galpões com fechamento lateral e os exemplos 4 e 5 são galpões abertos lateralmente.

Para analisar o comportamento da estrutura variou-se o valor da deformabilidade da ligação viga-pilar (representada por uma mola de flexão) de um valor muito grande para um muito pequeno. Assim, para valores de rigidez muito grandes a ligação se torna praticamente rígida e para valores de rigidez muito pequenos a ligação se torna praticamente articulada.

Para cada valor da deformabilidade da ligação foram selecionados os respectivos momentos fletores nas ligações viga-pilar, nas ligações pilar-fundação, a flecha na ligação viga-viga e a força de tração atuante no tirante. Com isto foram traçados os seguintes gráficos cujas formas são semelhantes para todos os exemplos.

O Gráfico 14 mostra o comportamento do momento fletor na ligação viga-pilar em função de sua deformabilidade à flexão. Através dele e dos demais gráficos traçados percebe-se que para valores de deformabilidade -  $\lambda_\phi > 0,1$  rad/kN.m a

ligação pode ser considerada uma articulação perfeita e para valores de  $\lambda_{\varphi} < 0,00001$  rad/kN.m a ligação pode ser considerada perfeitamente rígida. Estes valores limites foram determinados através da observação dos exemplos estudados, adequando-se muito bem em todos eles.

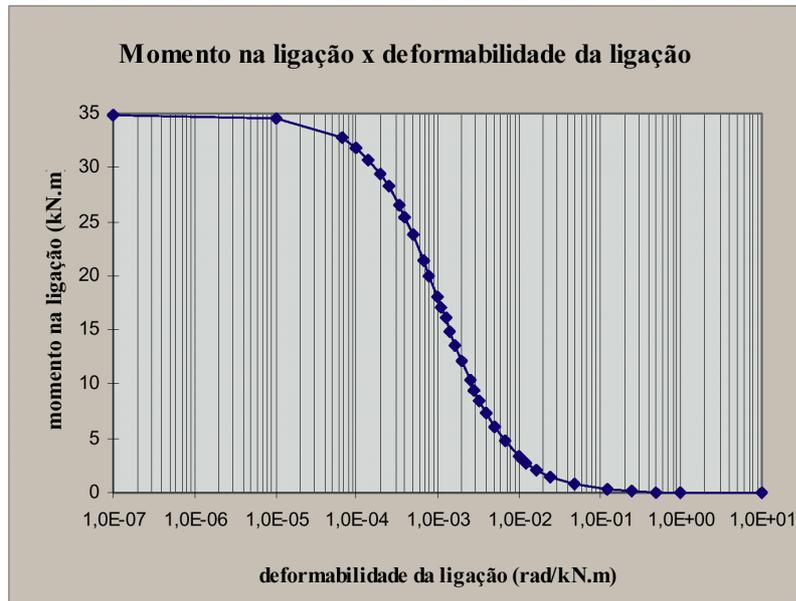


Gráfico 14 - Momento na ligação viga-pilar em função da sua deformabilidade (exemplo 4).

Semelhante comportamento pode ser observado no Gráfico 15 que representa a variação do momento fletor atuante na fundação, quando a ligação viga-pilar passa de perfeitamente rígida para perfeitamente articulada.

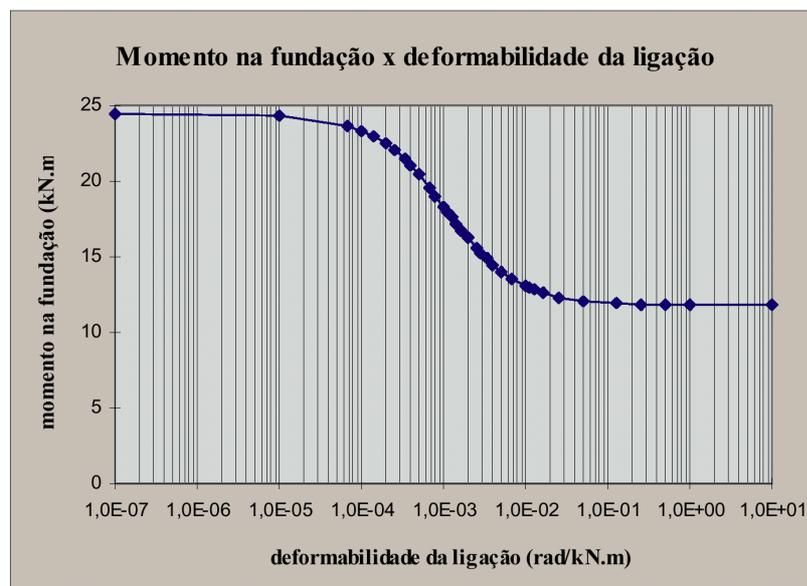


Gráfico 15 - Momento na fundação x deformabilidade da ligação viga-pilar (exemplo 4).

Nos Gráficos 16 e 17 estão representados os comportamentos da flecha e do esforço normal atuante no tirante em função da deformabilidade da ligação viga-pilar.

Observando-se os resultados nota-se que tanto a flecha como o esforço normal atuante no tirante sofreram mais a influência da deformabilidade da ligação viga-pilar nos exemplos de maiores vãos e aumentaram seus valores de acordo com o aumento da deformabilidade da ligação viga-pilar.

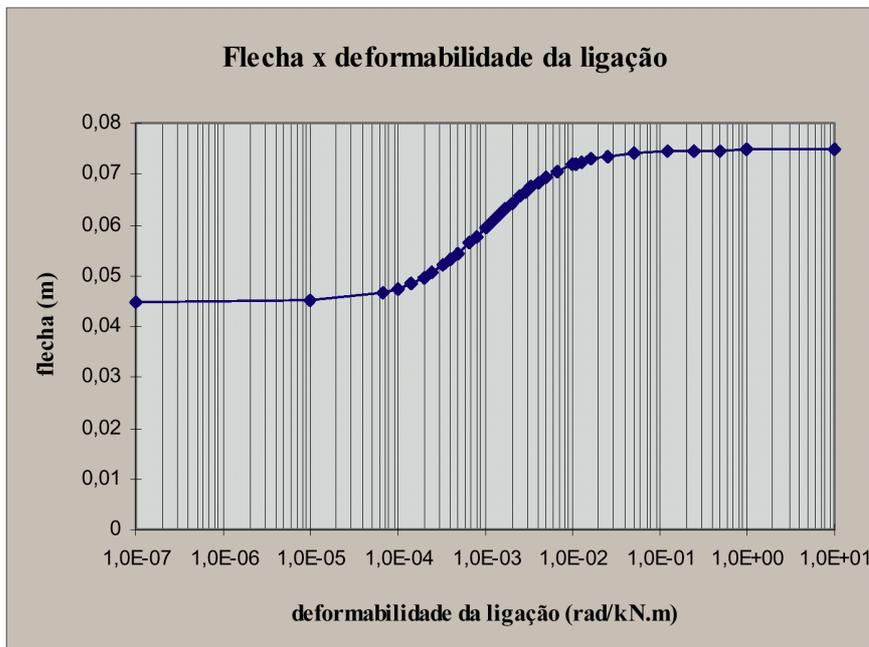


Gráfico 16 - Flecha na ligação viga-viga x deformabilidade da ligação viga-pilar (exemplo 4).

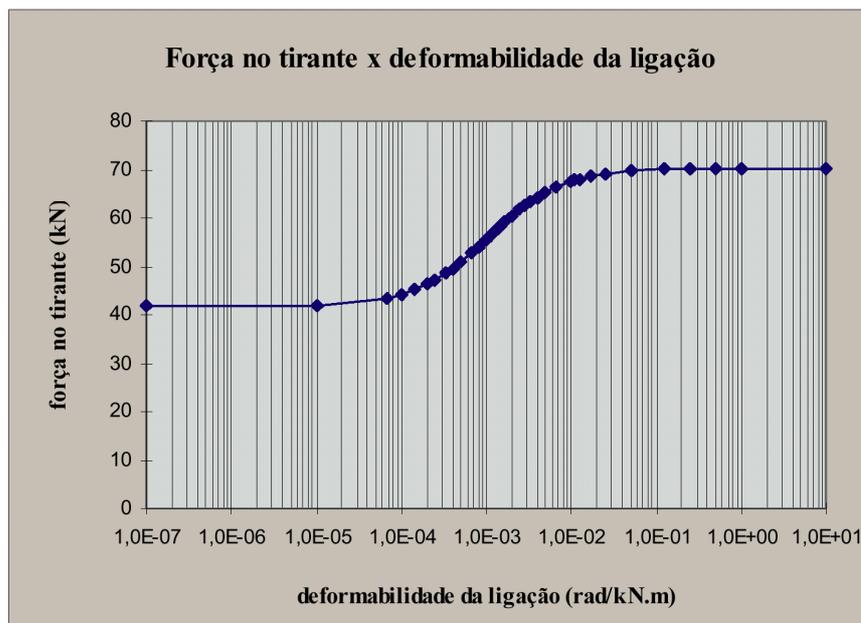


Gráfico 17 - Força normal no tirante x deformabilidade da ligação viga-pilar (exemplo 1).

Tendo em vista os valores obtidos para a deformabilidade da ligação (apresentados na Tabela 6) e os gráficos traçados a partir das simulações do

comportamento dos galpões sob a influência da deformabilidade da ligação viga-pilar em análise, elaborou-se as Tabelas 9 e 10. Nelas são apresentadas as variações (aumentos ou reduções) nos valores dos momentos fletores nas ligações viga-pilar e nas ligações pilar-fundação, da flecha na ligação viga-viga e da força de tração atuante no tirante para os diferentes valores da deformabilidade à flexão da ligação, em relação à condição de engastamento total entre a viga e o pilar.

Tabela 9 - Redução nos momentos fletores.

momento fletor na ligação viga-pilar						momento fletor na fundação					
A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
-	5%	6%	6%	12%	19%	-	3%	3%	3%	6%	10%

Tabela 10 - Aumento da flecha e da força no tirante.

flecha na ligação viga-viga						força atuante no tirante					
A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
-	4%	4%	4%	8%	13%	-	4%	4%	4%	8%	13%

Nas Tabelas 9 e 10 as letras maiúsculas referem-se às seguintes considerações:

- A - elementos de concreto infinitamente rígidos;
- B - procedimento analítico desenvolvido por FERREIRA (1993);
- C - análise numérica com a utilização do programa LUSAS (1995);
- D - fase linear do ensaio no modelo da ligação (EML);
- E - fase em serviço do ensaio no modelo da ligação (EML);
- F - momentos antes da ruptura do modelo da ligação (EML).

De acordo com as Tabelas 9 e 10 percebe-se que quando os elementos de concreto são considerados infinitamente rígidos praticamente não há alteração nos valores dos momentos fletores na ligação viga-pilar e na fundação, nas flechas e na força atuante no tirante, com relação à condição de engaste perfeito.

Os valores da deformabilidade da ligação determinados a partir do desenvolvimento analítico proposto por FERREIRA (1993), da simulação numérica e para a fase linear do ensaio EML conduziram a variações aproximadamente iguais nos valores dos momentos na ligação viga-pilar e na fundação, nas flechas e na força atuante no tirante, com relação à condição de engaste perfeito.

As Tabelas 9 e 10 mostram que para o carregamento de serviço o momento na ligação viga-pilar é em torno de 12% menor daquele determinado com a consideração da ligação rígida. Por outro lado a flecha e a força atuante no tirante são aproximadamente 8% maiores.

Na ruptura o momento fletor atuante na ligação e o momento fletor atuante na fundação são em torno de 19% e 10% menores que aqueles determinados com a

consideração da ligação rígida, respectivamente. A flecha e a força atuante no tirante, por sua vez, são aproximadamente 13% maiores.

Recomenda-se que os valores percentuais apresentados nas Tabelas 9 e 10 sejam considerados como parâmetros de referência durante o dimensionamento e verificação dos pórticos, cabendo ao projetista a avaliação da influência destes valores e seus ajustes para adequação a cada caso de projeto dos galpões pré-moldados de concreto.

Destas análises pôde-se concluir que a deformabilidade da ligação obtida através da consideração dos elementos de concreto infinitamente rígidos conduz a valores muito baixos para a deformabilidade da ligação, que não condizem com o comportamento real da ligação. Os valores da deformabilidade da ligação determinados pelo procedimento analítico proposto por FERREIRA (1993), através das simulações numéricas e para a fase linear do ensaio EML são diferentes, porém suas influências no comportamento dos galpões são praticamente iguais. As deformabilidades da ligação nas fases de serviço e de ruptura do ensaio EML conduziram a variações mais significativas e mais realísticas nos valores dos esforços solicitantes e no deslocamento vertical da estrutura dos galpões pré-moldados de concreto.

#### 4 CONCLUSÕES

Tendo em vista os resultados obtidos com o desenvolvimento da pesquisa foram estabelecidas algumas conclusões. São elas:

- O estudo da deformabilidade da ligação viga-pilar através das simulações numéricas comprovou que a análise linear de ligações entre elementos pré-moldados de concreto não é representativa do comportamento em serviço da ligação. Contudo, para a fase linear, o modelo simulado numericamente representou adequadamente a ligação em estudo. A simulação realizada no modelo da ligação viga-pilar, está detalhada em SOARES (1998). Estudos futuros podem levar a um modelo de análise não-linear que represente fielmente o comportamento da ligação.
- A ligação ensaiada apresentou um comportamento próximo ao de uma ligação rígida.
- Analisando-se os resultados do ensaio EML observou-se que o conjunto modelo/estrutura de reação sofreu acomodações significativas durante a aplicação do carregamento inicial, o que era previsível.
- O modelo analítico proposto previu, dentro de suas limitações, adequadamente as forças atuantes nos chumbadores 2 e 3 e na armadura de flexão do consolo.
- Pelas simulações realizadas na estrutura dos galpões pré-moldados ficou comprovado que, *para os casos analisados*, os valores de rigidez parcial da ligação viga-pilar superiores a 100.000 kN.m/rad traduzem um comportamento de ligação perfeitamente rígida e valores inferiores a 10 kN.m/rad traduzem um comportamento de ligação perfeitamente articulada.
- As simulações numéricas realizadas nas estruturas dos galpões pré-moldados mostraram que a influência da deformabilidade da ligação viga-pilar deve ser considerada no projeto destes galpões. Com base nos resultados obtidos constatou-se que, para carregamento de serviço, a redução no momento fletor atuante na ligação viga-pilar é da ordem de 12%, com relação à condição de engastamento

perfeito. Cabe salientar que os resultados obtidos são restritos aos exemplos estudados e não levam em consideração as acomodações da estrutura, que ocorrem desde sua fase de montagem. Contudo, os valores apresentados nas Tabelas 10 e 11 podem ser consultados como parâmetros de referência para projeto.

## 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fapesp, pela bolsa de Mestrado e auxílio financeiro concedido para a execução dos ensaios, assim como ao Prof. Toshiaki Takeya e aos técnicos do Laboratório de Estruturas da EESC-USP, pela consultoria e apoio na realização dos trabalhos experimentais.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (1992). **ASTM 370 - Standard test methods of steel products.**

CSM - Componentes, Sistemas e Máquinas para Concreto (1996). **Formas para sistemas pré-moldados.** Jaguará do Sul. /folder/

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G; MAHDI, A. (1992). Semi-rigid joint behaviour on Columns in precast concrete buildings. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 1992. **Cost C1: Proceedings.** Strasbourg, France. p.282-294.

ENGSTROM, B. (1985). Bolted beam-column connections for precast structures. In: CONNECTIONS BETWEEN PRECAST CONCRETE ELEMENTS-VTT SYMPOSIUM, 62., 1985. **Proceedings.** Sweden, Nordic Seminar. p.71-87.

FERREIRA, M.A. (1993). **Estudo de deformabilidades de ligações para a análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto.** São Carlos. 166p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FERREIRA, M.A. (1997). **Estudo teórico e experimental de deformabilidade em ligações entre elementos pré-moldados de concreto.** São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. /em andamento/.

LINDBERG, R; KERONEN A. (1992). Semi-rigid behaviour of a RC portal frame. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 1992. **Cost C1: Proceedings.** Strasbourg, France. p.53-63.

LUSAS (1995). **Finite element system, version 11.** Survey, UK, FEA.

VIRDI, R. S. ; RAGUPATHY P. (1992). Tests on precast concrete subframes with semi-rigid joints. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 1992. **Cost C1: Proceedings.** Strasbourg, France. p.120-132.

## ANEXO - Método analítico proposto

O método analítico proposto é baseado em FERREIRA (1993). Segundo o método a força atuante nos chumbadores é determinada de acordo com a Figura a. A letra  $x$  simboliza a região de compressão do consolo. FERREIRA (1993) recomenda  $x = 0,26(d_2+d_3)$ .

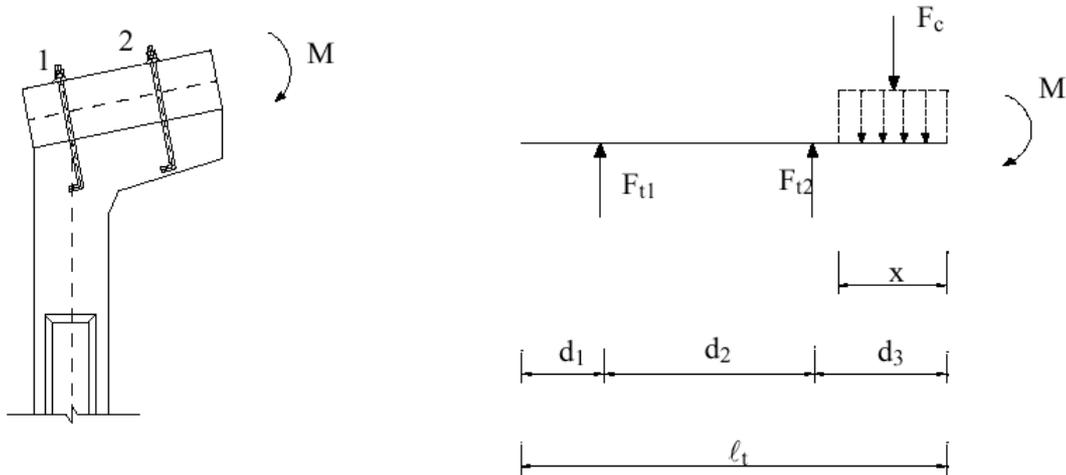


Figura a - Esquema estático - cálculo de  $F_{t1}$ ,  $F_{t2}$  e  $F_c$ .

Para a determinação das forças  $F_{t1}$  e  $F_{t2}$  são necessárias três equações que são, segundo os sentidos arbitrados na Figura a:

Equação de equilíbrio de forças;

$$F_{t1} + F_{t2} - F_c = 0 \quad (1)$$

Equação de equilíbrio de momentos;

$$M - F_{t1} \cdot d_1 - F_{t2} \cdot (d_2 + d_1) + F_c \cdot (d_3 + d_2 + d_1 - \frac{x}{2}) = 0 \quad (2)$$

3) Equação de compatibilidade de deslocamentos;

A equação de compatibilidade de deslocamentos foi determinada considerando a viga um corpo rígido, ou seja, a deformação por flexão da viga foi desconsiderada. Esta aproximação foi feita para evitar a hiperestaticidade do problema. Desta forma, de acordo com a Figura a:

$$F_{t1} \cdot (d_3 - x) = F_{t2} \cdot (d_2 + d_3 - x) \quad (3)$$

Com os valores de  $F_{t1}$  e  $F_{t2}$  ficam determinadas as *forças atuantes nos chumbadores*. Com o valor de  $F_c$  somado ao esforço cortante que atua na ligação, determina-se a força vertical atuante no consolo e conseqüentemente, obtém-se a *força atuante na armadura de flexão do consolo*.

# CONTRIBUIÇÃO DOS PAINÉIS PRÉ-MOLDADOS DE FECHAMENTO NO ENRIJECIMENTO DA ESTRUTURA PRINCIPAL: ESTUDO DE CASO

Vanessa C. Castilho<sup>1</sup> & Mounir K. El Debs<sup>2</sup> & Laercio S. Gil<sup>3</sup>

## RESUMO

*O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo da contribuição dos painéis de fechamento no enrijecimento da estrutura principal, com relação às ações laterais. Este estudo é desenvolvido mediante simulações numéricas, tomando como referência uma situação real de estrutura de concreto pré-moldado com fechamento de painéis pré-moldados de concreto arquitetônico. Os resultados obtidos indicam que a consideração dos painéis de fechamento, em uma estratégia de projeto na resistência da estrutura às ações laterais, pode proporcionar significativa economia na estrutura principal. Além disso, no trabalho estão ilustradas as diferenças decorrentes dos casos plano e fora dele, com relação aos deslocamentos horizontais.*

*Palavras-chave: pré moldados de concreto; painéis pré-moldados; deformabilidades das ligações.*

## 1 INTRODUÇÃO

Uma das aplicações do concreto pré-moldado que tem sido bastante explorada, principalmente nos Estados Unidos e na Europa, são os painéis de fechamento. Tais elementos têm sido empregados tanto para as estruturas principais em concreto pré-moldado, como em estruturas de concreto moldado no local e em estruturas de aço. Atualmente, estes painéis estão sendo introduzidos gradativamente no mercado brasileiro.

Normalmente, os painéis de fechamento têm um importante papel arquitetônico, principalmente nas fachadas de edificações, sendo comumente denominados de painéis pré-moldados arquitetônicos.

Na verdade, o termo concreto arquitetônico é mais amplo e refere-se a qualquer elemento de forma especial, ou padronizada, que mediante acabamento, forma, cor ou textura, contribui na forma arquitetônica, ou para efeito de acabamento da construção [PCI (1989)]. No entanto, as aplicações mais comuns são em painéis de fechamento, em fachadas de edifícios [TAYLOR (1992)].

---

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia de Estruturas, EESC-USP, castilho@sc.usp.br

<sup>2</sup> Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, mkdebs@sc.usp.br

<sup>3</sup> Coordenador de Engenharia da Reago Indústria e Comércio, <http://www.reago.com.br>

Como todo elemento pré-moldado, os painéis de fechamento são projetados para as fases transitórias, compreendidas desde o endurecimento do concreto até a montagem, e para as fases definitivas, que correspondem às posteriores à efetivação das ligações entre os elementos pré-moldados para formar a estrutura [PHILLIPS (1988), FIP (1982)].

Normalmente, para as situações em serviço, os painéis são projetados para transferir o seu peso e a ação do vento para a estrutura principal.

Para que isso ocorra, a escolha dos movimentos liberados e posicionamento das ligações entre o elemento de fechamento e a estrutura principal são de fundamental importância no comportamento tanto dos painéis como da estrutura. Neste sentido, procura-se projetar as ligações tendo em vista as seguintes recomendações: a) ligações capazes de resultar um sistema estaticamente determinado; e b) as ligações devem acomodar as variações volumétricas e deformações da estrutura principal.

Em termos gerais, pode-se dizer que as ligações empregadas introduzem uma certa restrição abrangendo desde um grau mais desprezível até o mais considerável. Nas situações que este grau de restrição é significativo, ocorre uma interação entre os painéis de fechamento e a estrutura principal de forma a resultar um enrijecimento da estrutura principal com relação às ações laterais, tal como ocorre com fechamentos de alvenaria. Por outro lado, esta restrição produz solicitações adicionais nos painéis e nas suas ligações com a estrutura principal.

Estudos anteriores comprovam que o fechamento contribui para diminuir esforços e deslocamentos da estrutura principal, levando a estruturas mais econômicas [PUBAL (1988), GOODNO e PALSON (1986), HENRY e ROLL (1986), CHARNEY e HARRIS (1989) e GOODNO e CRAIG (1989)].

Um dos principais estudos sobre o assunto foi o desenvolvido por GAIOTTI (1990). Neste trabalho, o autor avaliou quantitativamente o efeito do enrijecimento em uma estrutura de 20 andares carregada lateralmente com e sem os painéis. Deste estudo, concluiu-se que os painéis de fechamento contribuem significativamente na rigidez lateral do edifício, recomendando-se, considerar no projeto estrutural, a interação dos painéis com a estrutura principal [GAIOTTI & SMITH (1992) GAIOTTI & SMITH (1993)].

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo da contribuição dos painéis de fechamento no enrijecimento da estrutura principal, com relação às ações laterais. Este estudo é desenvolvido mediante simulações numéricas, tomando como referência uma situação real de estrutura de concreto pré-moldado com fechamento de painéis pré-moldados de concreto arquitetônico.

## **2 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA**

A estrutura principal é constituída de pilares pré-moldados engastados na fundação com vigas simplesmente apoiadas, através de pinos. Os painéis de fechamento, dispostos na direção horizontal, são ligados diretamente nos pilares.

Neste trabalho é feita a análise de uma parte da estrutura, correspondendo a uma elevação de pilares.

Os painéis de fechamento possuem largura constante de 2500mm com os comprimentos indicados na Figura 1, possuindo espessura total de 180mm sendo 30mm de camada final de acabamento arquitetônico, conforme mostrado na Figura 2.

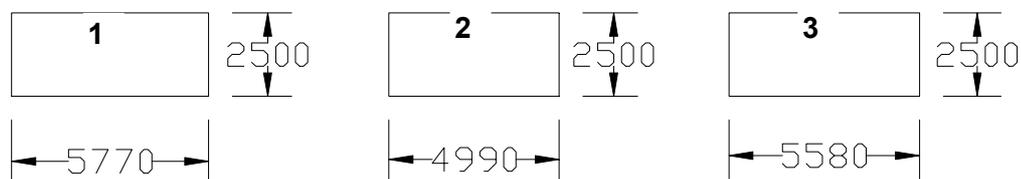


Figura 1 - Tipos de painéis utilizados ao longo da estrutura (medidas em mm)

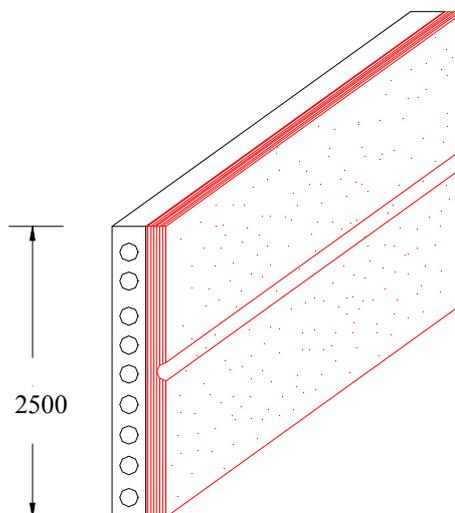


Figura 2 - Vista do painel de fechamento com o acabamento (dimensões em mm)

Os painéis são dispostos uns sobre os outros mediante apoio de elastômero, e ligados aos pilares através de insertos metálicos, conforme representado na Figura 3.

Assim, para as ações verticais, as forças são transmitidas dos painéis superiores para os inferiores e do primeiro painel para a parte inferior dos pilares, mediante consolos, ou diretamente para os blocos de fundação, conforme o caso. De forma independente, as ações horizontais são transmitidas diretamente aos pilares, através de ligações mostradas na Figura 4. A flexibilidade do pino da ligação, com comprimento de 200mm, permite a acomodação dos painéis, frente às variações volumétricas de temperatura, retração e fluência.

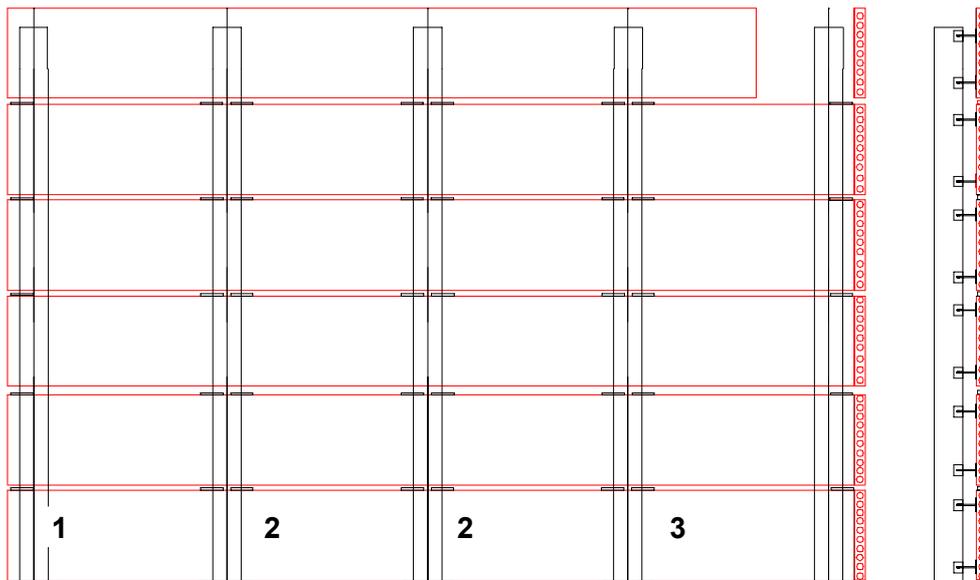


Figura 3 - Disposição dos painéis na estrutura analisada

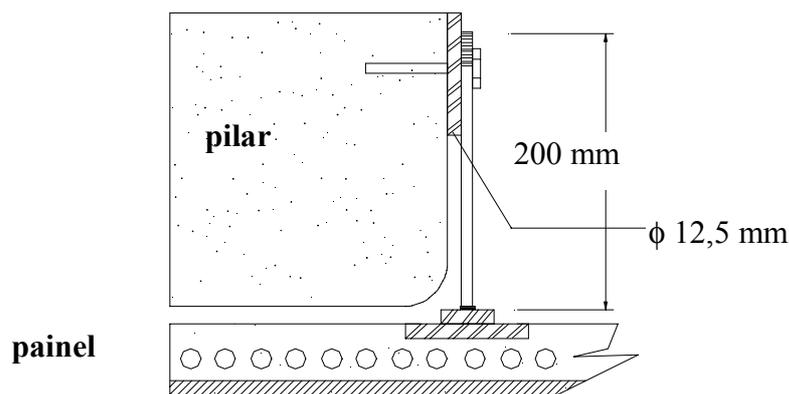


Figura 4 - Tipo de ligação utilizada para interligar painéis e estrutura principal

### 3 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

Em geral, no projeto dos painéis pré-moldados de fechamento devem ser previstas as seguintes situações definitivas: a) ação vertical correspondente ao peso próprio; b) ação lateral devido ao vento incidindo perpendicularmente ao plano do painel, c) ações indiretas correspondentes às variações volumétricas (temperatura, retração e fluência). Devem ainda ser consideradas as fases transitórias de desmoldagem, transporte e montagem, com a ação do peso próprio afetado por efeito dinâmico e as resistências correspondentes à data da operação.

Tendo em vista o objetivo do trabalho, esta análise é limitada as situações definitivas para a ação das variações volumétrica dos painéis (etapa da análise dos painéis) e para a ação lateral do vento, atuando na parte da estrutura correspondente à elevação de pilares, mostrada anteriormente.

Os valores das ações consideradas foram: a) vento na estrutura de  $q = 0,8 \text{ kN/m}^2$  e b) deformação na direção do comprimento dos painéis, englobando os efeitos de temperatura, retração e fluência, de  $-25 \times 10^5$ .

Assim, foram considerados dois carregamentos: carregamento 1 - vento na estrutura e carregamento 2 - vento na estrutura e deformação nos painéis.

A parte da estrutura, para os dois carregamentos, foi modelada da seguinte forma: a) pilares como elementos de barra perfeitamente engastados na fundação (Figura 5); b) vigas como elementos de barra perfeitamente articulados nos pilares; c) os painéis como elementos de casca, dispostos excêntricamente em relação ao pórtico formado pelos pilares e vigas; d) a ligação dos painéis com o pilares como barra de aço. Dessa forma, resultou um modelo tridimensional formado por elementos de barra e de casca. Os materiais foram considerados com comportamento elástico-linear.

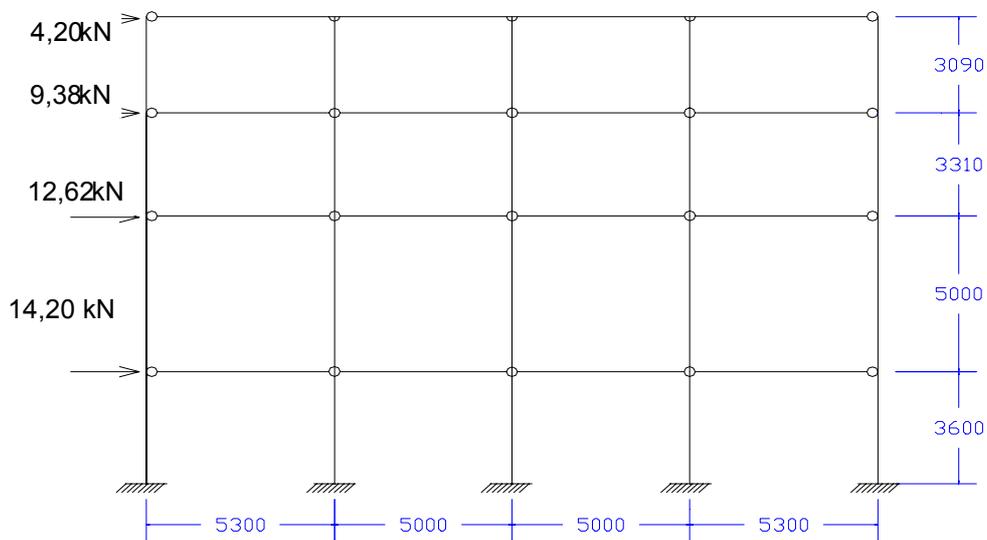


Figura 5- Modelo de análise de pilares e vigas

Nesta análise foi utilizado o *software* LUSAS (1995), um programa para análise estrutural, através do método dos elementos finitos. O sistema "LUSAS" possui uma biblioteca de mais de 100 tipos de elementos finitos aplicados em engenharia. Estes elementos finitos podem analisar as seguintes estruturas: a) elementos de barras; b) vigas; c) superfícies 2-D e 3-D; d) placas; e) chapas; f) membranas; g) ligações.

Os valores adotados para a resolução do exemplo estão listados a seguir:

- Módulo de elasticidade longitudinal do concreto :  $E_c = 31,30 \text{ GPa}$
- Módulo de elasticidade longitudinal do aço :  $E_c = 210 \text{ GPa}$
- Áreas das seções transversais das vigas (200mmx400mm) e pilares (600mmx600mm):  $A_v = 0,0800\text{m}^2$   $A_p = 0,3600\text{m}^2$
- Momentos de inércia das vigas e pilares  $I_v = 0,0432\text{m}^4$   $I_p = 0,00521\text{m}^4$
- Espessura do painel, considerado maciço, de 180mm
- Discretização do painel em elementos finitos - 150 elementos em cada painel

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Análise da estrutura realizada

Na primeira análise, foi feita uma avaliação do comportamento da estrutura, considerando o pórtico, formado pelos pilares e vigas sem a consideração dos painéis em comparação com o modelo tridimensional idealizado, e pinos da ligação com o comprimento efetivamente empregado de 200mm.

Em relação ao carregamento 1 (apenas a ação do vento) atuando na estrutura, os deslocamentos horizontais no topo dos pilares são os indicados na Tabela 1.

Tabela 1 - Deslocamento horizontal no topo do pilar com a ação do vento

Análises	Deslocamento no topo do edifício (mm)
pórtico sem painéis	11,24
modelo com os painéis no plano	11,03
modelo tridimensional com os painéis dispostos excêntrica de 200mm	11,03

Ainda considerando apenas a ação do vento no modelo tridimensional, resultam os esforços na ligação, indicados na Figura 6 e os valores extremos das tensões principais, indicados na Figura 7. Cabe salientar que os valores dos esforços na ligação correspondem à resultante da soma vetorial das duas componentes na direção do plano.

Para o carregamento 2 (vento na estrutura e deformação nos painéis) os esforços, na ligação e os valores extremos das tensões principais são os indicados, respectivamente, nas Figuras 8 e 9.

Os resultados encontrados mostram que, como seria de esperar, o grau de restrição promovido pelos painéis de fechamento é desprezível, pois o deslocamento horizontal no topo dos pilares praticamente não foi afetado.

Por sua vez, os esforços na ligação dos painéis na estrutura principal, bem como as tensões principais nos painéis, são bastante baixos para os dois carregamentos.

A resistência da ligação é governada pela resistência do pino de aço e pela resistência do concreto junto ao inserto metálico.

A resistência característica da ligação medida em ensaio foi de 23 kN. Indicando que existe elevado nível de segurança na ligação, uma vez que os esforços solicitantes são bastante inferiores.

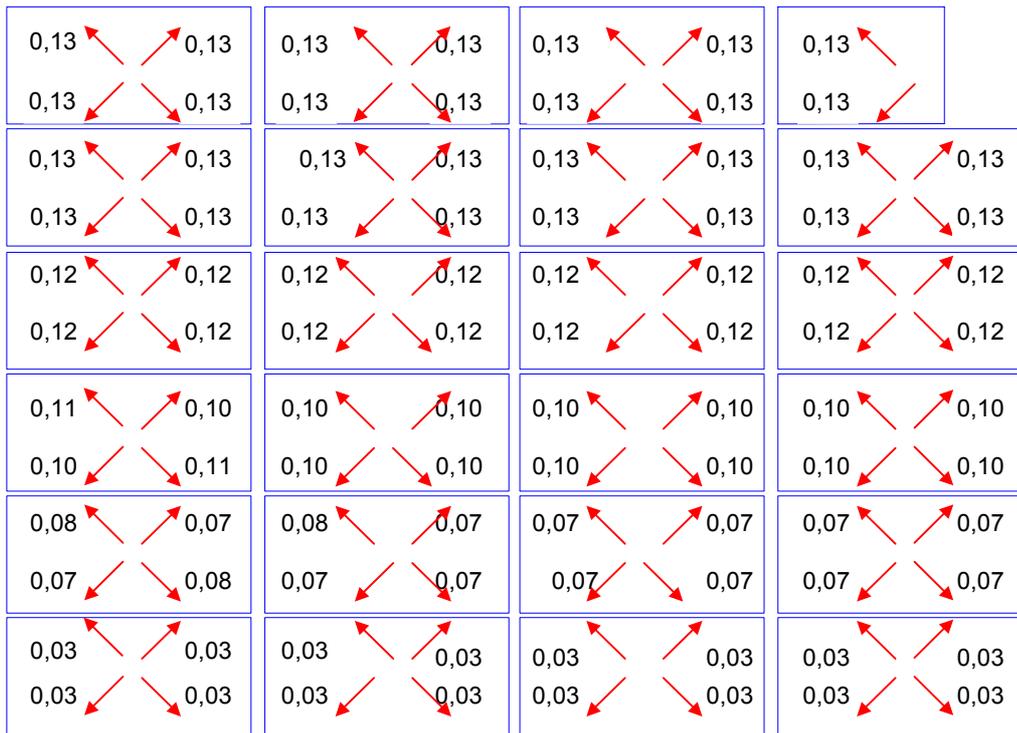


Figura 6 - Esforços de cisalhamento em kN: carregamento 1, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 200mm

2,155    3,51	-0,5673    3,542	-0,567    3,558	0,774
0,792    -0,532	3,533    -0,569	3,552    -0,568	4,048
2,144    3,43	-0,5621    3,464	-0,560    3,487	-0,521    0,994
0,772    -0,528	3,457    -0,563	3,482    -0,561	3,497    2,081
2,042    3,21	-0,534    3,25	-0,531    3,27	-0,493    0,936
0,72    -0,502	3,244    -0,535	3,274    -0,532	3,293    1,968
1,786    2,744	-0,465    2,787	-0,461    2,816	0,426    0,805
0,61    -0,440	1,343    -0,465	2,817    -0,460	2,836    1,700
1,132    1,97	-0,337    1,994	-0,331    1,974	-0,305    0,574
0,447    -0,318	2,010    -0,334	2,021    -0,318	2,028    1,213
0,523    0,804	-0,133    0,799	-0,130    0,797	-0,119    0,226
0,187    -0,124	0,816    -0,130	0,807    -0,128	0,800    0,472

Figura 7 - Valores extremos das tensões principais em kPa: carregamento 1, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 200mm



Figura 8 - Esforços de cisalhamento em kN; carregamento 2, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 200mm

2,155	13,478	3,964	13,79	3,968	13,821	2,825	
8,332	3,609	13,781	3,947	13,80	3,955	2,532	
3,386	13,362	3,995	13,684	4,014	13,718	3,718	9,490
8,268	3,639	13,671	3,982	13,709	4,005	13,459	3,396
3,476	13,057	4,216	13,382	4,241	13,422	3,963	9,296
8,103	3,859	13,371	4,206	13,415	4,237	13,172	3,516
3,723	12,389	4,781	12,731	4,824	12,772	4,556	8,857
7,759	4,423	12,73	4,781	12,774	4,825	12,522	3,828
4,182	11,315	5,871	11,62	5,927	11,643	5,686	8,101
7,234	5,544	11,648	5,899	11,663	5,946	11,399	4,476
5,164	9,687	7,661	9,953	7,691	9,949	7,435	6,975
6,412	7,381	9,983	7,690	9,969	7,771	9,683	5,544

Figura 9 - Valores extremos das tensões principais em kPa: carregamento 2, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 200mm

## 4.2 Análise da influência do comprimento do pino

Tendo em vista o interesse de analisar a interação entre painéis de fechamento e a estrutura principal, foi feita uma análise da influência da deformabilidade da ligação, variando o comprimento do pino, considerando o modelo tridimensional com os dois carregamentos citados.

Na Figura 10, mostra-se a variação do deslocamento horizontal no topo do pilar em função do comprimento do pino da ligação, para o carregamento 1 (vento). Observa-se que a redução do comprimento do pino diminui a deformabilidade da ligação, promovendo um enrijecimento da estrutura, frente às ações laterais, o que reflete uma redução no deslocamento no topo do pilar.

Já os esforços nas ligações aumentam com a redução do comprimento do pino, conforme ilustrado pela Tabela 2, na qual estão listados os deslocamentos horizontais no topo dos pilares, os esforços nas ligações e os valores das tensões principais nos painéis, para os dois carregamentos considerados, com comprimento do pino de 200mm, 50mm e 10mm.

Os valores mostrados na Tabela 2 indicam que os esforços e as tensões principais crescem com a redução do comprimento, de forma diferente nos dois carregamentos. Com o carregamento 2, o crescimento destes parâmetros é bastante acentuado, devido à variação volumétrica dos painéis.

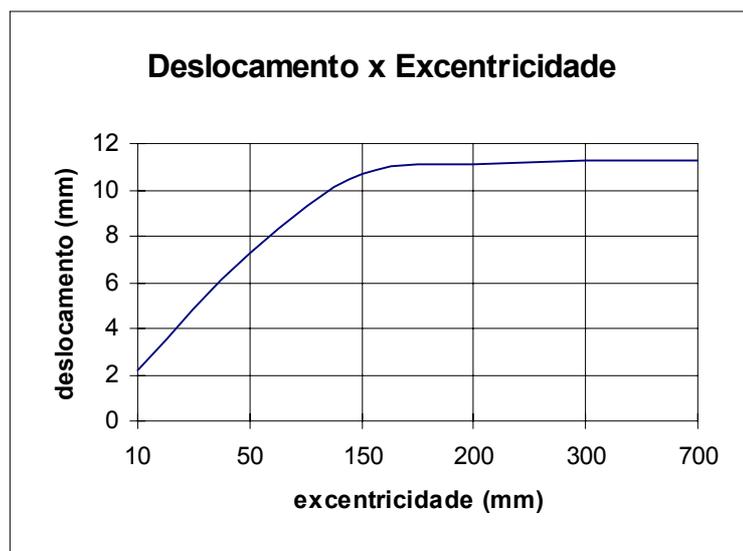


Figura 10 - Representação da excentricidade x deslocamento

Tabela 2 - Efeito do comprimento do pino no deslocamento no topo dos pilares de seção 600mm x 600mm, esforços e tensões principais

Comprimento do pino	Carregamento 1			Carregamento 2	
	Deslocamento (mm)	esforços nas ligações (kN)	tensões principais nos painéis (kN/m <sup>2</sup> )	esforços nas ligações (kN)	tensões principais nos painéis (kN/m <sup>2</sup> )
e=200mm	11,03	0,98	6,56	0,43	13,85
e=50mm	7,31	2,30	60,45	6,80	224,86
e=10mm	2,21	5,20	214,47	45,6	1391,15

Observa-se também que, para comprimento de pino de 10mm, os esforços nas ligações são superiores aos valores de resistência, embora as tensões principais indicassem que não haveria dificuldades em dimensionar os painéis para a situação em questão.

Com o comprimento de 50mm, observa-se que os esforços nas ligações estariam dentro dos limites aceitáveis. Tomando o valor máximo de 6,80 kN, multiplicado pelo coeficiente de ponderação das ações de 1,4 tem-se 9,53 kN, ainda dentro da faixa segura. Já as tensões principais de 0,224 MPa indicam que as solicitações são bastante baixas, não exigindo armadura adicional.

### 4.3 Análise com redução das dimensões dos pilares

Conforme foi visto, variando o comprimento do pino, pode-se variar a rigidez da estrutura, cujo efeito pode ser aproveitado fazendo seu redimensionamento de forma a reduzir as dimensões dos pilares.

Tomando como referência o deslocamento horizontal no topo do pilar, pode-se reduzir a seção dos pilares de 600mm x 600mm para 500mm x 500mm com comprimento do pino da ligação de 50mm, ou seja, o deslocamento horizontal no topo do pilar da situação real com pilares de 600mm x 600mm com comprimento do pino de 200mm é aproximadamente igual ao de pilares de 500mm x 500mm com comprimento de pino de 50mm.

A partir daí, observa-se uma redução do volume de concreto da seção de 600mm x 600mm para 500mm x 500mm em torno de 31%, mas deve-se salientar que tal redução implica também o aumento dos esforços nas ligações, o que, em alguns casos, pode inviabilizar o projeto. Portanto, deve-se analisar a relação de custos entre volume do concreto e das ligações para cada caso e definir se a redução acarreta gastos menores.

Pode-se, ainda, com a diminuição da seção do pilar, obter uma redução da armadura utilizada. Portanto, tem-se, a partir dos resultados:

<b>PILAR 500mm X 500mm</b>	<b>PILAR 600mm X 600mm</b>
$\begin{cases} M= 4520,03 \text{ kN} \cdot \text{cm} \\ N=-8,13 \text{ kN} \end{cases}$	$\begin{cases} M= 5407 \text{ kN} \cdot \text{cm} \\ N=-9,12 \text{ kN} \end{cases}$
$A_s = 5,75\text{cm}^2 \therefore 8\phi 10(6,40\text{cm}^2)$	$A_s = 8,28\text{cm}^2 \therefore 8\phi 12,5(10\text{cm}^2)$
<u>resulta <math>\rho = 0,256\%</math></u>	<u>resulta <math>\rho = 0,278\%</math></u>

Portanto as taxas de armadura, para ambas as situações serão bem próximas. A redução de 31% no volume de concreto corresponde a uma redução da ordem de 20% no custo dos pilares. Cabe destacar que a redução no volume do concreto, acarreta a mesma redução do peso do pilar, fato importante por se tratar de elemento pré-moldado.

Na Tabela 3 estão mostrados os principais valores com pilares de 600mm x 600mm e comprimento de pino de 200mm comparado com pilares de 500mm x 500mm e comprimento do pino de 50mm. Nas Figuras 11 e 12 estão ilustrados os

valores máximos das tensões principais e os máximos esforços nas ligações para o carregamento 2, respectivamente.

Tabela 3 - Deslocamento no topo do pilar, esforços e tensões principais para pilar de 600mm x 600mm para comprimento do pino de 200mm; pilar de 500mm x 500mm e comprimento do pino de 50mm

situação	Carregamento 1			Carregamento 2	
	Deslocamento (mm)	esforços nas ligações (kN)	tensões principais nos painéis (kN/m <sup>2</sup> )	esforços nas ligações (kN)	tensões principais nos painéis (kN/m <sup>2</sup> )
pilares 600x600mm <sup>2</sup> pino de 200mm	<b>11,03</b>	<b>0,98</b>	<b>6,56</b>	<b>0,43</b>	<b>13,85</b>
pilares 500x500mm <sup>2</sup> pino de 50mm	<b>11,15</b>	<b>3,14</b>	<b>88,81</b>	<b>7,81</b>	<b>251,77</b>
pilares 600x600mm <sup>2</sup> pino de 10mm	<b>2,21</b>	<b>6,29</b>	<b>219,92</b>	<b>851,00</b>	<b>196660,0</b>

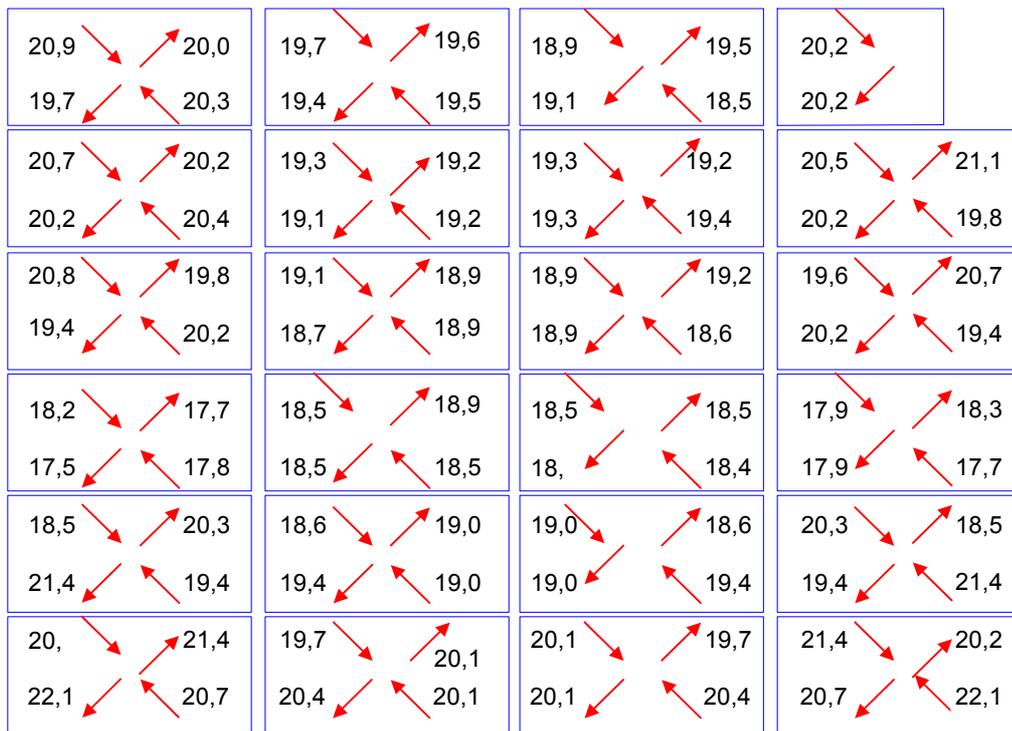


Figura 11 - Esforços de cisalhamento em kN; carregamento 2, pilares 500x500mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 50mm

490	690	740	740	720	730	730	
470	700	730	730	720	710	720	
480	690	720	720	720	720	700	510
470	700	710	720	720	720	700	490
470	680	710	710	710	710	670	500
460	680	700	710	710	700	680	480
440	640	700	700	700	700	640	460
430	630	700	700	700	700	640	450
450	690	710	710	710	700	690	470
490	610	730	720	720	730	670	510
480	730	740	750	750	740	730	500
510	710	760	750	750	760	710	530

Figura 12 - Valores máximos das tensões em kPa; carregamento 2, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 50mm

4,31 3,74	2,88 3,39	3,32 2,99	3,04 3,39	3,33 3,09	3,19 3,44	3,32 3,11	
5,17 4,24	3,25 4,07	3,95 3,37	3,40 3,97	3,90 3,47	3,47 3,90	3,81 3,57	4,66 4,94
6,20 5,13	3,85 4,80	4,66 4,00	4,02 4,68	4,56 4,11	4,12 4,57	4,48 4,24	5,54 5,80
6,14 4,53	4,02 5,41	5,10 4,34	4,35 5,09	4,95 4,49	4,48 4,94	4,85 4,61	6,01 6,29
6,11 5,20	3,90 4,71	4,57 4,02	3,96 4,49	4,39 4,04	3,99 4,34	4,29 4,08	5,30 5,55
3,08 2,86	2,06 2,27	2,21 2,09	2,03 2,14	2,12 2,04	2,00 2,07	2,07 2,01	2,57 2,63

Figura 13 - Esforços máximos em kPa:carregamento 1, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 10mm

149,9	89,5	-16,74	95,80	-16,67	101,5	-16,50	
65,20	-15,95	92,83	-17,37	96,56	-17,56	97,02	
181,79	99,89	-20,09	105,7	-20,00	108,47	-17,73	90,23
73,16	-18,70	104,50	-20,29	108,43	-19,87	111,78	173,2
219,0	118,1	-23,78	127,8	-23,23	129,2	-20,85	107,2
89,12	-22,50	123,9	-23,84	128,9	-23,26	133,0	202,9
214,47	123,7	-26,22	134,8	-25,06	140,4	-22,51	116,4
77,09	-25,89	134,8	-26,09	140,67	-25,09	144,4	219,9
214,8	120,1	-23,26	122,6	-22,30	125,1	-20,12	102,5
90,80	-22,06	126,15	-22,76	127,3	-22,04	127,8	193,7
107,6	63,7	-11,27	63,5	-10,74	62,97	-9,61	49,73
50,71	-10,53	66,82	-10,70	65,13	-10,40	63,58	91,40

Figura 14 - Valores extremos das tensões principais em kPa: carregamento 1, pilares 600x600mm<sup>2</sup>, comprimento de pino de 10mm

Observa-se pelos resultados, que os esforços nas ligações e as tensões principais são aproximadamente iguais, quando se passa de pilares de 600mm x 600mm, com pino de comprimento de 50mm e de pilares de 500 x 500mm, com pino de comprimento 50mm. Observa-se que, a partir de excentricidades muito pequenas (Figuras 13 e 14) têm-se esforços e tensões relativamente maiores, o que, em alguns casos, pode inviabilizar o projeto. Assim, podem ser estendidas as mesmas considerações com relação à resistência da ligação e do dimensionamento dos painéis, que não deve significar sensíveis diferenças nos custos destas partes.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos podem ser relacionadas as seguintes conclusões:

- os painéis de fechamento de concreto pré-moldado podem ser incluídos numa estratégia de projeto para resistência da estrutura às ações laterais;
- a partir da consideração da interação entre painéis de fechamento com a estrutura principal pode-se obter uma redução nas solicitações da estrutura principal, variando a deformabilidade da ligação;
- o aumento do enrijecimento da estruturas pelos painéis de fechamento acarreta um aumento nos esforços nas ligações e nas solicitações dos painéis, sendo que os esforços nas ligações são mais críticos; e

d) mediante a estratégia de projeto de considerar os painéis de fechamento na resistência das ações laterais, podem ser atingidas significativas economias globais, a partir do redimensionamento dos pilares, levando, com isso, a estruturas mais econômicas. No exemplo, desenvolvido esta economia é da ordem de 20% no custo dos pilares.

## 6 AGRADECIMENTOS

Ao CNPQ e à FAPESP pelas bolsas de estudos concedidas à Engenheira Vanessa Cristina de Castilho e à REAGO Indústria e Comércio pelas informações que possibilitaram a elaboração deste trabalho.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHARNEY, F. A.; HARRIS J. R. (1989). The effect of architectural precast concrete cladding on the lateral response of multistory buildings. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ARCHITECTURAL PRECAST CONCRETE CLADDING: ITS CONTRIBUTION TO LATERAL RESISTANCE OF BUIDINGS, Chicago, USA, 8-9 Nov. **Proceedings**.

FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTÉ (1982). **The design, manufacture and erection of architectural concrete elements: guide to good practice**. FIP.

GAIOTTI, R. ; STAFFORD SMITH, B. (1993). Effect of precast cladding on the wind load response of tall building structures. **PCI Journal**, v.38, n.2, p. 72-84.

GAIOTTI, R. ; STAFFORD SMITH, B. (1992). Stiffening of moment-resisting frame by precast concrete cladding. **PCI Journal**, v.37, n.5, p. 80-92.

GAIOTTI, R. (1990). **Interactive effects of non-structural elements on the behaviour of tall building structures**. Ottawa. 360p. Doctor degree thesis - University of Canadá.

GOODNO, B. J. ; CRAIG, J. I. (1989). Historical overview of studies on contribution of cladding to lateral resistance of buildings. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ARCHITECTURAL PRECAST CONCRETE CLADDING: ITS CONTRIBUTION TO LATERAL RESISTANCE OF BUIDINGS, Chicago, USA, 8-9 Nov. **Proceedings**.

GOODNO, B. J. ; PALSSON, H. (1986). Analytical studies of building cladding. **Journal of Structural Engineering**, v.112, n.4, p. 665-676.

HENRY, R. M. ; ROLL, F. (1986). Cladding-frame interaction. **Journal of Structural Engineering**, v.112, n.4, p. 815-834.

LUSAS (1995). **Finite element analysis system: user manual, versão 11.0**. Kingston upon Thames, UK, FEA - Finite element analysis.

PHILLIPS, W. R.; SHEPPARD, D. A. (1988). **Plant-cast precast and prestressed concrete: a design guide**. 3. ed. Mcgraw-Hill.

PRESTRESSED/PRECAST CONCRETE INSTITUTE (1989). **PCI manual for structural design and architectural precast concrete**. Chicago, PCI.

PUBAL, Z. (1986). **Theory and calculation of frame structures with stiffening walls**. Prague, Czechoslovakia, Elsevier.

TAYLOR, H. P. J. (1992). **Precast concrete cladding**. London, Edward Arnold.

# **PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS PARA A DETERMINAÇÃO DA DEFORMABILIDADE E DA RESISTÊNCIA DE UMA LIGAÇÃO VIGA-PILAR COM ELASTÔMERO SIMPLES E CHUMBADOR**

Marcelo de Araújo Ferreira<sup>1</sup> & Mounir Khalil El Debs<sup>2</sup>

## **RESUMO**

*No presente trabalho é apresentado um estudo de caso de uma ligação com almofada de elastômero e chumbador, para a qual é apresentado um desenvolvimento analítico para a determinação da deformabilidade ao cisalhamento e feita uma abordagem de um procedimento para a determinação da resistência ao cisalhamento. São apresentados os resultados dos ensaios de cisalhamento, onde foram variados a geometria da almofada e o diâmetro do chumbador.*

*A partir do modelo analítico para a determinação da deformabilidade ao cisalhamento da ligação obteve-se valores razoáveis em relação aos resultados experimentais, sendo em média 23% superiores. Todavia, tal modelo não se aplicou ao caso de uma ligação com almofada com um fator de forma maior do que cinco. As resistências ao cisalhamento calculadas corresponderam a valores entre 96 à 100% em relação aos valores experimentais.*

*Palavras-chave: concreto pré-moldado; ligações típicas; ligações semi-rígidas; mecanismos de deformação; deformabilidades de ligações.*

## **1 INTRODUÇÃO**

### **1.1 Informações preliminares**

O estudo do comportamento estrutural possui uma grande importância para o desenvolvimento dos sistemas construtivos em estrutura de concreto pré-moldado. Dentre as prioridades de pesquisa nesta área, as ligações entre os elementos estruturais são de grande interesse de estudo.

Do ponto de vista do comportamento estrutural, a presença das ligações é que diferencia basicamente uma estrutura de concreto pré-moldado de uma estrutura convencional. As ligações são regiões onde ocorrem concentrações das tensões que podem ou não mobilizar deslocamentos e esforços decorrentes dos elementos por elas ligados, fazendo com que haja uma redistribuição desses esforços ao longo da

---

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia de Estruturas, EESC-USP, marcelof@sc.usp.br

<sup>2</sup> Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, mkdebs@sc.usp.br

estrutura. Desta forma, o desempenho de um sistema estrutural e, conseqüentemente, o êxito nas suas aplicações, está diretamente relacionado com o desempenho das suas ligações.

Ao contrário do que ocorre na análise das estruturas monolíticas de concreto, correntemente, as estruturas de concreto pré-moldado são concebidas e projetadas a partir da hipótese de que as suas ligações viga-pilar se comportam como articulações perfeitas. De fato, esta consideração ocorre em função de que a maior parte das estruturas pré-moldadas são empregadas em edificações com poucos pavimentos, tendo-se uma tendência maior para o emprego das ligações consideradas como articuladas.

Os procedimentos para a análise estrutural de pórticos com nós semi-rígidos estão amplamente divulgada na literatura técnica. Em MONFORTON & WU (1963), BRUN & PICARD (1976) e em FAFARD et al. (1990), encontram-se desenvolvimentos matemáticos, onde são apresentadas modificações para as matrizes de rigidez e para os esforços de bloqueio dos elementos da estrutura, para se levar em conta as deformabilidades das ligações. Estes desenvolvimentos estão apresentados de forma detalhada em FERREIRA (1993), onde também foram incorporadas deformabilidades axiais nas extremidades dos elementos de barra, além da flexão. Tais procedimentos podem ser aplicados diretamente na modificação de rotinas, que se utilizem do processo dos deslocamentos, para transformá-las em programas computacionais para o cálculo de pórticos com nós semi-rígidos. Por outro lado, atualmente existem vários programas disponíveis para o cálculo estrutural, os quais possuem em suas rotinas modelos para a consideração da rigidez das ligações nas extremidades dos elementos estruturais, com a utilização de molas que compõem os mecanismos de deformação da ligação.

Todavia, todo este conhecimento e mesmo os recursos computacionais atuais não são aplicados na prática para a análise das estruturas pré-moldadas, devido à falta do conhecimento que se tem sobre as deformabilidades das ligações típicas que compõem as estruturas pré-moldadas. Neste contexto, a determinação das deformabilidades nas ligações constitui-se em uma questão chave para a aplicação prática da análise das estruturas pré-moldadas.

## **1.2 Determinação analítica da deformabilidade de uma ligação**

A determinação dos valores das deformabilidades das ligações em estruturas de concreto pré-moldado tem sido feita, geralmente, por meio de resultados experimentais e, raramente, por meio de modelos analíticos ou numéricos. Entretanto, as metodologias que se baseiam somente nos procedimentos experimentais possuem um custo elevado e os resultados quantitativos obtidos nos ensaios, a rigor, são limitados apenas para as ligações com o mesmo detalhamento, materiais e dimensões da ligação ensaiada, tendo-se assim uma aplicação restrita do ponto de vista prático. Também, na maior parte dos trabalhos experimentais existentes tem-se a preocupação apenas com a determinação do valor global da rigidez da ligação, não sendo fornecidas maiores indicações sobre os parâmetros internos da ligação que interferem na deformabilidade da ligação. Por esta razão, ainda não se formou uma base de dados suficiente sobre o comportamento qualitativo da rigidez, nem se dispõe de critérios e diretrizes para o projeto de ligações típicas, que levem em conta a rigidez.

Entre as alternativas metodológicas para a abordagem da questão, é consenso entre os especialistas de que a utilização de modelos analíticos para a determinação da deformabilidade em ligações é de grande interesse para a aplicação nos procedimentos de projeto das ligações, uma vez que possibilitam ao projetista condições de avaliar a rigidez da ligação em função dos parâmetros dos componentes internos da ligação.

No presente trabalho é apresentada a aplicação de uma metodologia analítica para a determinação das deformabilidades em duas ligações viga-pilar típicas, a qual teve início em FERREIRA (1993) e foi consolidada posteriormente em FERREIRA (1999). Dentro dessa metodologia, os parâmetros internos relacionados com as deformações dos elementos que compõem a ligação são definidos como “mecanismos básicos de deformação”. O modelo analítico procura obter a deformabilidade de uma determinada ligação através de um equacionamento que represente o comportamento em conjunto dos mecanismos básicos de deformação presentes na ligação.

A expressão final para a deformabilidade da ligação resulta da associação das deformabilidades dos componentes da ligação. A associação dos mecanismos de deformação, por sua vez, é feita a partir da montagem do sistema de forças para a ligação na sua configuração deformada, associando-se a cada força uma deformação correspondente a um dado mecanismo de deformação (representada por uma mola), fazendo a compatibilidade dos deslocamentos.

## **2 PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS APLICADOS À LIGAÇÃO VIGA-PILAR COM ALMOFADA DE ELASTÔMERO NÃO FRETADO E CHUMBADOR**

As ligações viga-pilar com almofada de elastômero simples e chumbador têm sido largamente empregadas no Brasil, com aplicações em estruturas para galpões de uso múltiplo e também para edificações de mais de um pavimento com pequena altura, em razão do seu baixo custo e da sua simplicidade construtiva. Na figura 1 são apresentados alguns dos detalhamentos utilizados para essa ligação.

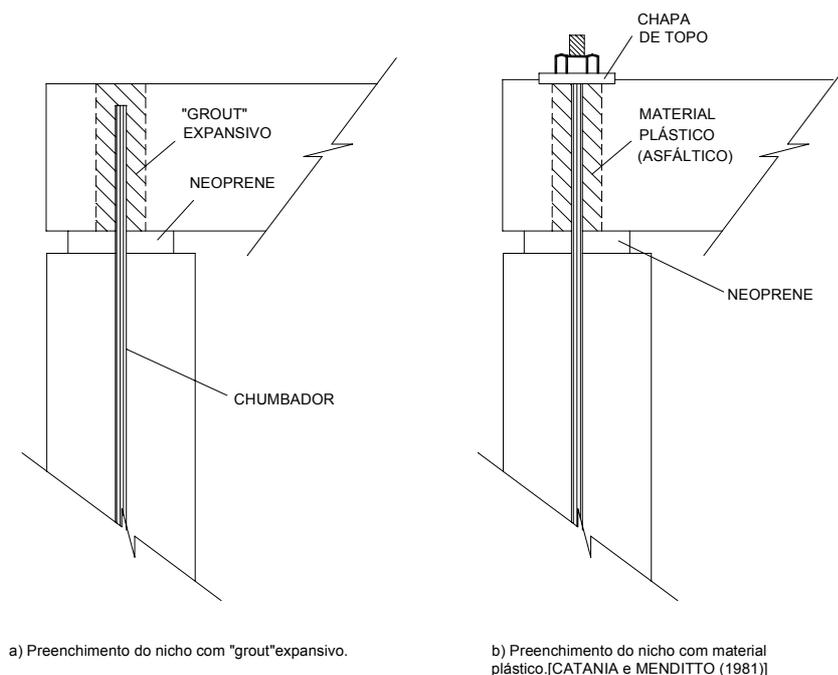


Figura 1 – Detalhamentos para a ligação viga-pilar com almofada de elastômero e chumbador

Tradicionalmente, considera-se que o chumbador possui apenas a função de garantir a estabilidade lateral do elemento de viga, não se levando em conta os esforços horizontais transmitidos pela ligação. Todavia, em razão do detalhamento construtivo corrente no Brasil, conforme indicado na figura 1a, onde o nicho do chumbador é preenchido com graute não retrátil, tem-se a solidarização do chumbador com ambos os elementos. Desta forma, a ligação oferece uma restrição parcial aos deslocamentos horizontais relativos, fazendo com que o chumbador transmita esforços horizontais da viga para a coluna. Compreender o funcionamento deste mecanismo é de suma importância para que se possa estimar os esforços de restrição na ligação.

A presença da almofada de elastômero na interface da ligação proporciona uma altura livre entre os elementos, fazendo com que haja uma excentricidade entre as forças de cisalhamento horizontais nos elementos, gerando solicitações combinadas de cortante e flexão no chumbador. Este fenômeno depende da relação existente entre o diâmetro do chumbador e da espessura da almofada na interface da ligação.

O comportamento ao cisalhamento da ligação, tanto com relação à sua deformabilidade quanto à sua resistência, é influenciado pelo efeito do atrito na interface da ligação entre os elementos de concreto. LIN (1991) verificou que a deformabilidade ao cisalhamento da ligação está inversamente relacionada com o atrito na almofada de elastômero. ENGSTRÖM (1992a) verificou que o efeito do atrito na ligação contribui para o acréscimo da resistência última ao cisalhamento da ligação, gerando uma tensão de tração no chumbador, sendo, neste para esta situação, necessário que o chumbador esteja ancorado em ambas as suas extremidades. Este mecanismo, conhecido como sistema "tie connections", foi estudado por LINDBERG (1992) para ligações viga-pilar com almofada de elastômero

em traves planas submetidas à forças horizontais. Para grandes deslocamentos relativos entre os elementos de viga e de coluna, os chumbadores atuam como tirantes, conferindo uma resistência residual para a estrutura.

### 2.1 Cálculo da deformabilidade ao cisalhamento da ligação

Em FERREIRA (1999) é apresentado um desenvolvimento de equacionamento analítico para o cálculo da deformabilidade ao cisalhamento da ligação, conforme apresentado a seguir. Inicialmente, considerou-se a ocorrência de três mecanismos de deformação presentes na ligação, sendo:

1. *Mecanismo de Deformação ao Cisalhamento no Elastômero Não fretado*, (MDCI-EN), associado à deformabilidade  $\lambda_{\tau n}$ ;
2. *Mecanismo de Deformação ao Cisalhamento de uma Barra Inserida no concreto*, (MDCI-BI), associado à deformabilidade  $\lambda_{\tau bi}$ ;
3. *Mecanismo de Deformação ao Cisalhamento de uma Barra bi-engastada em dois elementos de concreto com altura Livre entre si*, (MDCI-BL), associado à deformabilidade  $\lambda_{\tau bl}$ .

Na figura 2 é apresentada uma esquematização por meio de molas, as quais representam os mecanismos de deformação presentes na ligação. As deformabilidades  $\lambda_{\tau bi}$  e  $\lambda_{\tau bl}$  estão associadas em série entre si. Estas, por sua vez, estão associadas em paralelo à deformabilidade ao cisalhamento do elastômero não fretado,  $\lambda_{\tau n}$ . A partir destas associações entre os mecanismos básicos de deformação a deformabilidade total de cisalhamento na ligação,  $\lambda_{\tau lig}$ , pode ser escrita por:

$$\lambda_{\tau lig} = \left( \frac{1}{\lambda_{\tau n}} + \frac{1}{\lambda_{\tau bl} + \lambda_{\tau bi}} \right)^{-1} \tag{1}$$

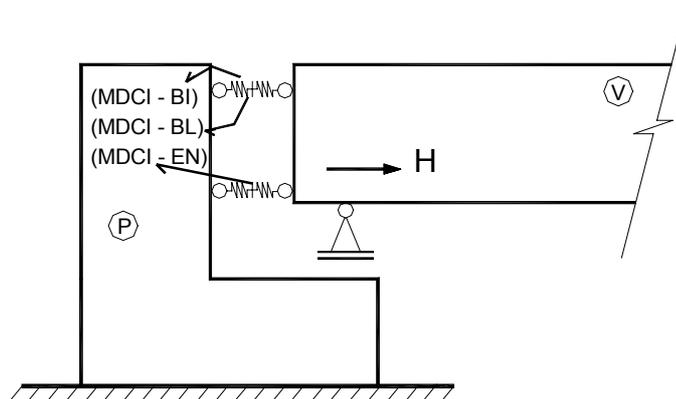


Figura 2 – Esquema com molas para o mecanismo de deformação ao cisalhamento em ligação viga-pilar com almofada de elastômero não fretado e chumbador

A deformabilidade ao cisalhamento da almofada de elastômero não fretado,  $\lambda_{\tau n}$ , é dada por:

$$\lambda_{tn} = \frac{h_n}{GA_o} \quad (2)$$

onde:

$h_n$  - espessura da almofada de elastômero  
 $A_o$  - área da superfície de apoio efetiva do elastômero  
 $G$  - módulo de deformação transversal

A deformabilidade ao cisalhamento da barra do chumbador na altura livre, considerada como uma barra bi-engastada com comprimento correspondente à espessura da almofada de elastômero,  $\lambda_{tb\ell}$ , é dada por:

$$\lambda_{tb\ell} = \frac{16 \cdot h_n^3}{3 \cdot \pi \cdot E_s \cdot \phi_b^4} \quad (3)$$

onde:

$E_s$  - módulo de elasticidade da barra do chumbador  
 $\phi_b$  - diâmetro da barra do chumbador

Em DEI POLI et al. (1992) é apresentado um desenvolvimento para o cálculo da deformabilidade ao cisalhamento de uma barra inserida em um elemento de concreto,  $\lambda_{tbi}$ , o qual foi baseado na analogia de uma viga sobre apoio elástico, solicitada transversalmente, ajustada por relações experimentais.

Todavia, no caso da ligação estudada tem-se uma barra inserida em dois elementos de concreto, com uma almofada de elastômero na interface da ligação, tendo-se assim uma excentricidade entre as solicitações horizontais nos elementos de concreto. Desta forma, tem-se uma alteração no mecanismo de deformação do chumbador nos trechos internos ao concreto, havendo a necessidade de se fazer alguns ajustes no equacionamento proposto originalmente por DEI POLI et al. (1992).

Procurando levar em conta esses efeitos, com base nas informações existentes na literatura e nos resultados experimentais obtidos em FERREIRA (1999), a deformabilidade ao cisalhamento de um dos trechos da barra inserido em um elemento de concreto, levando em conta os efeitos da interface da ligação na rigidez da barra, é dada por:

$$\lambda_{\tau lig} = \left[ 3,5 \cdot \alpha^3 \cdot E_s \cdot I_b \right]^{-1} \quad (4)$$

O fator “ $\alpha$ ” apresentado em DEI POLI et al. (1992), relaciona o módulo de rigidez do concreto com a rigidez da barra do chumbador, sendo dado pela expressão:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k_c \phi_b}{4E_s I_b}} \quad (4.1)$$

$$k_c = 127 \sqrt{f'_c} / (\phi_b)^{2/3} \text{ [MPa / mm]} \quad (4.2)$$

onde:

$K_c$  - módulo de rigidez de referência do concreto (em  $MPa/mm$ )  
 $\phi_b$  - diâmetro da barra (em  $mm$ )  
 $I_b$  - momento de inércia da barra  
 $f'_c$  - resistência à compressão do concreto (em  $MPa$ )

Para “n” barras dispostas em uma mesma linha da ligação, estando as mesmas inseridas em dois elementos de concreto com resistências diferentes, das quais derivam-se respectivamente os fatores “ $\alpha_1$ ” e “ $\alpha_2$ ”, a deformabilidade total de cisalhamento da ligação,  $\lambda_{\tau lig}$ , pode ser obtida pela expressão:

$$\lambda_{\tau lig} = \left[ \frac{G \cdot A_o}{h_n} + (n \cdot E_s \cdot I_b) \cdot \left( \frac{h_n^3}{12} + \frac{1}{3,5 \cdot \alpha_1^3} + \frac{1}{3,5 \cdot \alpha_2^3} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (5)$$

## 2.2 Resistência ao cisalhamento de uma barra inserida em um elemento de concreto submetida à ação de cisalhamento

Em ENGSTRÖM (1992a) é apresentada a teoria para o cálculo da resistência ao cisalhamento em barras inseridas em elementos de concreto. Para uma reação distribuída “q” ao longo do chumbador, para o concreto atingindo deformações plásticas, a capacidade ao cisalhamento do chumbador é obtida a partir da condição de equilíbrio para a seção de momento máximo  $M_{m\acute{a}x}$ . O mecanismo plástico da ligação ocorrerá quando forem formadas rótulas plásticas em ambos os lados restritos do chumbador.

Quando existe uma altura livre entre os dois elementos, devido à presença de uma almofada de elastômero, haverá uma excentricidade entre as solicitações horizontais de cisalhamento no chumbador, sendo que a excentricidade “e” deverá ser tomada como sendo a metade da altura livre entre os dois elementos, sendo  $e \cong h_n/2$ , onde  $h_n$  é a espessura da almofada de elastômero.

Segundo Engström, a força de cisalhamento correspondente ao escoamento da ligação é dada por:

$$F_{vy} = C_r \cdot C_e \cdot C_1 \cdot \phi_b^2 \cdot \sqrt{f_{cc} \cdot f_{sy}} \quad (6)$$

sendo:

$$C_1 = \sqrt{(K/3)} \quad (6.1)$$

$$K = q/(\phi_b \cdot f_{cc}) \quad (6.2)$$

$$1 < C_r < 1,42 \quad (\text{Dependendo do grau de restrição na ligação})$$

$$C_e = \sqrt{1 + (\varepsilon \cdot C_1)^2} - \varepsilon \cdot C_1 \quad (6.3)$$

$$\varepsilon = \frac{3 \cdot e}{\phi_b} \sqrt{f_{cc}/f_{sy}} \quad (6.4)$$

onde:

$C_r$  – fator de restrição

$C_e$  – fator de excentricidade

$K$  – constante de proporcionalidade

$\phi_b$  – diâmetro da barra do chumbador

$f_{cc}$  – resistência do concreto (corpo de prova cúbico, 150 mm)

$f_{sy}$  – tensão de escoamento do aço

$e$  – excentricidade entre as forças de cisalhamento nos elementos

Na tabela 1 são apresentados os valores para o fator  $C_1$  em função das resistências cúbica,  $f_{cc}$ , e cilíndrica,  $f_c$ , para o concreto.

Tabela 1 – Valores para o fator  $C_1$  em função de  $f_{cc}$  e  $f_c$

$f_{cc}$ (MPa)	$C_1$	$f_c$ (MPa)	$C_1$
20	1,15	15 – 20	1,19
30	1,18	25 – 30	1,22
40	1,21	35 – 40	1,25
50	1,23	45 – 50	1,27
60	1,25	55 – 60	1,29

Para o cálculo da capacidade total ao cisalhamento da ligação, ENGSTRÖM (1992a) propôs um modelo mais geral, o qual pode ser utilizado para estimar os efeitos combinados da ação de pino dentro do concreto e também dos efeitos do atrito na interface da ligação, dada pela expressão:

$$F_{v,tot} = C_1 \cdot \phi_b^2 \cdot \sqrt{f_{cc,m\acute{a}x} \cdot f_{sy,red}} + \mu_f \cdot \sigma_{sm} \cdot A_s \quad (7)$$

sendo:

$$f_{sy,red} = f_{sy} - \sigma_{sm} \quad (7.1)$$

sendo, recomendados:

$$f_{sy,red} = 0,7 \cdot f_{sy}$$

$C_1 = 1,03$  (para o caso da resistência cúbica do concreto  $f_{cc}$ )

$C_1 = 1,07$  (para o caso da resistência cilíndrica do concreto  $f_c$ )

onde:

$\mu_f$  – coeficiente de atrito na interface da ligação (dado na tabela 2)

$f_{sy,red}$  – tensão de tração no chumbador relacionado com o efeito de pino

$\sigma_{sm}$  – tensão de tração no chumbador relacionado com o efeito de atrito

Parte da capacidade da tensão de tração no chumbador, dada por  $\sigma_{sm}$ , será utilizada para balancear a força normal relacionada com a força de atrito. A parcela restante, dada pela tensão  $f_{sy,red}$ , estará relacionada com o comportamento de pino do chumbador.

Tabela 2 – Valores para o Coeficiente de Atrito  $\mu_f$ . [ENGSTRÖM (1992a)]

Superfícies de Contato na Interface da Ligação	$\mu_f$
Concreto-concreto	0,6
Aço-concreto	0,4
Concreto-neoprene	0,3 – 0,4

Na figura 3 é apresentado um estado de deformação simplificado para um chumbador inserido em dois elementos de concreto, no momento em que ocorre o mecanismo da formação das rótulas plásticas nos dois lados das seções solicitadas do chumbador.

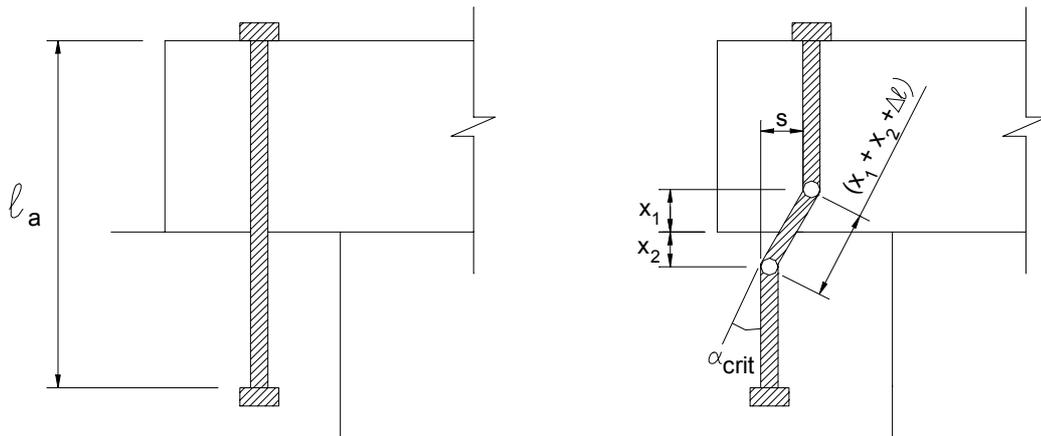


Figura 3 – Estado simplificado de deformação para o chumbador inserido em dois elementos de concreto [ENGSTRÖM (1992)]

O mecanismo da formação das rótulas plásticas ocorre quando o chumbador atinge uma deformação angular crítica, definida como  $\alpha_{crit}$ , expressa por:

$$\alpha_{crit} = 1,75 \cdot \frac{f_{sy,red}}{\phi_b \cdot E_s} \tag{8}$$

A distância “x”, da face do concreto até à seção de máximo momento no chumbador é dada por:

$$x = \frac{F_{v,red}}{q} = \frac{\sqrt{f_{sy,red} / f_{cc}}}{3 \cdot C_1} \cdot \phi_b \tag{9}$$

sendo:

$$q = 3 \cdot (C_1)^2 \cdot f_{cc} \cdot \phi_b \tag{9.1}$$

onde:

q – reação distribuída do concreto sobre o chumbador

A partir da deformação angular crítica  $\alpha_{crit}$ , o deslocamento horizontal relativo na ligação  $a_{vy}$ , que está associado ao momento da formação das rótulas plásticas no chumbador, pode ser obtido pelas seguintes expressões:

$$a_{vy} = \alpha_{crit} \cdot \ell_p \quad (10)$$

No caso de ligações com almofada de elastômero, com uma altura livre entre os elementos da ordem da espessura da almofada  $h_n$ , o comprimento  $\ell_p$  é dado pela expressão:

$$\ell_p = x_1 + x_2 + h_n \quad (11)$$

### 2.3 Diagrama simplificado para o comportamento da ligação

A partir da teoria exposta, em FERREIRA (1999) foi proposta a construção de um *Diagrama Simplificado*, com vistas a fornecer uma representação gráfica do comportamento da ligação, o qual relaciona a *força de cisalhamento* com o *deslocamento horizontal* da ligação, conforme apresentado na figura 4.

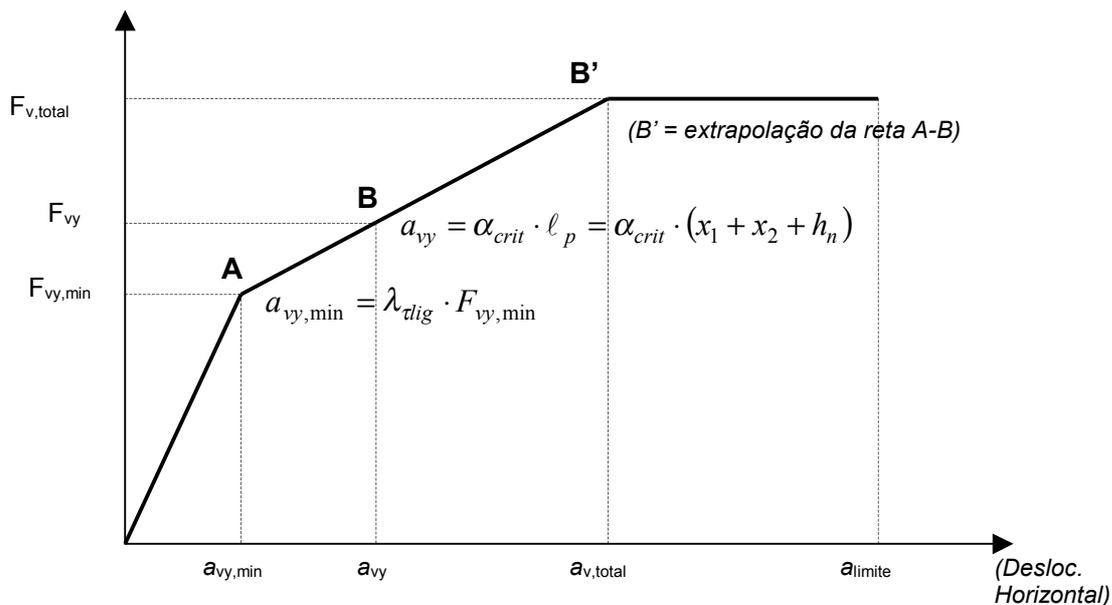


Figura 4 – Diagrama simplificado tri-linear da força de cisalhamento x deslocamento horizontal na ligação

## 3 ENSAIOS DE CISALHAMENTO

### 3.1 Descrição dos ensaios

Com a finalidade de se obter parâmetros de referência para a comparação com os equacionamentos teóricos, foram realizados ensaios de cisalhamento, onde cada protótipo foi composto por um elemento de viga, com 120 cm de comprimento e

seção 30x50 cm<sup>2</sup>, e um elemento de bloco suporte, com 50 cm de altura e seção 40x40 cm<sup>2</sup>, conforme indicadas na figura 5.

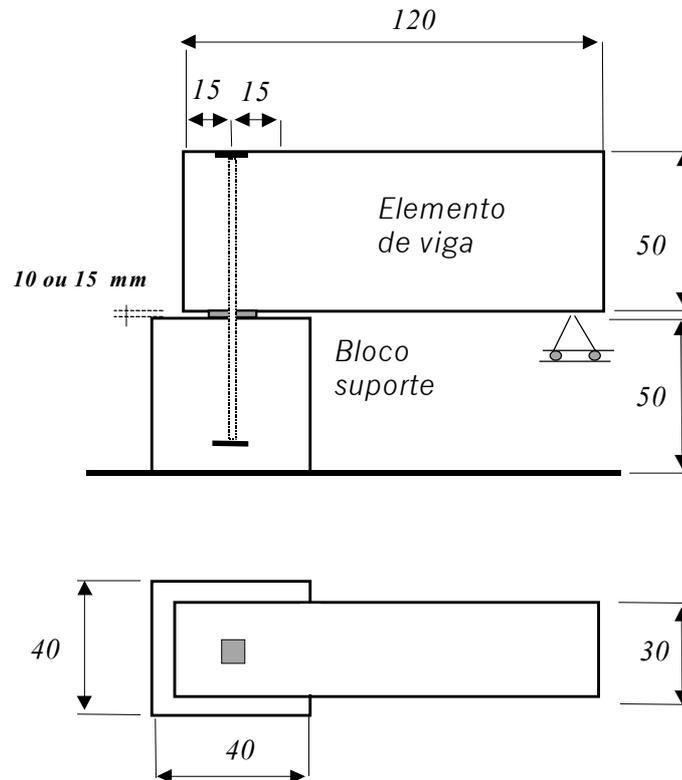


Figura 5 – Dimensões básicas utilizadas nos protótipos das ligações

Para a série de ensaios das ligações foram utilizados 4 protótipos, onde foram variados os diâmetros das barras dos chumbadores e as dimensões das almofadas de elastômeros, conforme indicados na tabela 3. Estes parâmetros estão relacionados com os mecanismos de deformação da barra do chumbador, na região da interface na ligação e internamente aos elementos de concreto, e com os mecanismos de deformação da almofada de elastômero.

Tabela 3 – Parâmetros variados nos protótipos ensaiados

Protótipos	Chumbador (aço 1020)	Almofada de Elastômero		
		A (mm)	B (mm)	H <sub>n</sub> (mm)
Protótipo 1	1 $\phi$ 16 mm	150	300	10
Protótipo 2	2 $\phi$ 16 mm	150	300	10
Protótipo 3	2 $\phi$ 25 mm	250	300	10
Protótipo 4	2 $\phi$ 25 mm	200	300	15

Para os aparelhos de apoio nos protótipos, foram utilizadas almofadas de elastômero simples, com dureza Shore 60 A, módulo transversal  $G = 1000 \text{ kN/m}^2$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,5$ .

Para os chumbadores, foram utilizadas barras lisas de aço 1020, com  $f_{yk} = 250 \text{ MPa}$ . Na extremidade inferior do chumbador, na região inserida no bloco suporte, a ancoragem foi conseguida por meio de um perfil soldado. A solidarização entre o chumbador e o elemento de viga foi conseguida por meio de grauteamento. A

ancoragem na extremidade superior do chumbador foi feita por meio de uma chapa parafusada, conforme indicada na figura 6. Embora esta não seja uma prática corrente. No decorrer dos ensaios observou-se a formação de um mecanismo de tirante no chumbador quando a ligação atingiu grandes deformações.

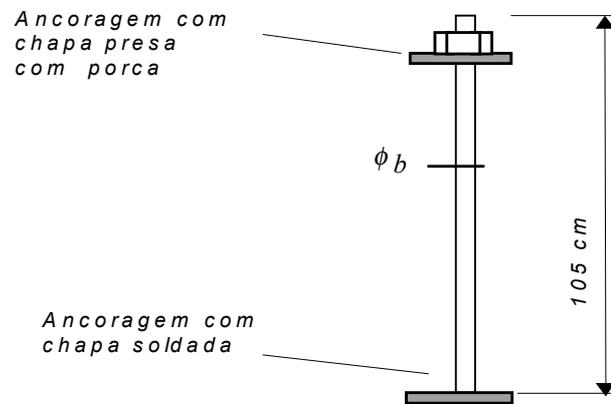


Figura 6 – Esquema da barra do chumbador

Nas figuras 7 e 8, são apresentados os detalhamentos das armaduras utilizadas nos elementos de viga e do bloco suporte, respectivamente.

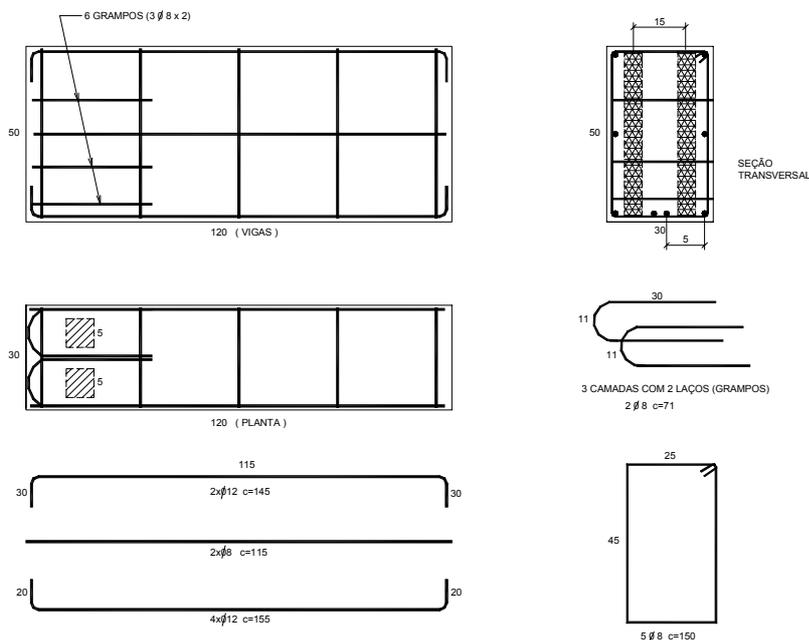


Figura 7 - Detalhamento da armadura do elemento de viga

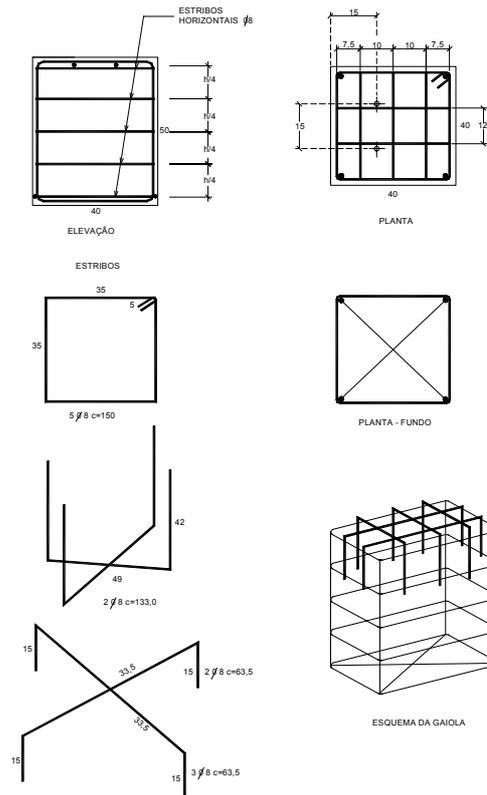


Figura 8 - Detalhamento da armadura do elemento do bloco suporte

Na tabela 4 são apresentadas as resistências de compressão médias dos concretos dos protótipos, para corpos de prova cilíndricos de 10x20 cm<sup>2</sup>, e as resistências de compressão médias dos grautes, para corpos de prova cilíndricos de 5x5 cm<sup>2</sup>, relativas às datas dos ensaios.

Tabela 4 – Valores médios das resistências dos concretos nas datas dos ensaios

Protótipos	$f_{cj(elementos)}$ (MPa)	$f_{cj(graute)}$ (MPa)
Protótipo 1	55	30
Protótipo 2	63*	30
Protótipo 3	54	30
Protótipo 4	53	30

\*. A data do ensaio teve um atraso de três dias.

A medição dos deslocamentos relativos entre o elemento de viga e o elemento do bloco suporte foi feita através de um conjunto de transdutores de deslocamentos elétricos, conforme indicados na figura 9. Para as medidas das tensões internas no chumbador foram utilizados 3 pares de extensômetros elétricos, os quais foram posicionados nas fibras superiores e inferiores em 3 seções das barras dos chumbadores, dispersas na região próxima à interface da ligação dentro do elemento do bloco suporte, conforme indicados nas figuras 10 e 11.

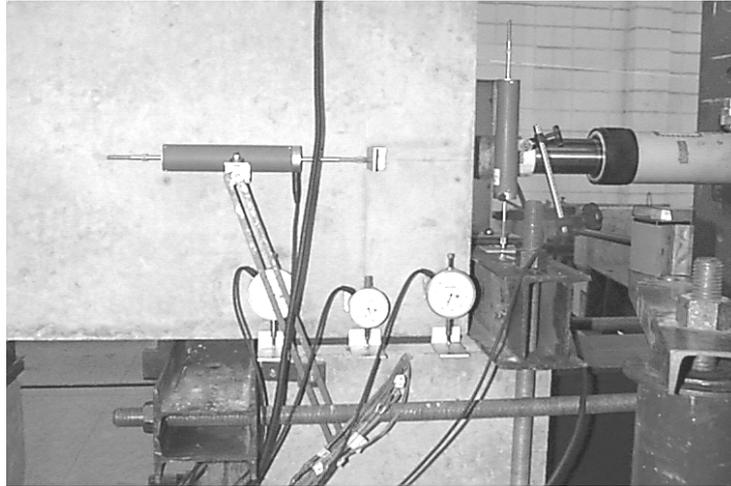


Figura 9 – Transdutores para as medidas dos deslocamentos relativos entre os elementos

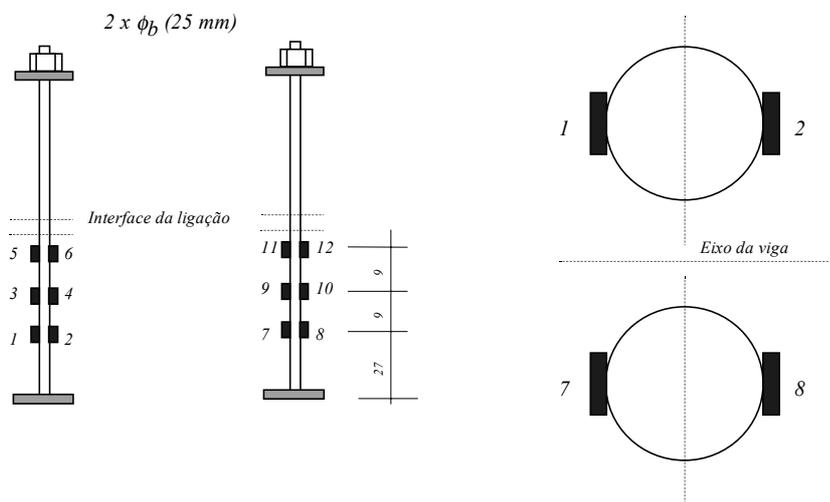


Figura 10 – Esquema dos extensômetros utilizados nos chumbadores dos Protótipos 3 e 4



Figura 11 – Vista da instrumentação nos chumbadores utilizada para os Protótipos 3 e 4

Para cada protótipo a aplicação das forças cisalhamento foram repetidas em alguns ciclos para avaliar o efeito das deformações residuais no comportamento da ligação. Na figura 12 são apresentadas vistas gerais da montagem dos ensaios.

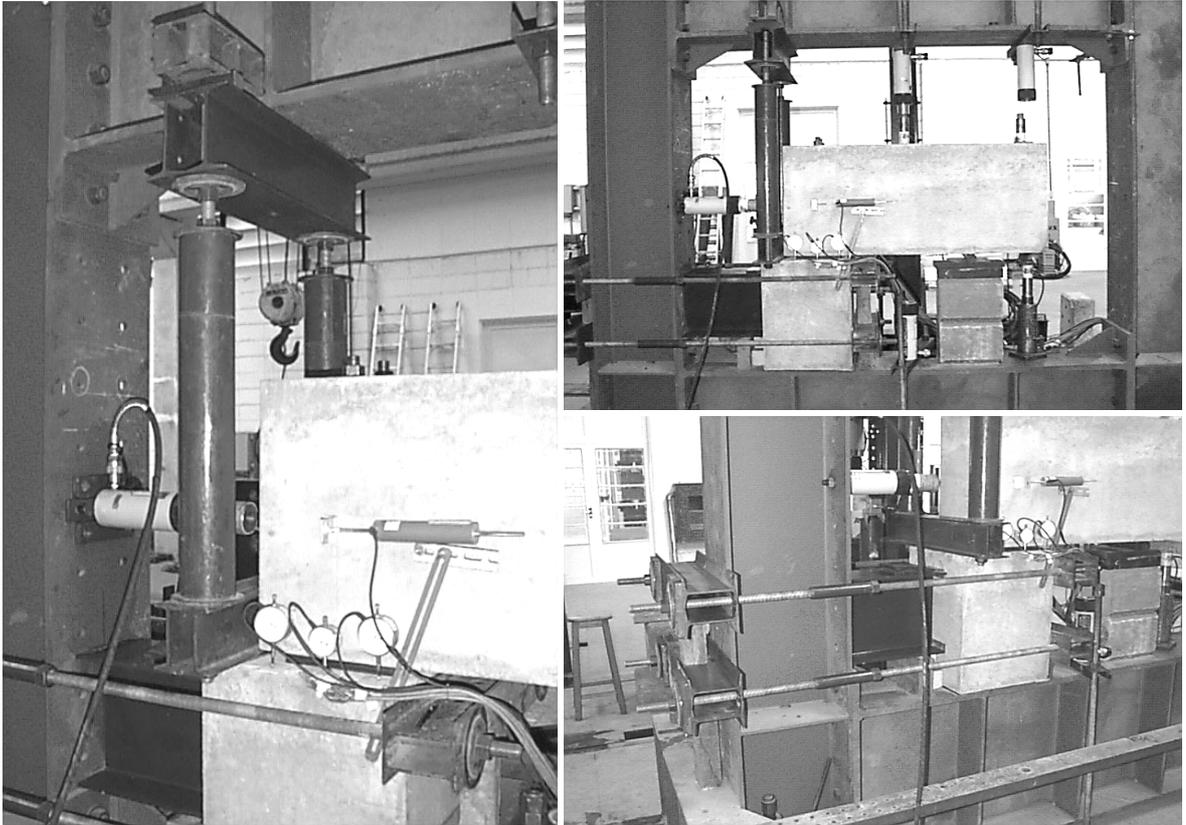


Figura 12 – Vista da montagem dos ensaios de cisalhamento

Além dos ensaios de cisalhamento, em FERREIRA (1999) são apresentados os resultados de alguns ensaios complementares que foram realizados para este tipo de ligação, conforme é apresentado na tabela 5.

Tabela 5 – Resumo dos ensaios realizados em FERREIRA (1999)

Protótipo	Ensaio de Cisalhamento	Ensaio Complementares
Protótipo 1 1 $\phi$ 16 mm (150x300x10)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cisalhamento na fase elástica e após o escoamento</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flexão (ligação muito flexível)</li> </ul>
Protótipo 2 2 $\phi$ 16 mm (150x300x10)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cisalhamento na fase elástica, após o escoamento, com esgotamento da resistência da ligação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flexão</li> <li>• Torção na fase elástica</li> <li>• Influência da força Normal</li> </ul>
Protótipo 3 2 $\phi$ 25 mm (250x300x10)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cisalhamento na fase elástica, após o escoamento, com esgotamento da resistência da ligação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flexão com carregamento alternado na fase elástica.</li> <li>• Torção na fase elástica</li> </ul>
Protótipo 4 2 $\phi$ 25 mm (200x300x15)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cisalhamento na fase elástica, após o escoamento, com esgotamento da resistência da ligação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flexão com carregamento alternado na fase elástica.</li> <li>• Torção na fase elástica</li> </ul>

### 3.2 Resultados experimentais

#### Protótipo 1

No protótipo 1 foram repetidos 3 ciclos de carregamento, cujas curvas *força de cisalhamento vs. deslocamento horizontal da ligação* encontram-se registrados na figura 13. Na tabela 6 é apresentado um resumo com os ciclos de carregamento. No primeiro ciclo foi aplicada uma força de 10 kN, que representou cerca de 30% da capacidade ao cisalhamento da ligação, onde se pretendeu que a ligação estivesse apenas no regime elástico. No segundo e no terceiro ciclos, os limites de escoamento da ligação, definidos pelas forças  $F_{vy,min}$  e  $F_{vy}$ , foram ultrapassados.

Na tabela 7 são apresentadas as inclinações das retas tangentes às curvas *força de cisalhamento vs. deslocamento horizontal da ligação*. Nos ciclos 1 e 2, a ligação apresentou inclinações semelhantes das retas tangentes iniciais, para  $F_v < 10$  kN, onde se verificou que a deformabilidade ao cisalhamento da ligação foi mantida, sendo mantidos assim os mecanismos de deformação.

Tabela 6 – Resumo dos ciclos de cisalhamento no Protótipo 1

Ciclos de carregamento	$F_v$ (kN)	$\Delta_{hor}$ (mm)	Observações
Ciclo 1	9,10	0,20	✓ O carregamento atingiu cerca de 30% da capacidade prevista para a ligação. (Regime elástico).
Ciclo 2	10,0 17,80 30,10 28,70	0,22 0,41 2,10 3,43	✓ Comportamento na fase elástica semelhante ao do ciclo 1. ✓ Trecho linear inicial para $F_v < 17,8$ kN. ✓ A resistência da ligação foi alcançada, entrando no regime plástico, para $\Delta_{hor} < 4$ mm.
Ciclo 3	9,80 34,10 28,70	0,88 5,34 5,80	✓ Aumento da deformabilidade na ligação, ainda com comportamento linear para $5 < F_v < 25$ kN. ✓ Atingiu-se a resistência da ligação, entrando no regime plástico, para $\Delta_{hor} > 5$ mm ( $\Delta_{hor,efet} > 7$ mm).

Tabela 7 – Inclinações nos trechos retos dos ciclos de carregamento no Protótipo 1.

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	Fator de Correlação	Inclinação (kN/mm)	Observações
Ciclo 1	0 – 9,10	0,955	45,8	✓ A curva apresentou acomodações iniciais, fazendo com que a correlação não fosse muito alta.
Ciclo 2	0 – 9,90 0 – 17,8 17,8 – 22,5	0,990 0,991 0,998	45,4 47,9 21,3	✓ O comportamento na fase linear se ajustou à do ciclo anterior. ✓ O início do escoamento da ligação se deu para uma força da ordem de 17,8 kN ✓ Após a fase linear inicial, a ligação apresentou um segundo trecho reto, compreendido entre 17,8 à 22,5 kN, com 40% da inclinação inicial
Ciclo 3	4,9 - 25,0	0,999	17,9	✓ Após uma acomodação inicial da ligação, para $F_v < 4,9$ kN, a ligação apresentou novamente um comportamento linear até atingir 25 kN.

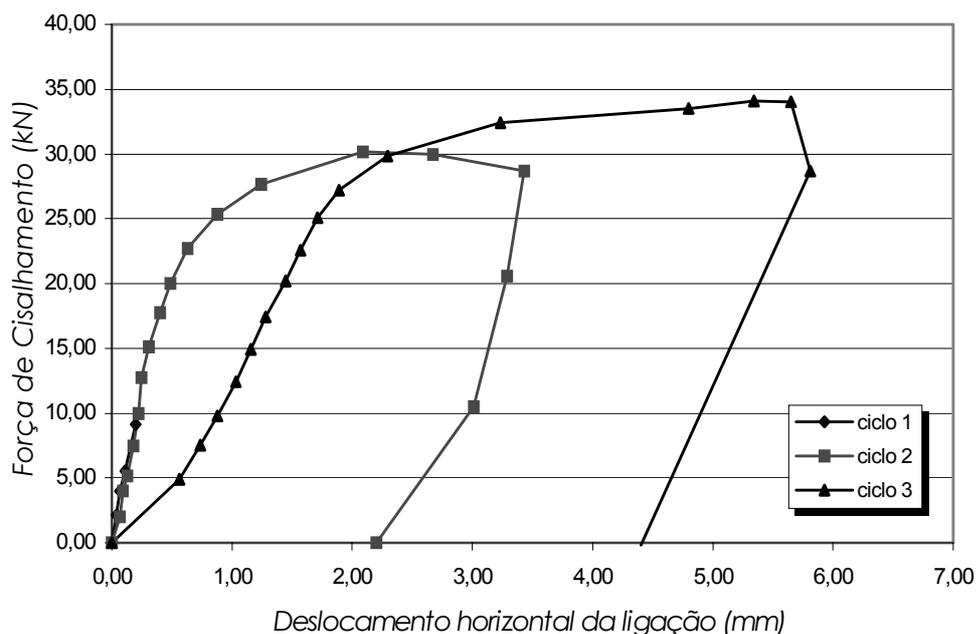


Figura 13 – Ciclos de cisalhamento – Protótipo 1 (partindo da origem)

### Protótipo 2

Tabela 8 – Resumo dos ciclos de cisalhamento no Protótipo 2

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	$\Delta_{hor}$ (mm)	Observações
Ciclo 1	20,59	0,29	✓ A força $F_v$ atingiu cerca de 30% de $F_{vu}$ , capacidade prevista para a ligação. Regime elástico linear.
Ciclo 2 Com Normal $N = 10$ kN	20,35	0,27	✓ A força $F_v$ atingiu cerca de 30% de $F_{vu}$ . Regime elástico linear. ✓ Com a presença da força normal, $N=10$ kN, não houve alterações significativas no comportamento da ligação.
Ciclo 3 Com Normal $N = 30$ kN	20,70	0,27	✓ A força $F_v$ atingiu cerca de 30% de $F_{vu}$ . Regime elástico linear. ✓ Com a presença da força normal, $N=30$ kN, não houve alterações significativas no comportamento da ligação.
Ciclo 4	20,5 30,5 40,0 31,8	0,40 0,70 1,15 1,92	✓ A ligação apresentou um acréscimo na sua deformabilidade já na fase inicial, para $F_v < 20,47$ kN. ✓ No ponto de $F_{vu} = 40$ kN, ocorreu uma falha no tirante de fixação do bloco suporte, permitindo-o girar, produzindo um salto ainda maior na deformabilidade da ligação.
(ciclo 4B)	20,7 40,0 48,7	1,05 1,56 4,20	✓ Após ajustes de travamento no sistema de fixação do bloco suporte, o ciclo 4 foi reiniciado (ciclo 4 B), atingindo 48 kN, quando a ligação apresentou $\Delta_{hor} > 4$ mm.
Ciclo 5	19,80 39,58  56,50 59,0 60,0 60,0 50,0	1,41 2,4  5,4 7,5 10,5 20,0 25,0	✓ Após novos ajustes no sistema de fixação do bloco suporte, o ciclo 5 foi iniciado. ✓ A ligação foi carregada até a sua máxima resistência, a qual foi mantida, fazendo com que a ligação plastificasse, atingindo grandes deformações. ✓ Na marca de $\Delta_{hor} = 20$ mm, ocorreu um salto brusco para $\Delta_{hor} = 25$ mm, ocorrendo ao mesmo tempo um levantamento vertical de 5 mm na interface da ligação.

Para o protótipo 2 foram aplicados 5 ciclos da força de cisalhamento. Na tabela 8 é apresentado um resumo das forças e deslocamentos para cada ciclo. Nos

três primeiros ciclos, a ligação foi solicitada por uma força que correspondeu a cerca de 30% da  $F_{vu}$  estimada. Nos ciclos 2 e 3, além da força de cisalhamento, foram aplicadas na ligação forças normais de 10 kN e 30 kN, respectivamente. Na tabela 9 são apresentadas as inclinações dos trechos retos das curvas *força de cisalhamento vs. deslocamento horizontal da ligação* para cada ciclo de carregamento.

Tabela 9 – Inclinações nos trechos retos dos ciclos de carregamento no Protótipo 2.

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	Fator de Correlação	Inclinação (kN/mm)	Observações
Ciclo 1	0 – 20,6	0,965	69,0	✓ <i>A ligação apresentou acomodações iniciais, fazendo com que o fator de correlação não fosse muito alto.</i>
Ciclo 2 Com Normal N = 10 kN	0 – 20,4	0,997	72,0	✓ <i>O trecho reto inicial apresentou uma inclinação semelhante à obtida no ciclo 1.</i>
Ciclo 3 Com Normal N = 30 kN	0 – 20,7	0,992	70,0	✓ <i>O trecho reto inicial apresentou uma inclinação semelhante às obtidas nos ciclos 1 e 2.</i>
Ciclo 4	0 – 20,5 0 – 30,5 30,5 – 40,0	0,992 0,987 0,997	51,2 47,0 21,0	✓ <i>Deformabilidade acrescida em 37% com relação aos ciclos anteriores para <math>F_v &lt; 20</math> kN.</i> ✓ <i>A ligação começou escoar para <math>F_v = 30,5</math> kN.</i>
(4 B)	0 – 20,7 0 – 40,0	(1,0) 0,997	21,0 26,0	
Ciclo 5	0 – 19,80 0 – 39,60 39,6 – 50,8	0,992 0,992 0,995	14,1 16,4 10,32	✓ <i>A ligação iniciou o ciclo 5 já com uma deformabilidade alta, mas apresentando um comportamento linear para <math>F_v &lt; 39,6</math> kN</i>

Na figura 14 são apresentados de forma simultânea os 3 primeiros ciclos. Na figura 15 estão apresentados de forma simultânea os 5 ciclos de cisalhamento.

As barras dos chumbadores atingiram a tensão de escoamento no ciclo 4 para uma força de cisalhamento da ordem de  $F_v = 31$  kN. De fato, na tabela 9 pode-se observar que até a força de cisalhamento da ordem  $F_v = 31$  kN, a inclinação se manteve em torno de 50 kN/mm. Já no trecho compreendido entre 31 à 40 kN, a inclinação caiu para 21 kN/mm, com uma redução de cerca de 60%.

Durante o ciclo 4, ocorreu uma falha em um dos tirantes verticais que prendiam o bloco suporte, por falta de rosqueamento da barra dentro de uma luva de prolongamento. Isto se deu quando a ligação estava sendo solicitada por uma força de 40 kN. O ensaio foi interrompido, procedeu-se um novo ajuste de todo o sistema de tirantes, e o ciclo 4 foi então repetido como ciclo 4B.

No ciclo 5, a ligação teve um acréscimo na sua deformabilidade inicial. Todavia, ainda foi observado um trecho linear, com inclinação média da ordem de 15 kN/mm, até a força de 40 kN. A ligação atingiu uma capacidade ao cisalhamento da ordem de 60 kN, a qual foi associada a um deslocamento horizontal na ligação da ordem de 10 mm.

A configuração final da ligação foi caracterizada por um deslocamento horizontal final da ordem de 25 mm e por um deslocamento vertical (para cima) da ordem de 5 mm.

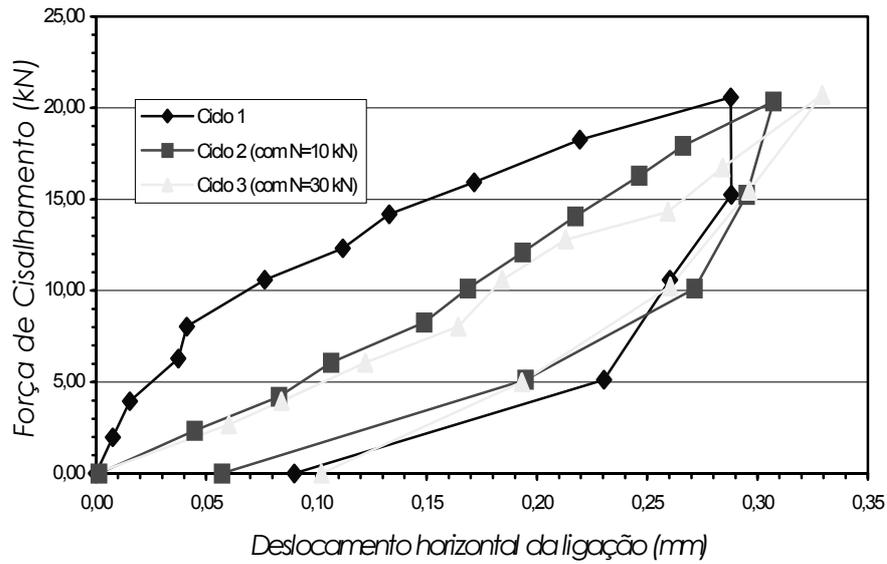


Figura 14 - Ensaio de cisalhamento - Protótipo 2 (Avaliação da interferência da força normal)

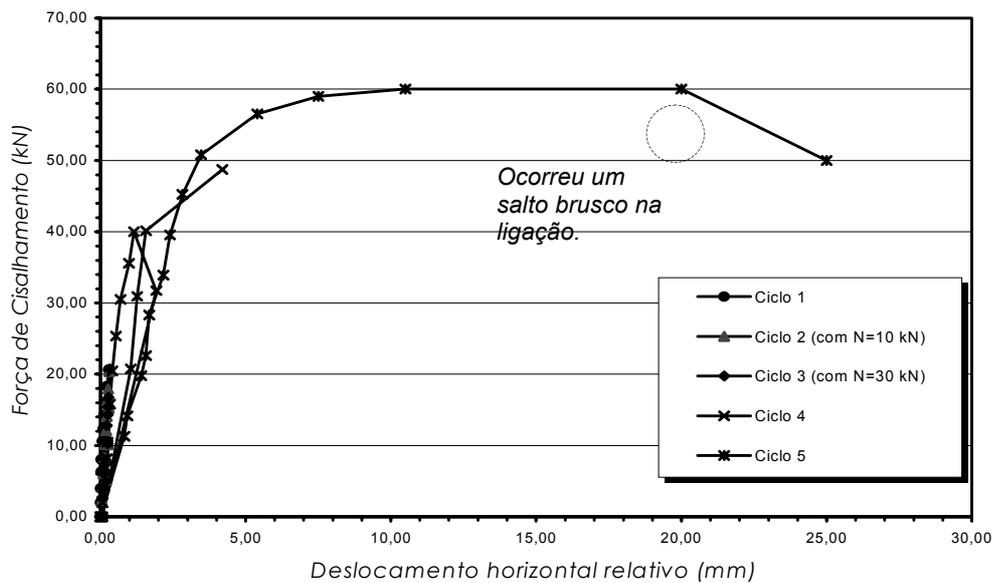


Figura 15 – Ciclos da força de cisalhamento no Protótipo 2

### Protótipo 3

Para o protótipo 3 foram utilizados dois chumbadores de 25 mm de diâmetro e uma almofada de elastômero não fretado com dimensões 250x300x10 mm<sup>3</sup>. Com estes novos parâmetros, buscou-se estudar o comportamento de uma barra “rígida” inserida em elementos de concreto e, também, estudar a interferência da largura da almofada no comportamento da ligação.

Foram aplicados 3 ciclos de carregamento para a força de cisalhamento sobre a ligação. Na tabela 10 é apresentado um resumo com os ciclos de carregamento no Protótipo 3. No Ciclo 1 a ligação atingiu uma força de cisalhamento de 70 kN, equivalente a 40% da força última. No Ciclo 2, atingiu uma força de 167 kN e, no Ciclo 3, atingiu uma força de 170 kN. As *curvas força de cisalhamento vs. deslocamentos horizontais* na ligação para os 3 ciclos de carregamento estão apresentadas de forma simultânea na figura 16.

Tabela 10 – Resumo dos ciclos de carregamento de cisalhamento no Protótipo 3

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	$\Delta_{hor}$ (mm)	Observações
Ciclo 1	70,1 0,0	0,30 0,01	✓ O efeito do giro relativo na ligação fez com aumentasse o flexão localizada no chumbador, fazendo com que o mesmo começasse a escoar para $F_v = 15$ kN.
Ciclo 2	70,7 101,4 139,7 167,7 0,0	0,24 0,39 0,73 2,10 0,44	✓ Como o efeito do giro relativo minimizado, a barra do chumbador começou a escoar para $F_v = 60$ kN.
Ciclo 3	30,0 131,0 170,7 170,1 121,4 0,0	1,04 2,49 4,73 5,14 5,28 2,02	✓ Após uma acomodação inicial da ligação, para $F_v = 30$ kN, a ligação apresentou um comportamento linear até atingir 130 kN.

No Ciclo 1, para o intervalo da força de cisalhamento  $F_v < 70$  kN, o elemento do bloco suporte atingiu uma rotação da ordem de 0,0025 rad (anti-horário), fazendo com que houvesse uma rotação relativa entre o elemento de viga e o elemento de bloco da ordem de 0,001 rad (horário). A partir deste giro relativo, houve um aumento significativo da flexão localizada na barra do chumbador, fazendo com que a mesma começasse a escoar, na fibra mais tracionada da seção de máximo momento na barra, para uma força da ordem de  $F_v = 15$  kN.

Por outro lado, no Ciclo 2, para o mesmo intervalo  $F_v < 70$  kN, quando a rotação do bloco suporte foi minimizada para 0,0002 rad (anti-horário), fazendo com que a rotação relativa do elemento de viga em relação ao bloco fosse da ordem de 0,0013 rad (anti-horário), teve-se um efeito compensador da flexão localizada na barra do chumbador. Deste forma, a mesma barra do chumbador atingiu o escoamento para uma força  $F_v = 60$  kN.

Na tabela 11 são apresentadas as inclinações nos trechos retos das curvas experimentais de cada ciclo de carregamento, com os respectivos coeficientes de correlação. A partir desta tabela, pode observar-se que a inclinação do trecho reto inicial do Ciclo 1 foi inferior à do Ciclo 2. Portanto, a deformabilidade ao cisalhamento da ligação no Ciclo 1 foi inferior que à apresentada no Ciclo 2. A explicação para isto pode estar relacionada com o efeito do giro relativo da ligação sobre o mecanismo de deformação da barra do chumbador, tenha sido maior no Ciclo 1 do que no Ciclo 2, fazendo com que a deformabilidade da ligação fosse maior no Ciclo 1.

Tabela 11 – Inclinações nos trechos retos dos ciclos de carregamento no Protótipo 3

Ciclos de carga	F <sub>v</sub> (kN)	Fator de Correlação	Inclinação (kN/mm)	Observações
Ciclo 1	70,1	0,94	233,0	✓ Devido ao efeito do giro relativo na ligação sobre a flexão localizada na barra do chumbador, teve-se um aumentando da deformabilidade da ligação.
Ciclo 2	70,7 101,4 101,4-139 139-167,7	0,994 0,997 0,98 0,95	271,7 257,5 112,7 19,3	✓ Minimizando-se o giro relativo na ligação, diminuiu-se a flexão localizada na barra do chumbador, diminuindo a deformabilidade da ligação.
Ciclo 3	0 – 30 30 – 131 131 - 170	0,988 0,999 0,975	29,0 74,3 16,7	✓ Após o escoamento da ligação ter sido atingido no Ciclo 2, houve um sensível aumento da deformabilidade da ligação.

Através destes ensaios, pode-se também observar que o que altera o mecanismo de deformação na ligação, de um ciclo anterior para um ciclo seguinte, não é quando o escoamento da barra do chumbador é atingido, mas sim quando o escoamento da ligação, caracterizado pela formação do mecanismo de rótula plástica na barra do chumbador, é atingido.

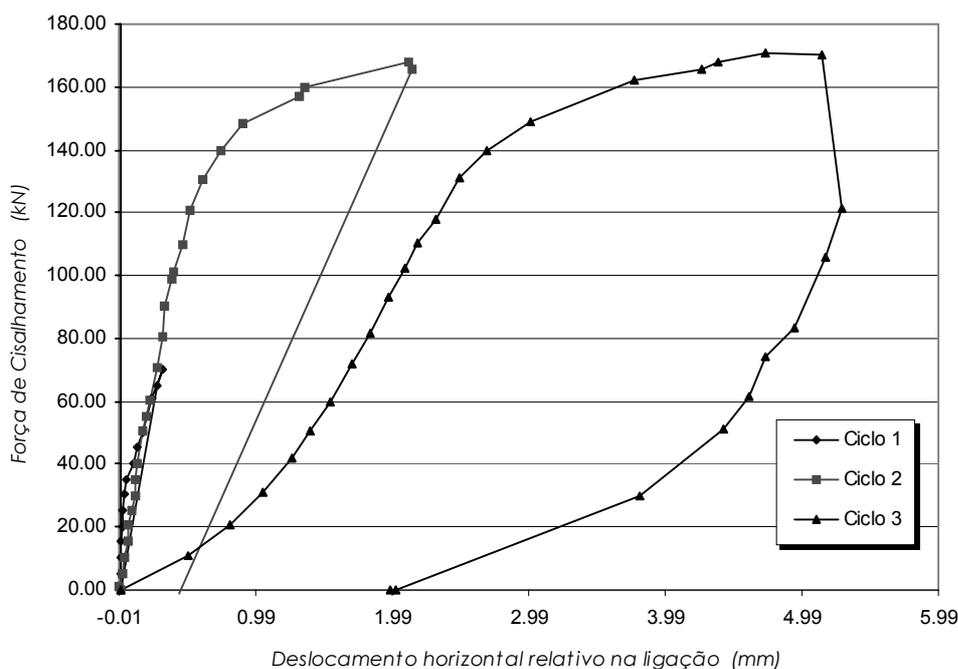


Figura 16– Ensaio de cisalhamento no Protótipo 3 – Ciclos 1,2 e 3

### Protótipo 4

Para o Protótipo 4 foram utilizados dois chumbadores de 25 mm de diâmetro e uma almofada com 15 mm de espessura e 200 mm de comprimento, com um fator de forma B equivalente aos das almofadas utilizadas nos protótipos 1 e 2. O objetivo foi avaliar o desempenho da ligação, mantendo o diâmetro do chumbador, para uma almofada mais espessa, aumentando-se assim a altura na interface da ligação em relação ao protótipo 3.

Na tabela 12 é apresentado um resumo com os ciclos de carregamento. Para o protótipo 4 foram aplicados dois ciclos para a força de cisalhamento na ligação. No primeiro ciclo atingiu-se  $F_v = 30$  kN, cerca de 25% da capacidade prevista para a ligação. No segundo ciclo a ligação atingiu  $F_{vu} = 156$  kN, esgotando-se a sua capacidade.

Tabela 12 – Resumo dos ciclos de cisalhamento no Protótipo 4

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	$\Delta_{hor}$ (mm)	Observações
<i>Ciclo 1</i>	30	0,28	✓ <i>Ligação se comportando no regime linear</i>
<i>Ciclo 2</i>	30	0,25	✓ <i>Ligação se comportando no regime linear para ações da ordem de 100 kN</i>
	65	0,67	
	80	0,91	
	100	1,48	
	110	1,81	
	150	7,81	

Na tabela 13 são apresentadas as inclinações obtidas para curvas experimentais.

Tabela 13 – Inclinações nos trechos retos das curvas experimentais no Protótipo 4

Ciclos de carga	$F_v$ (kN)	Fator de Correlação	Inclinação (kN/mm)	Observações
<i>Ciclo 1</i>	30	0,99	103,6	
<i>Ciclo 2</i>	30	0,98	134,4	✓ <i>Em comparação com o Ciclo 2 do Prot. 3, a inclinação foi de cerca de 50%, significando que, com o aumento da espessura da almofada, a deformabilidade da ligação foi dobrada para o Prot. C em relação ao Prot. B.</i>
	65	0,98	113,0	
	70	0,98	108,0	
	75	0,98	102,0	
	110			

Na figura 17 são apresentadas de forma simultânea as curvas experimentais para nos ciclos 1 e 2, para o regime linear. Na figura 18 é apresentada a curva experimental para o ciclo 2.

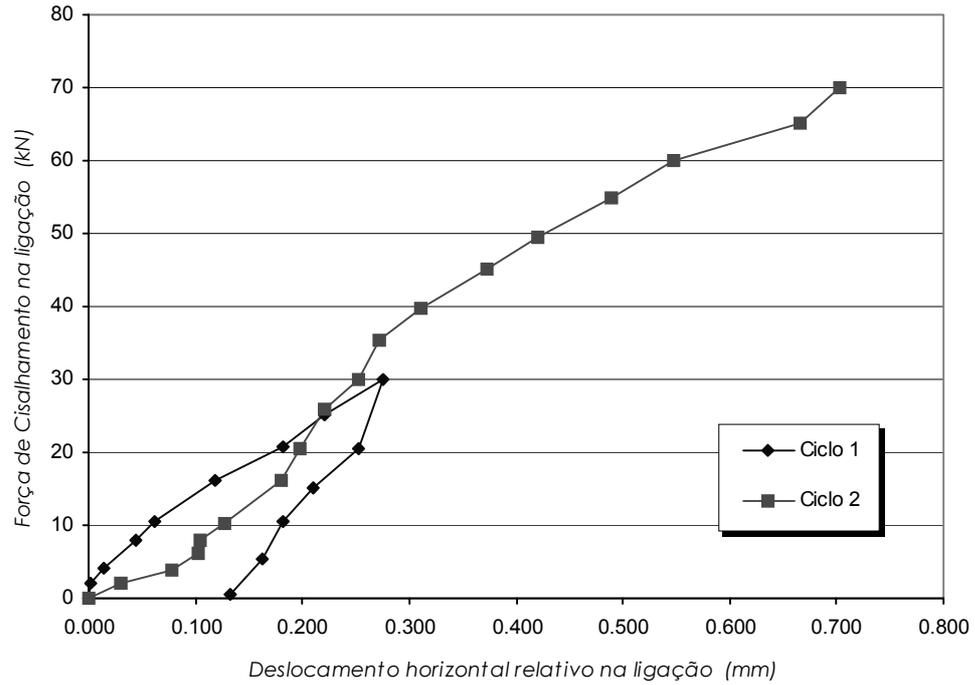


Figura 17 – Ensaio de cisalhamento no Protótipo C – Ciclos 1 e 2

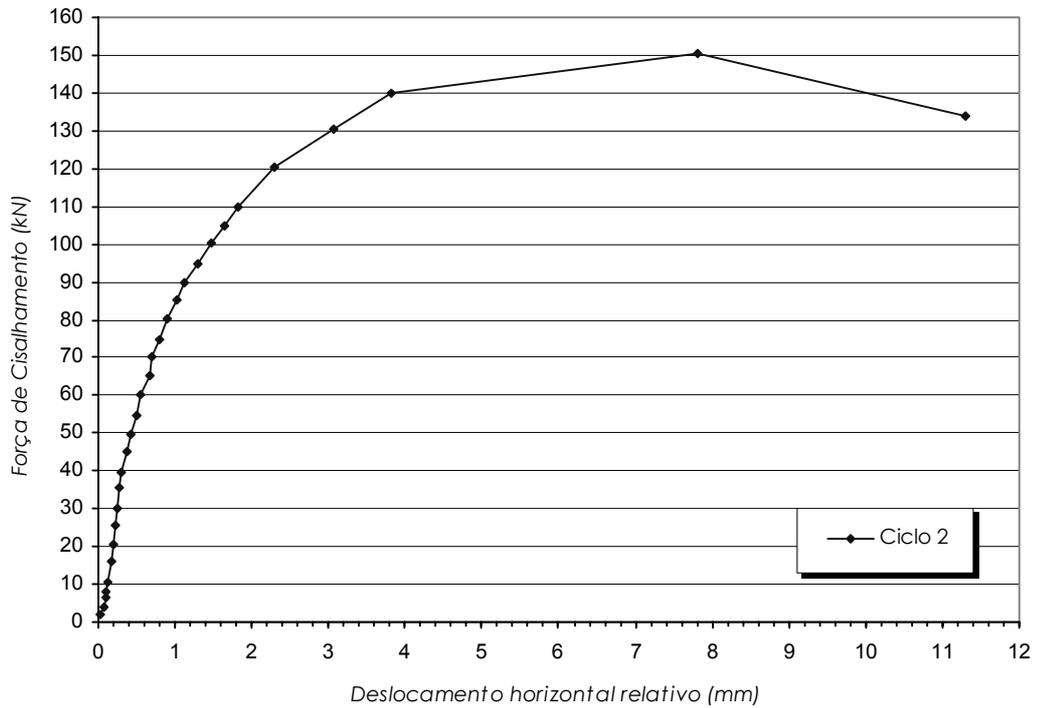


Figura 18 – Ensaio de cisalhamento no Protótipo C – Ciclo 2

#### 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

Os valores das forças  $F_{vy,min}$  e  $F_{vy}$  estão relacionados com a formação dos mecanismos de rótulas plásticas nos pontos de máximos momentos na barra do chumbador, segundo as resistências mínimas e máximas dos elementos de concreto.

Na tabela 14 são apresentados os valores experimentais para  $F_{vy,min}$ ,  $F_{vy}$  e  $F_{vu}$ .

Tabela 14 – Valores experimentais para  $F_{vy,min}$ ,  $F_{vy}$  e  $F_{vu}$

	$F_{vy,min}$ (exp) (kN)	$F_{vy}$ (exp) (kN)	$F_{vu}$ (exp) (kN)
Protótipo 1	17,5	22,5	34,0
Protótipo 2	40,0	50,0	60,0
Protótipo 3	100,0	140,0	170,0
Protótipo 4	80,0	110,0	156,0

Na tabela 15 são apresentados os valores das deformabilidades a partir dos ensaios nos protótipos.

Tabela 15 – Valores experimentais para  $\lambda_{dig}$

	Ciclo de Referência	Inclinação (kN/mm)	$\lambda_{dig}$ (mm/kN)
Protótipo 1	Ciclos 1 e 2	45,5	22,0x10-3
Protótipo 2	Ciclos 1, 2 e 3	70,0	14,0x10-3
Protótipo 3	Ciclo 2	272,0	3,7x10-3
Protótipo 4	Ciclo 2	135,0	7,5x10-3

Na tabela 16 são apresentados os parâmetros de resistência para os protótipos que foram calculados a partir do desenvolvimento teórico.

Tabela 16 – Cálculo das resistências ao cisalhamento dos protótipos

Parâmetros	Obtenção	Protótipo 1	Protótipo 2	Protótipo 3	Protótipo 4
$f_{ck,min}$ (MPa)	Graute	30,0	30,0	30,0	30,0
$f_{ck,máx}$ (MPa)	Concreto	51,5	59,0	50,2	49,0
$f_y$ (MPa)	Dado inicial	250,0	250,0	250,0	250,0
$H_n$ (m)	Dado inicial	0,01	0,01	0,01	0,015
$\phi_b$ (m)	Dado inicial	0,016	2 x 0,016	2 x 0,025	2 x 0,025
$e$ (m)	Dado inicial	0,005	0,005	0,005	0,0075
$C_1$	Tabela 1	1,24	1,24	1,24	1,24
$C_r$	Adotado	1	1	1,15	1,1
$C_e$	Eq. (6.3)	0,60	0,58	0,72	0,62
$F_{vy,min}$ (kN)	Eq. (6)	16,6	32,1	111,3	91,7
$F_{vy}$ (kN)	Eq. (6)	21,7	45,0	143,9	117,4
$f_{s,red}$ (MPa)	0,7 . $f_{sy}$	175,0	175,0	175,0	175,0
$\sigma_{sm}$ (MPa)	Eq. (7.1)	Não considerado	Não considerado	75,0	75,0
$\mu . \sigma_{sm} . A_s$ (kN)	Eq. (7)	—	—	36,83	29,46
$F_{v,red}$ (kN)	Eq. (7)	—	—	120,68	119,47
$F_{v,total}$ (kN)	Eq. (7)	29,9	64,1	157,50	148,93

Na tabela 17 são comparados os valores teóricos e experimentais para as resistências ao cisalhamento das ligações.

Tabela 17 – Comparação das resistências ao cisalhamento teóricas e experimentais

Parâmetros	Protótipo 1	Protótipo 2	Protótipo 3	Protótipo 4
$F_{vy,min,calc}$ (kN)	16,6	32,1	111,3	91,7
$F_{vy,min,exp}$ (kN)	17,5	40,0	100,0	80,0
Calc. / Experim.	0,95	0,80	1,11	1,15
$F_{vy,calc}$ (kN)	21,7	45,0	143,9	117,2
$F_{vy,exp}$ (kN)	22,5	50,0	140,0	110,0
Calc. / Experim.	0,96	0,90	1,03	1,07
$F_{vu,calc}$ (kN)	29,9	64,1	157,5	149,0
$F_{vu,exp}$ (kN)	34,0	60,0	170,0	150,0
Calc. / Experim.	0,88	1,07	0,93	0,99

Na tabela 18 são apresentados os parâmetros que foram utilizados para o cálculo da deformabilidade ao cisalhamento na ligação através da equação (5), apresentada no item 2.1. Na tabela 19 são feitas comparações entre as deformabilidades teóricas e experimentais.

Tabela 18 – Cálculo das deformabilidades ao cisalhamento nos protótipos

Parâmetros	Obtenção	Protótipo 1	Protótipo 2	Protótipo 3	Protótipo 4
$f_{ck,min}$ (MPa)	Graute	30,0	30,0	30,0	30,0
$f_{ck,máx}$ (MPa)	Concreto	51,5	59,0	50,2	49,0
$K_{c1}$ (MPa/mm)	(Eq. 4.2)	109,55	109,55	81,36	81,36
$K_{c2}$ (MPa/mm)	(Eq. 4.2)	148,33	154,3	105,24	104,19
$\alpha_1$ ( $m^{-1}$ )	(Eq. 4.1)	28,72	28,72	19,08	19,08
$\alpha_2$ ( $m^{-1}$ )	(Eq. 4.1)	30,98	31,29	20,34	20,29
$E_s$ (MPa)	Adado	200.000	200.000	200.000	200.000
$\phi_b$ (m)	Dado inicial	0,016	2 x 0,016	2 x 0,025	2 x 0,025
$I_b$ ( $m^4$ )	Dado inicial	$3,22 \times 10^{-9}$	$3,22 \times 10^{-9}$	$1,92 \times 10^{-8}$	$1,92 \times 10^{-8}$
$G$ (MPa)	(Dureza 60 A)	1,0	1,0	1,0	1,0
$N_a$ ( $m^2$ )	Dado inicial	0,045	0,045	0,075	0,06
$H_n$ (m)	Dado inicial	0,01	0,01	0,01	0,015
$\lambda_{\tau,lig}$ (mm/kN)	(Eq. 5)	$29,3 \times 10^{-3}$	$15,5 \times 10^{-3}$	$9,17 \times 10^{-3}$	$9,49 \times 10^{-3}$

Tabela 19 – Comparação das deformabilidades ao cisalhamento teóricas e experimentais

	Protótipo 1	Protótipo 2	Protótipo 3	Protótipo 4
$\lambda_{\tau,lig}$ (mm/kN) (calculado)	$29,3 \times 10^{-3}$	$15,5 \times 10^{-3}$	$9,17 \times 10^{-3}$	$9,49 \times 10^{-3}$
$\lambda_{\tau,lig}$ (mm/kN) (experimental)	$22,0 \times 10^{-3}$	$14,0 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-3}$	$7,5 \times 10^{-3}$
Calc. / Experim	1,33	1,11	2,48	1,26

Na tabela 20 são apresentados os deslocamentos horizontais na ligação que foram calculados com base no desenvolvimento teórico apresentado no item 2.2 do presente trabalho.

Tabela 20 – Cálculo dos deslocamentos horizontais nas ligações

	Dados	Protótipo 1	Protótipo 2	Protótipo 3	Protótipo 4
$F_{vy,min}$ (kN)	Eq. (6)	16,6	32,1	111,3	91,7
$\lambda_{r,lig}$ (mm/kN)	(Eq. 5)	$2,93 \times 10^{-2}$	$1,55 \times 10^{-2}$	$9,17 \times 10^{-2}$	$9,49 \times 10^{-2}$
$A_{vy,min}$ (mm)		0,50	0,61	0,97	0,87
$f_{ck,min}$ (MPa)	Graute	30,0	30,0	30,0	30,0
$f_{ck,máx}$ (MPa)	Concreto	51,5	59,0	50,2	49,0
$f_{s,red}$ (MPa)	$0,7 \cdot f_{sy}$	175,0	175,0	175,0	175,0
$\alpha_{crit}$ (rad)	(Eq. 8)	0,096	0,096	0,061	0,061
$\phi_b$ (m)	Dado inicial	0,016	$2 \times 0,016$	$2 \times 0,025$	$2 \times 0,025$
$C_1$	Adotado	1,24	1,24	1,24	1,24
$X_1$ (m)	Eq. (9)	0,010	0,010	0,016	0,016
$X_2$ (m)	Eq. (9)	0,008	0,007	0,013	0,013
$H_n$ (m)	Dado inicial	0,01	0,01	0,01	0,015
$\xi_a$ (m)	Eq. (11)	0,028	0,028	0,039	0,044
$A_{vy}$ (mm)	Eq. (10)	2,71	2,66	2,38	2,69
$a_{v,total}$ (mm)	Extrapolação Linear	5,45	5,78	4,96	3,00

A partir das deformabilidades iniciais ao cisalhamento, das resistências de cisalhamento e dos deslocamentos associados foram construídos diagramas para representar o *comportamento força de cisalhamento vs deslocamento horizontal* nos protótipos. Nas figuras 19 a 22 são apresentadas as comparações entre as curvas experimentais e os diagramas teóricos.

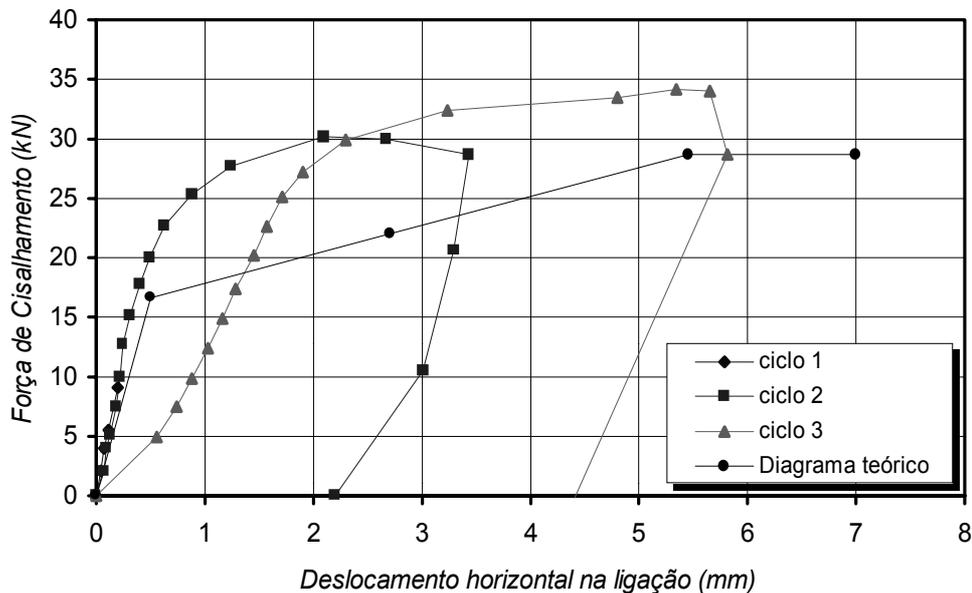


Figura 19 – Diagrama teórico para o Protótipo 1

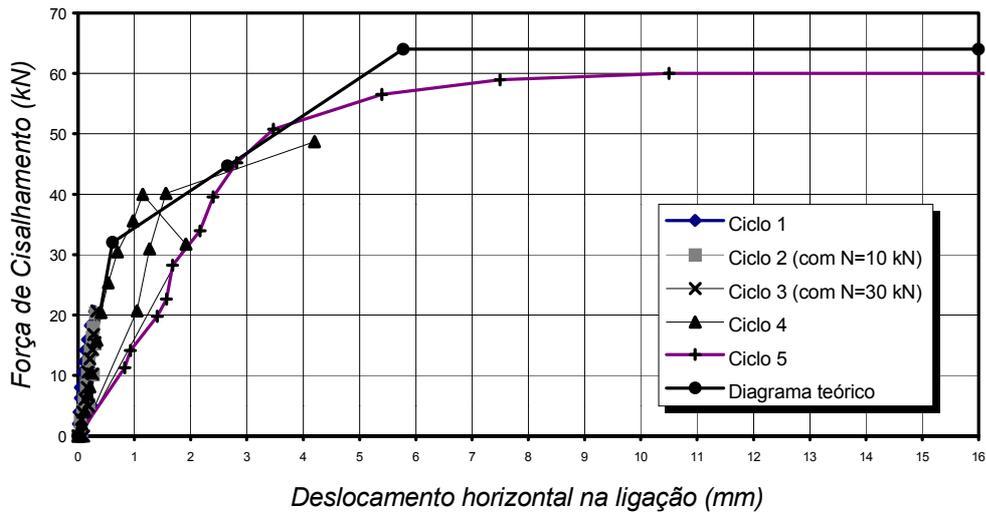


Figura 20 – Diagrama teórico para o Protótipo 2

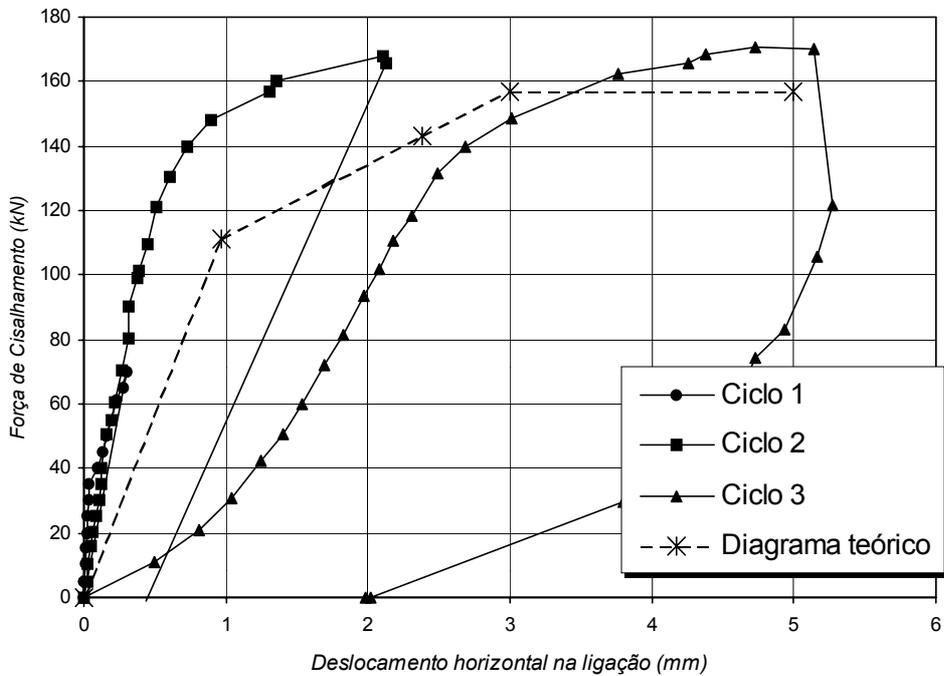


Figura 21 – Diagrama teórico para o Protótipo 3

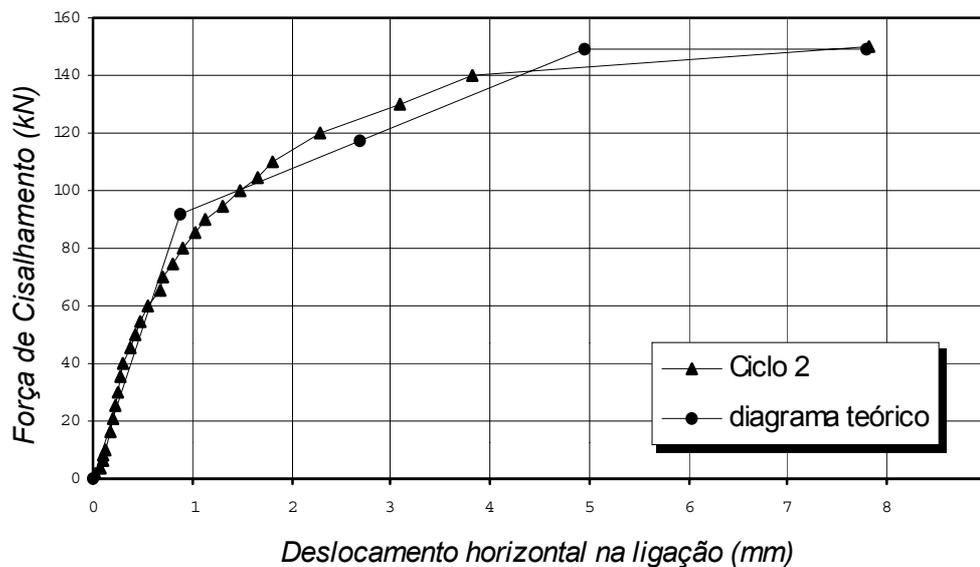


Figura 22 – Diagrama teórico para o Protótipo 4

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Os procedimentos teóricos propostos por ENGSTRÖM (1992), para o cálculo da resistência ao cisalhamento da ligação, forneceram uma ótima estimativa para os valores experimentais. Obteve-se, em média, uma relação entre os valores teóricos e os resultados experimentais de 100%, com um coeficiente de variação de 16%, para o cálculo de  $F_{vy, \min}$ , uma relação de 99%, com um coeficiente de variação de 7,5%, para o cálculo de  $F_{vy}$  e uma relação de 96%, com um coeficiente de variação de 8%, para o cálculo de  $F_{vu}$ .

A partir do equacionamento proposto para o cálculo da deformabilidade ao cisalhamento da ligação, obteve-se uma boa estimativa para a deformabilidade da ligação, para os casos de ligações com almofadas com um fator de forma  $B < 5$ . Obteve-se, em média, uma relação entre os valores teóricos e os resultados experimentais da ordem de 123%, com um coeficiente de variação de 11%.

A deformabilidade ao cisalhamento de uma ligação é inversamente proporcional ao fator de forma da almofada de elastômero. A espessura da almofada influi no mecanismo de deformação das barras do chumbador (quanto maior a espessura, maior a deformabilidade). O aumento da espessura da almofada faz com que haja um aumento da excentricidade entre as forças de cisalhamento nos elementos de viga e de pilar, aumentando o efeito da flexão nas barras do chumbador. A geometria da almofada interfere nos efeitos do atrito na ligação, surgindo tensões de tração na barra do chumbador, que no caso de barras lisas podem não ser desprezíveis, principalmente para solicitações próximas à resistência da ligação. Desta forma, quando se pretende explorar a resistência ao cisalhamento da ligação, faz-se necessária a utilização de mecanismos de ancoragem na extremidade superior do chumbador.

Assim, acredita-se que a razão pela qual o Protótipo 3 tenha apresentado um desempenho particular, em relação aos demais protótipos, está no fato de ter sido empregada uma almofada com um fator de forma alto,  $B=6,81$ , com espessura de 10 mm e comprimento de 250 mm. Acredita-se que em função da geometria da almofada, tenha ocorrido algum mecanismo de restrição às rotações relativas entre os elementos, simultaneamente à aplicação da força de cisalhamento, modificando o mecanismo de deformação da barra do chumbador e aumentando o efeito do atrito na interface da ligação, diminuindo assim a deformabilidade ao cisalhamento da ligação.

No caso da resistência ao cisalhamento, com o aumento da almofada tem-se uma área de contato maior, aumentando o atrito na interface da ligação. Também, a restrição parcial às rotações, por parte da almofada de elastômero, faz com que haja um aumento da força de tração na barra do chumbador, aumentando assim a colaboração do efeito do atrito na capacidade ao cisalhamento da ligação.

Com base na observação da influência da geometria da almofada sobre o comportamento da ligação, recomenda-se almofadas com fator de forma  $B < 5$ , para uma relação entre o comprimento e a espessura da almofada dada por  $a / h_n < 20$ . Também, um importante parâmetro a ser levado em conta seria a relação existente entre a altura da almofada em função do diâmetro, onde recomenda-se que essa relação seja  $\phi_b / h_n > 1$  e, quando se deseja um desempenho maior para a rigidez da ligação, recomenda-se uma relação  $\phi_b / h_n > 1,5$ .

Finalmente, a partir dos resultados experimentais, demonstrou-se que através da utilização em conjunto dos procedimentos teóricos para a obtenção da resistência e da deformabilidade da ligação, pode-se obter uma boa estimativa para os valores experimentais, constituindo-se assim em uma alternativa viável e em uma ferramenta de grande potencial a ser explorado para o projeto das ligações de concreto pré-moldado.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRUN, P.; PICARD, A. (1976). **Étude d'un assemblage imparfaitement rigide et des effets de son utilisation dans un multi-étage**. Quebec, Université Laval, Département de Génie Civil. 236 p. (Rapport gct76-03).

CHEOK, G.S.; LEW, H.S. (1991). Performance of precast concrete beam-to-column connections subject to cyclic loading. **PCI Journal**, v.36, n.3, p.56-67, May-June.

DEI POLI, S.; DI PRISCO, M.; GAMBAROVA, P.G. (1992). Shear response, deformations and subgrade stiffness of dowel bar embedded in concrete. **ACI Structural Journal**, v.89, n.6, p.62-74.

DOLAN, CW, PESSIKI, S.P. (1989). Model testing of precast concrete connections. **PCI Journal**, v.32, n.2, p.62-74.

DOLAN, C.W.; STANTON, S.F.; ANDERSON, R.G. (1987). Moment resistant connections and simple connections. **PCI Journal**, n.2, p.84-103, Mar.-Apr.

ENGSTRÖM, B. (1992). Combined effects of dowel action on friction in bolted connections. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL

ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 1<sup>st</sup>, E.N.S.A.I.S., Strasborg. **COST 1: Proc.**

FAFARD, M.; PICARD, A.; BEAULIEU, D. (1990). Analyse des structures avec joints à rigidité partielle: une approche unifiée. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.17, p.730-738.

FERREIRA, M.A. (1993). **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FERREIRA, M.A. (1999). **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. São Carlos. 231p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

JOHAL, L.S.; JENNY, D.P.; SHAIKH, A.F. (1991). Impact of past research and future research needs of the precast and prestressed concrete industry. **PCI Journal**, v.36, n.6, p.52-59.

LIN, C. (1993). Friction connection of precast concrete construction. In: HASSELWANDER, G.B., ed. **Anchorage to concrete**. Detroit, American Concrete Institute. p.27-46. (ACI SP-103)

LINDBERG, R. (1992). Semi-rigid behaviour of a rc portal frame. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 1<sup>st</sup>, E.N.S.A.I.S., Strasborg. **COST 1: Proc.**

MONFORTON, G.R.; WU, T.S. (1963). Matriz analysis of semi-rigidly connected frames. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.89, p.13-42, December.

STANTON, J.F.; ANDERSON, R.G.; DOLAN, C.; McCLEARY, D.E. (1986). **Moment resistant connections and simple connections**. Chicago, Precast/Prestressed Concrete Institute. 436p. (PCI Special Research Project N.º 1/ 4)

# ANÁLISE NÃO-LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS COM ARMAÇÃO TRELIÇADA: COMPARAÇÃO DE VALORES TEÓRICOS COM EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS EM PAINÉIS ISOLADOS

Alonso Droppa Júnior<sup>1</sup> & Mounir Khalil El Debs<sup>2</sup>

## Resumo

*As lajes pré-moldadas com armação treliçada - lajes compostas de vigas pré-moldadas, armadas com arranjo especial de armadura soldada, material de enchimento e concreto moldado no local – tem sido largamente empregadas na Construção Civil no Brasil, constituindo hoje em dia numa das formas mais comuns de execução de pavimentos de concreto. Apresenta-se neste trabalho uma análise comparativa entre valores teóricos e experimentais para um painel de laje bidirecional e simulações numéricas de casos representativos. No trabalho foi feita a modelagem da laje pela analogia de grelha e a consideração da não-linearidade do concreto armado a partir das relações momento fletor x curvatura indicadas no MC 90 do CEB. Utilizou-se o programa de análise estrutural ANSYS®<sup>3</sup> versão 5.4, com implementação de rotinas de cálculo para considerar as relações momento fletor x curvatura.*

*Palavras-chave: laje pré-moldada; laje pré-moldada treliçada; concreto armado; analogia de grelha; comportamento não-linear.*

## 1 INTRODUÇÃO

As lajes nervuradas pré-moldadas são utilizadas já há muito tempo nas edificações brasileiras, sendo empregadas principalmente em edificações residenciais e comerciais. Essas lajes são executadas a partir de vigotas pré-moldadas, elementos de enchimento e concreto moldado no local.

A vigota pré-moldada mais conhecida é a vigota de concreto armado com seção transversal aproximada de um T invertido. Entretanto, empresas do setor desenvolveram e implementaram novos sistemas do uso dessas lajes. É o caso dos sistemas de lajes com vigotas de concreto protendido e as lajes formadas pelas vigotas treliçadas.

Este trabalho é direcionado à análise das lajes pré-moldadas formadas por vigotas treliçadas (figura 1). Essas lajes podem ser executadas com as nervuras

---

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia de Estruturas – EESC – USP, droppa@treliart.com.br

<sup>2</sup> Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC – USP, mkdebs@sc.usp.br

<sup>3</sup> ANSYS® Analysis System - Release 5.4. (1997)

dispostas em uma direção, chamadas de lajes unidirecionais, e com as nervuras dispostas nas duas direções, chamadas de lajes bidirecionais.

Recentemente esse tipo de lajes tem avançado rumo aos edifícios de mais pavimentos, substituindo até mesmo as lajes maciças dos edifícios. Destaca-se também que a concepção estrutural dos pavimentos com grandes vãos é uma tendência atual, reduzindo-se o número de vigas e apoiando-se as paredes diretamente sob a laje.

Deste modo a laje torna-se mais solicitada no que diz respeito à situação definitiva e também durante o processo de execução na obra.

As lajes pré-moldadas formadas por vigotas treliçadas têm tido uma grande aceitação. Observa-se o grande crescimento do uso dessas lajes segundo os dados da Abilaje (Associação Brasileira da Indústria de Lajes) - Fonte: LAJES DO FUTURO (1998), em 1990 as lajes formadas por vigotas treliçadas detinham uma participação no mercado de apenas 5%, em 1998 saltou para 40%.

Devido a esse crescimento, torna-se necessário a ampliação do conhecimento técnico sobre essas lajes, em especial com relação às deformações, que podem inviabilizar as suas condições de serviço. Ocorrendo deformações excessivas surgem fissuras em elementos estruturais e de vedação, conseqüentemente incômodo aos usuários e custos adicionais para reparos.

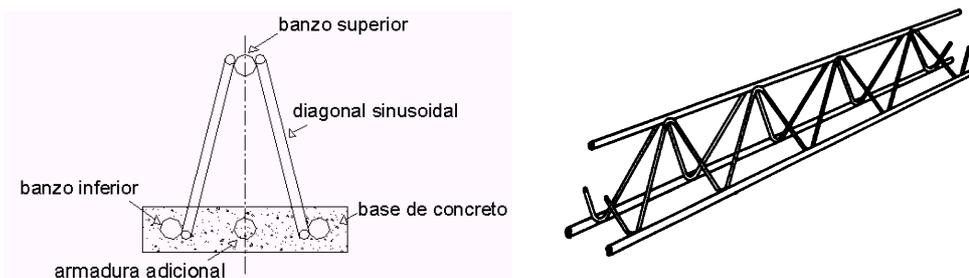


Figura 1 - Seção da vigota e perspectiva da armadura treliçada

Neste trabalho apresenta-se um estudo do comportamento de lajes pré-moldadas com armação treliçada que inclui uma comparação de resultados teóricos com experimentais e simulações numéricas para painéis isolados.

## 2 MÉTODOS E TÉCNICAS

Os métodos e técnicas empregados neste trabalho englobam a modelagem da laje pela analogia de grelha, a consideração da não-linearidade do concreto armado e a implementação de rotinas no programa ANSYS®.

O modelo de grelha consiste em idealizar uma laje ou mesmo um pavimento de um edifício através de barras. A rigidez longitudinal da laje é concentrada nas barras longitudinais e a rigidez transversal é concentrada nas barras transversais. Este modelo é bastante apropriado para análise estrutural de lajes nervuradas.

As lajes pré-moldadas são discretizadas e analisadas com o uso do programa ANSYS®. A principal vantagem do uso desse programa é a facilidade ou comodidade para a entrada dos dados, relativas a geometria da estrutura e características mecânicas, e para a análise dos resultados.

A avaliação dos deslocamentos e esforços solicitantes em uma estrutura torna-se mais confiável ou segura na medida que se estima melhor os parâmetros de rigidez do concreto armado. O fato das seções de concreto armado apresentarem rigidezes diferentes conforme o nível de solicitação, correspondentes aos vários estádios de comportamento (Estádio I, II e III), tornam o comportamento do concreto armado complexo e significativamente não-linear.

Neste trabalho apresenta-se um modelo não-linear, mediante a relação momento-curvatura do CEB-90 (1991), sendo função da fissuração do concreto e também das equações constitutivas dos materiais, aço e concreto. A não-linearidade do concreto armado é considerada no modelo de grelha com a inclusão de sub-rotinas no programa ANSYS®. Nestas sub-rotinas leva-se em consideração a variação da rigidez à flexão e à torção segundo o CEB-90 (1991).

A técnica utilizada para considerar o comportamento não-linear é a do carregamento incremental, considerando que em cada etapa de carga há linearidade entre esforços e deslocamentos, ou seja, o problema não-linear passa, assim, a ser resolvido através da soma de parcelas lineares. Os procedimentos utilizados para as análises podem ser visto em DROPPA JR. (1999).

Neste procedimento, a rigidez à flexão é considerada em função do momento fletor atuante em um dado elemento da estrutura, com características geométricas e mecânicas já definidas (seção transversal, área de aço, resistência do aço e do concreto). Com base na relação momento x curvatura do CEB-90 (1991) apresentada na figura 2, pode-se determinar a variação da rigidez à flexão apresentada na figura 3:

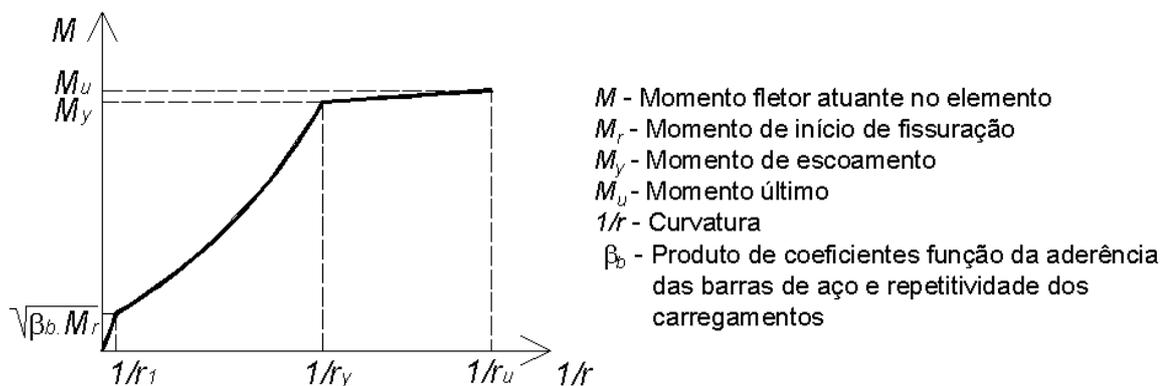


Figura 2 - Relação momento x curvatura

Apresenta-se a seguir, para cada estágio de comportamento, os valores da curvatura segundo o CEB-90 (1991):

**Estádio I -  $M < M_r \sqrt{\beta_b}$  :**

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} = \frac{M_r \sqrt{\beta_b}}{E_c I_I} \quad \text{sendo,} \quad \beta_b > \beta_1 \beta_2$$

**Estádio II -  $M_r \sqrt{\beta_b} < M < M_y$  :**

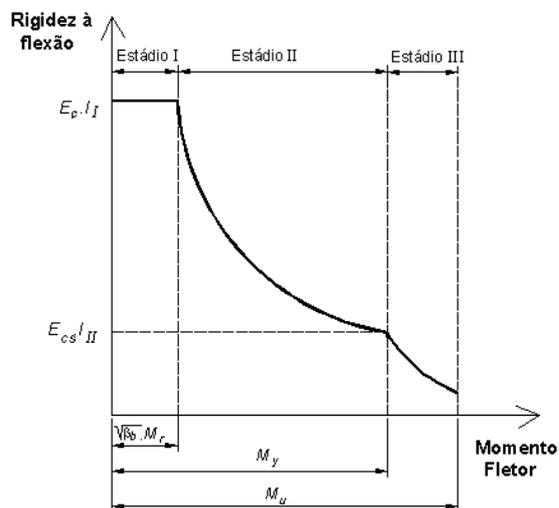
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{ts}} \quad \text{sendo:} \quad \frac{1}{r_{ts}} = \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M} \right)$$

$\frac{1}{r_{ts}}$  - rigidez do concreto à tração "tension stiffening"

$$\frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_{cs} I_{II}} \quad ; \quad \frac{1}{r_{2r}} = \frac{M_r}{E_{cs} I_{II}} \quad ; \quad \frac{1}{r_{1r}} = \frac{M_r}{E_c I_I}$$

**Estádio III -  $M > M_y$ :**

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_y} - \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M_y} \right) + \frac{(M - M_y)}{2K_{III}} \quad \text{sendo,} \quad K_{III} = \frac{M_u - M_y}{\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_y}}$$



$E_c$  - Módulo de elasticidade do concreto  
 $E_{cs}$  - Módulo de elasticidade do concreto reduzido  
 $I_I$  - Momento de inércia à flexão - Estádio I  
 $I_{II}$  - Momento de inércia à flexão - Estádio II

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_c$$

Figura 3 – Rigidez à flexão x momento fletor

A análise com modelo de grelha envolve também a rigidez à torção, que é também variável em função das solicitações.

O estudo do comportamento de elementos submetidos à torção é feito aqui, simplificada, de forma dependente dos esforços de flexão. Pois como não se tem um estudo detalhado dos momentos de torção limitantes em cada estádio em que se encontra a seção. Estes limites são, então, adotados em função dos momentos fletores. A maioria dos ensaios disponíveis na literatura está relacionada à torção simples e são adotados como aproximação para os casos de solicitação composta. Segundo o CEB-90 (1991), pode-se estimar a rigidez à torção para o estádio I por:

**0,3.  $E_c \cdot I_T$**  → Rigidez à torção no estádio I, sendo:  $I_T$  = Momento de inércia à torção

Para o estádio II, quando houver interação entre os esforços de flexão e torção, a formulação resulta em:

**0,05.  $E_c \cdot I_T$**  → Rigidez à torção no estádio II

### 3 ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE UMA LAJE PRÉ-MOLDADA BIDIRECIONAL

Apresentam-se, nesta seção, comparações entre os valores experimentais e teóricos de uma laje pré-moldada bidirecional com vigota treliçada. Os valores experimentais foram resultados do ensaio realizado no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP, em uma prestação de serviços à fábrica de laje SALEMA.

A laje foi apoiada sobre alvenaria. Em uma direção foram dispostas as vigotas treliçadas e entre elas enchimento de EPS, a nervura na outra direção é obtidas pelas cavidades formadas pelas abas do elemento de enchimento. Na figura 4 são reproduzidas as dimensões em planta da laje.

O carregamento da estrutura foi feito com água. Para isso, foi montado um suporte de madeira revestido com lona plástica para tornar possível o preenchimento com água. Para o controle da altura d'água utilizou-se uma régua graduada de 5 em 5 cm, o que corresponde a uma variação de 0,5 kN/m<sup>2</sup> na sobrecarga.

Para a determinação dos deslocamentos foram colocados 5 defletômetros na laje. Um foi posicionado no centro do vão e os outros 4 distribuídos em cada face para medir os deslocamentos próximos do apoio, como visto na figura 4.

No ensaio foi realizada a leitura dos defletômetros a cada 0,5 kN/m<sup>2</sup> de carregamento. Em uma primeira etapa, a laje foi carregada até a sobrecarga de 3 kN/m<sup>2</sup> (sobrecarga de projeto) e mantida durante 24 horas com este carregamento e depois foi feito o descarregamento. Em outra etapa a laje foi carregada até 6 kN/m<sup>2</sup> com leituras durante o carregamento e descarregamento.

As dimensões das seções transversais das nervuras são mostradas na figura 5. Na tabela 1, apresentam-se as características geométricas e mecânicas dessas seções. A nervura longitudinal possui a armadura treliçada com fios de 4,2 mm no banzo inferior e a nervura transversal possui apenas um fio com diâmetro igual a 6,0 mm.

Os valores da resistência média do concreto à compressão  $f_{cm}$  e à tração  $f_{ctm}$  foram obtidos por ensaios de compressão axial e diametral em corpos de prova cilíndricos, sendo:

$$f_{cm} = 32 \text{ MPa} ; \quad f_{ctm} = 3,1 \text{ MPa}$$

De acordo com o CEB-90 (1991), o módulo de elasticidade estimado em função da resistência média à compressão, vale:

$$E_c = 31,68 \text{ GPa} ; \quad E_{cs} = 26,93 \text{ GPa}$$

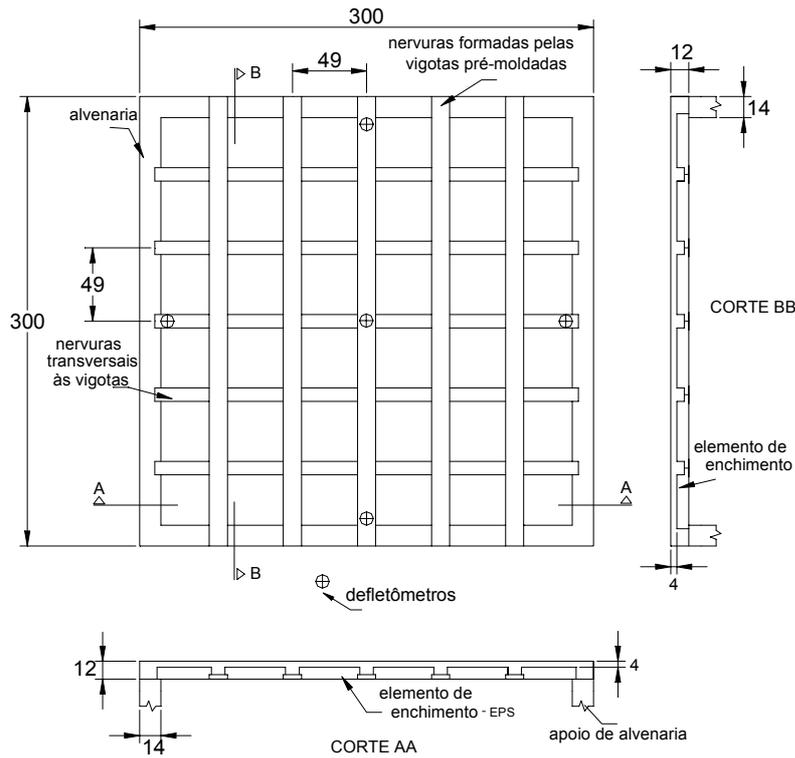


Figura 4 - Localização das nervuras (dimensões em cm)

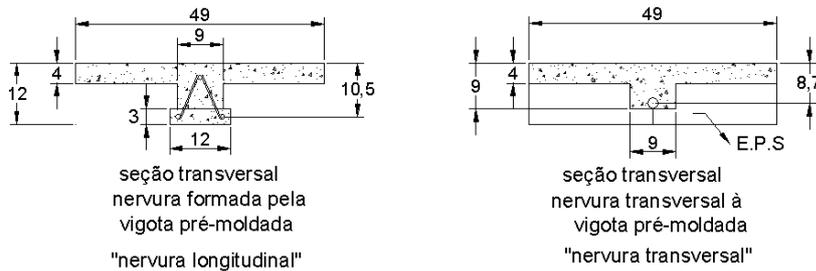


Figura 5 - Seções transversais das nervuras (dimensões em cm)

Tabela 1 - Valores das características geométricas e mecânicas

nervura	longitudinal	transversal
Área de aço (cm <sup>2</sup> )	0,28	0,28
Momento de inércia à torção (cm <sup>4</sup> )	2301	1667
Momento de inércia à flexão - Estádio I (cm <sup>4</sup> )	3031	1150
Momento de inércia à flexão - Estádio II (cm <sup>4</sup> )	182	124
Momento de início de fissuração - M <sub>y</sub> (kN.cm)	138,1	69,9
Momento de escoamento - M <sub>y</sub> (kN.cm)	146,14	120,92
Curvatura - 1/r <sub>y</sub> (cm <sup>-1</sup> )	0,0003	0,00037
Momento fletor último - M <sub>u</sub> (kN.cm)	173,5	143,8
Curvatura - 1/r <sub>u</sub> (cm <sup>-1</sup> )	0,001	0,00121

Como pode ser visto na figura 4, a laje possui na sua extremidade nervuras de borda. Para analisar a influência da rigidez à torção dessas nervuras considera-se a seção da nervura de borda (12 cm x 14 cm). O valor do momento de inércia à torção ( $I_T$ ) foi calculado segundo as indicações de LEONHARDT (1979) para seções transversais homogêneas retangulares.

Para o cálculo do valor do momento de inércia à torção para vigas com seção I ou T (figura 6), como é o caso da seção transversal das nervuras da laje, a seção transversal é dividida em retângulos, obtendo  $I_T$  como a soma dos valores dos retângulos parciais. Admite-se, pois que cada retângulo parcial gira em torno do respectivo centro de cisalhamento. Na realidade, existe apenas um eixo de rotação global, que passa pelo centro de cisalhamento da seção total. No entanto o cálculo do  $I_T$  por este método simplificado conduz a resultados satisfatórios.

$$I_T = \sum I_{Ti} = I_{T_1} + I_{T_2} + I_{T_3} + \dots$$

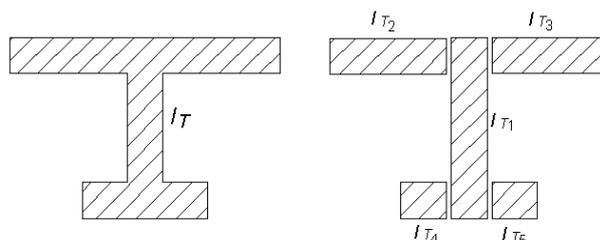


Figura 6 - Cálculo do momento de inércia à torção, segundo LEONHARDT (1979)

As nervuras de extremidade são apoiadas na alvenaria. Em função disso, considera-se que essas nervuras possuam os deslocamentos verticais nulos.

Conforme comentado, o estudo do comportamento de elementos submetidos à torção é feito aqui, como simplificação, de forma dependente dos esforços de flexão. Deste modo não se dispõe de parâmetros para variar a rigidez à torção das nervuras de extremidade. Por essa razão considera-se a rigidez à torção nessas nervuras um valor constante.

Adotam-se três casos teóricos para comparações com valores experimentais. Estes três casos possuem variações de um para o outro apenas na rigidez à torção.

Para o primeiro caso considera-se a rigidez à torção das nervuras da extremidade constante para o estágio I, os demais elementos (nervuras longitudinais e transversais) são valores variáveis, em função do momento fletor atuante. No segundo caso considera-se a rigidez à torção das nervuras da extremidade constante para o estágio II.

Para o terceiro caso considera-se a rigidez à torção de todos os elementos da laje constantes e iguais à rigidez do estágio II, variando-se apenas a rigidez à flexão em função do momento fletor.

Desta forma, as características dos três casos são:

**caso 1** – Rigidez à torção das vigas de extremidade constante no estágio I

**caso 2** – Rigidez à torção das vigas de extremidade constante no estágio II

**caso 3** – Rigidez à torção constante a todos os elementos estágio II

O modelo de grelha, com espaçamentos entre as malhas iguais às distâncias entre as nervuras, está apresentado na figura 7.

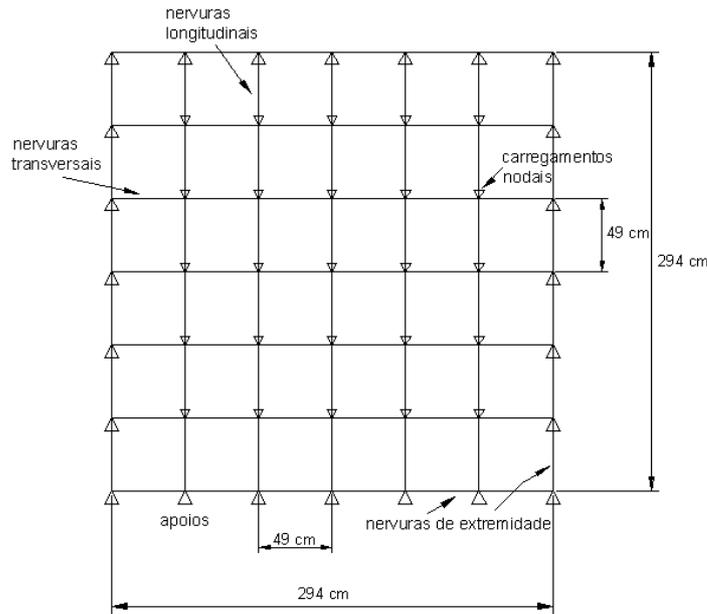


Figura 7 – Malha da grelha

No ensaio não foi considerado o deslocamento devido ao peso próprio, e sim a partir da sobrecarga. De acordo com análises teóricas o deslocamento devido ao peso próprio é de aproximadamente  $0,5 \text{ mm}$ .

Apresentam-se na figura 8 os valores teóricos e experimentais do deslocamento devido à atuação da sobrecarga. Os diagramas de momento fletor na nervura mais solicitada com a sobrecarga igual a  $6,0 \text{ kN/m}^2$ , para os três casos considerados, são vistos na figura 9.

Apresenta-se na tabela 2 os valores de deslocamento central e de máximo momento fletor de acordo com os casos considerados, incluindo valores obtidos com análise linear.

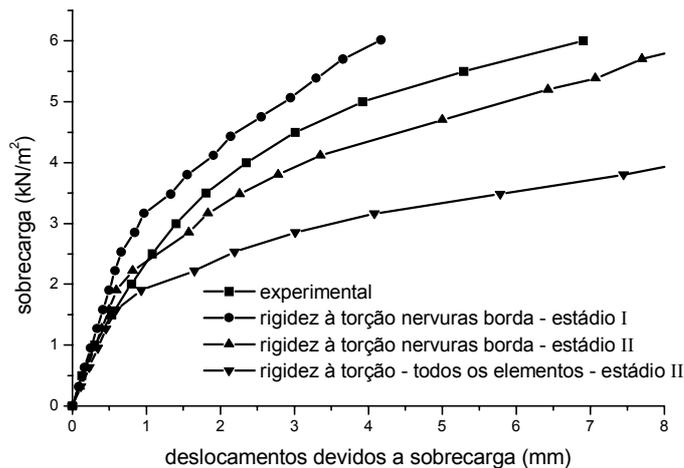


Figura 8 – Diagrama de sobrecarga x deslocamento central

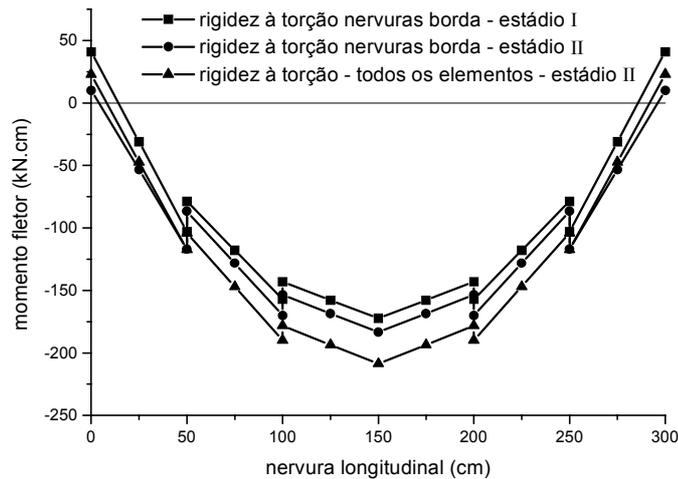
Figura 9 – Diagrama de momento fletor para a sobrecarga de 6,0 kN/m<sup>2</sup>

Tabela 2 - Valores de deslocamento e máximo momento fletor

modelo de grelha: casos considerados	sobrecarga: 3,0 kN/m <sup>2</sup>		sobrecarga: 6,0 kN/m <sup>2</sup>	
	deslocamento central (mm)	máximo momento fletor (kN.cm)		
		nervura longitudinal	nervura transversal	
experimental	1,4	*	*	
grelha - <b>análise linear</b> rigidez à torção - estágio I	0,8	233	83	
grelha - <b>análise linear</b> rigidez à torção - estágio II	1,1	316	110	
grelha - <b>análise não-linear</b> rigidez à torção das vigas de extremidade no estágio I	0,9	170	87	
grelha - <b>análise não-linear</b> rigidez à torção das vigas de extremidade no estágio II	1,7	183	100	
grelha - <b>análise não-linear</b> rigidez à torção de todos os elementos no estágio II	3,6	206	125	

Neste estudo teórico-experimental verifica-se a grande influência da rigidez à torção nos valores dos deslocamentos. Com a redução da rigidez à torção, utilizando-se apenas a rigidez do estágio II para todos os elementos, a diferença de deslocamento entre o valor teórico e experimental para a situação de serviço (3,0 N/m<sup>2</sup>) é grande, cerca de 170%. Embora se trate de apenas um modelo de laje e também somente um tipo (laje bidirecional) pode-se concluir que em termos de cálculo de deslocamentos, o modelo alcança valores satisfatórios.

No que diz respeito à consideração da rigidez das nervuras de extremidade, os resultados obtidos foram os esperados, pois a curva experimental é a curva intermediária entre as curvas teóricas calculadas com a rigidez à torção das nervuras da extremidade constantes para o estágio I e II.

A consideração da rigidez à torção nos elementos, como é de se esperar, contribui na modificação dos valores de momento fletor nas nervuras, como pode ser visto nos diagramas da figura 9. A diferença entre os valores de máximo momento fletor é da ordem de 21%, comparados com a consideração da rigidez à torção no estágio I e II.

Nota-se que os deslocamentos teóricos e experimentais são menores do que o limite imposto na norma igual a 1/300 do vão da laje, pois se trata de um vão

relativamente pequeno e atuação de apenas cargas distribuídas. Para vãos maiores e com carregamentos concentrados ou em linha (paredes), este limite pode ser atingido, causando fissurações nos elementos (laje, alvenaria) e também problemas de ordem estética.

#### 4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS EM LAJES UNIDIRECIONAIS E BIDIRECIONAIS

Apresentam-se, nesta seção, simulações numéricas de lajes nervuradas formadas por vigotas pré-moldadas. Nessas simulações numéricas foram feitas as seguintes variações: a) altura da laje, b) formato em planta da laje e c) tipo de laje, sendo do tipo unidirecional ou bidirecional. A laje unidirecional possui nervuras dispostas em apenas uma direção, sendo que na direção ortogonal às vigotas tem-se apenas a colaboração da capa de concreto. A laje bidirecional possui as nervuras dispostas também na direção ortogonal às vigotas pré-moldadas.

Nesta simulação teórica analisam-se os deslocamentos centrais, utilizando-se do modelo de grelha segundo apenas a análise não-linear. Utiliza-se também o modelo de viga para a modelagem da laje unidirecional para comparações com o modelo de grelha.

Os valores de altura da laje considerados são 12 e 20 cm. Apresenta-se na figura 10 a seção transversal das nervuras longitudinais (nervura formada pela vigota pré-moldada e o concreto moldado no local).

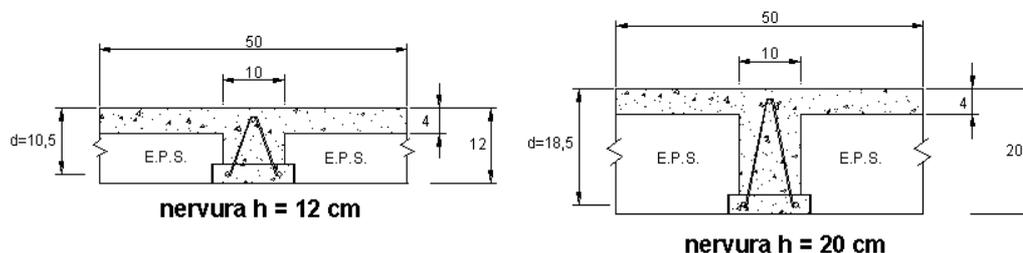


Figura 10 – Seção transversal das nervuras longitudinais (dimensões em cm)

As nervuras transversais (nervuras perpendiculares à vigota pré-moldada), são mostradas na figura 11 sendo função do tipo de laje (unidirecional ou bidirecional). Nesta análise, considera-se os dois tipos de laje para comparações.

O vão a ser vencido é igual a 6,0 metros, com dois formatos em planta, um com a razão entre os lados iguais a 1,0 (6,0m x 6,0m) e outro com a razão entre os lados iguais a 2,0 (12,0m x 6,0m), como pode ser visto na figura 12.

Adota-se a resistência média do concreto à compressão tanto para o moldado no local, quanto para o concreto da vigota pré-moldada igual a 20 MPa. A armadura da laje é o CA-60.

Segundo o CEB-90 (1991), determinam-se os parâmetros:

$$E_C = 27,09 \text{ GPa} \quad ; \quad E_{CS} = 23,02 \text{ GPa} \quad ; \quad f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$$

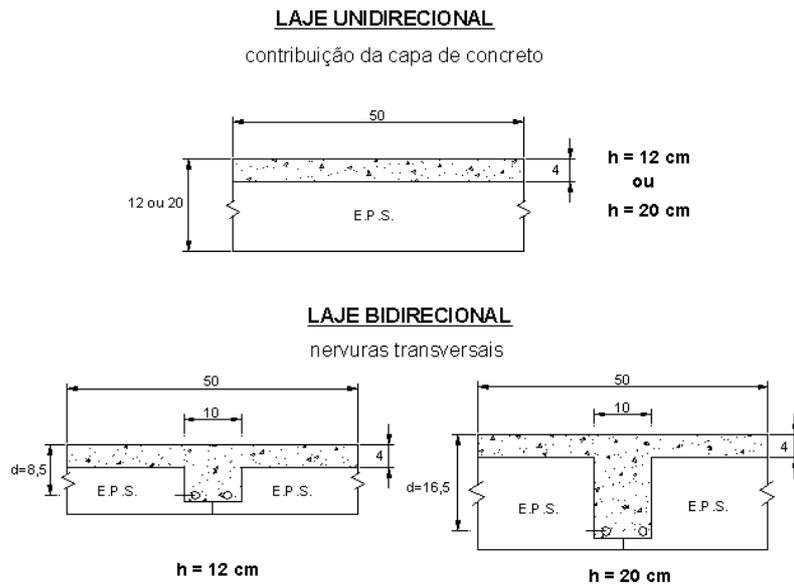


Figura 11 – Seção transversal das barras transversais da grelha (dimensões em cm)

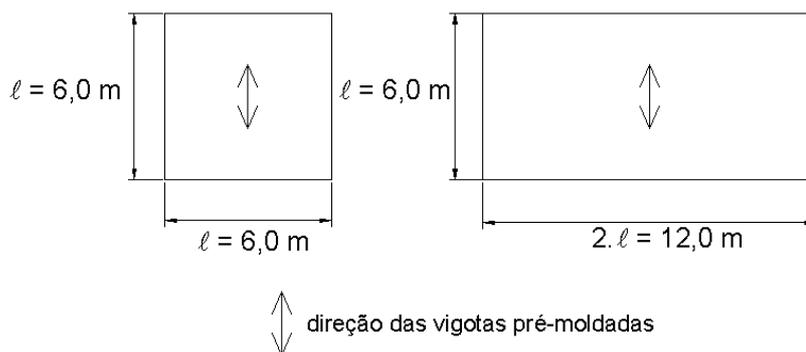


Figura 12 – Formato das lajes em planta

A sobrecarga considerada é igual a  $2,0 \text{ kN/m}^2$ . O peso próprio é decorrente do peso próprio da laje (vigotas pré-moldadas, concreto moldado no local e elementos de enchimento) e do revestimento. Adotou-se o peso do revestimento igual a  $0,5 \text{ kN/m}^2$ .

Tabela 3 - Peso próprio e carregamento total ( $\text{kN/m}^2$ )

altura da laje	peso próprio da laje		carregamento total	
	unidirecional	bidirecional	unidirecional	bidirecional
h = 12 cm	1,46	1,7	3,96	4,2
h = 20 cm	1,88	2,44	4,38	4,94

Apresentam-se na tabela 4 os valores de máximo momento fletor, segundo análise linear, para a laje unidirecional e os valores de armadura obtidos no dimensionamento a flexão normal simples de peças de concreto armado.

Tabela 4 – Máximo momento fletor e área de aço – laje unidirecional

h (cm)	Momento Fletor (kN.cm)	$A_s$ ( $\text{cm}^2$ ) CA-60
12	891	2,54
20	985	1,48

Na laje bidirecional, em função de análise linear da grelha, e considerando a rigidez a torção do estádio II, obtêm-se os valores na tabela 5.

Tabela 5 - Máximo momento fletor e área de aço - laje bidirecional

laje 6m x 6m	máx. momento fletor (kN.cm)		área de aço (cm <sup>2</sup> )	
	h = 12	h = 20	h = 12	h = 20
altura (cm)	h = 12	h = 20	h = 12	h = 20
nervura longitudinal	754	814	2,11	1,21
nervura transversal	365	529	1,23	0,88
laje 12m x 6m	máx. momento fletor (kN.cm)		área de aço (cm <sup>2</sup> )	
	h = 12	h = 20	h = 12	h = 20
altura (cm)	h = 12	h = 20	h = 12	h = 20
nervura longitudinal	1055	1255	3,09	1,9
nervura transversal	211	286	0,69	0,47

De acordo com a NBR-7197 (1989), para a verificação dos Estados Limites de Utilização, no que diz respeito à verificação de Estados Limites de deformações excessivas podem ser utilizadas as combinações freqüentes das ações:

$$F_d = F_g + \Psi_1 \cdot F_{q1}$$

Sendo:

$\Psi_1$  – fator de utilização = 0,3;

$F_d$  – Ações atuantes para verificação do estado limite de deformações excessivas;

$F_g$  – Ações de caráter permanente (peso próprio da laje, alvenaria e revestimento);

$F_{q1}$  – Ações principais de caráter acidental (cargas variáveis e sobrecargas).

A flecha medida a partir do plano que passa pelos apoios para vãos sem balanço é de 1/300 do vão considerado. Para os arranjos considerados tem-se que a flecha máxima em Estado Limite de Utilização é de 600/300 = 2 cm.

Os diagramas de carga x deslocamentos central, mediante a análise não-linear, para as lajes com altura igual a 12 cm e 20 cm são vistos nas figuras 13 e 14.

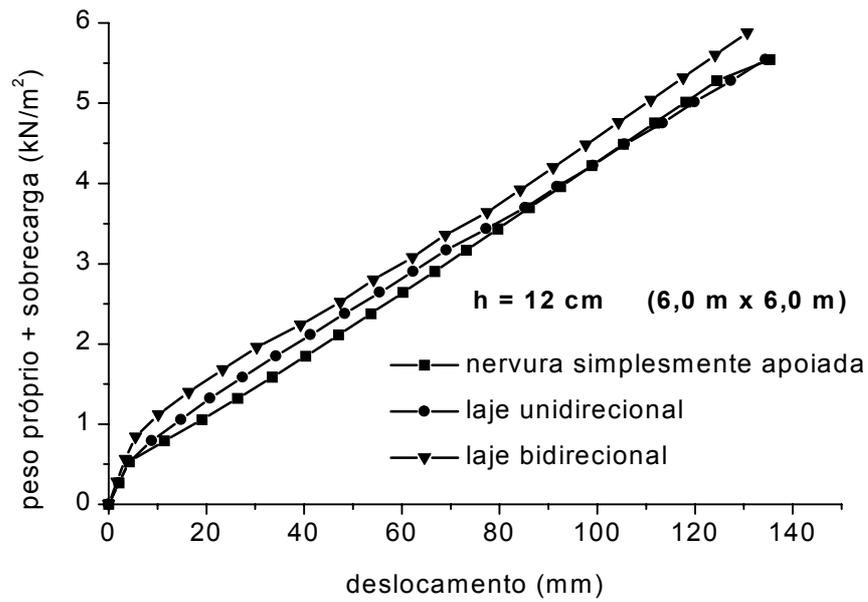


Figura 13 – Carregamento x deslocamento – h = 12 cm – planta 6 m x 6 m

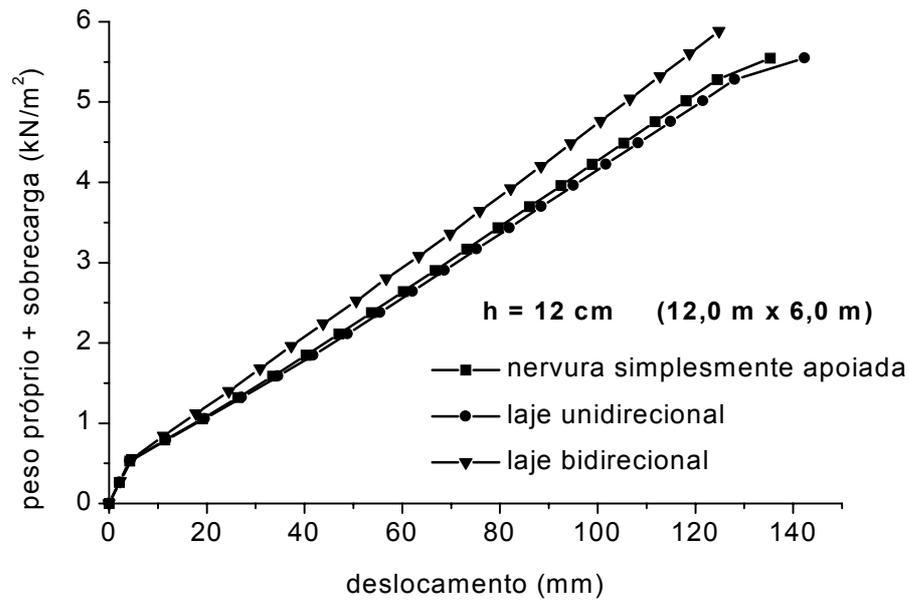


Figura 14 – Carregamento x deslocamento – h = 12 cm – planta 12 m x 6 m

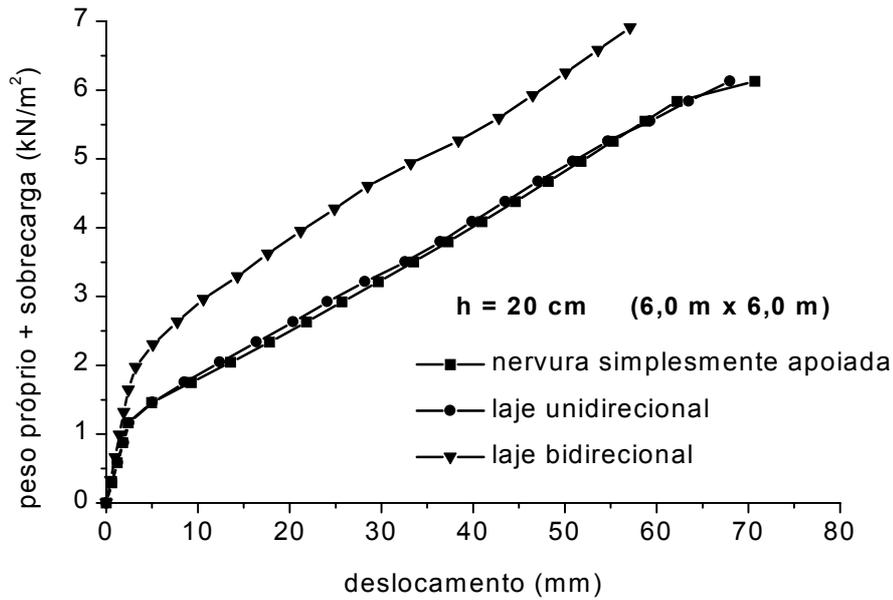


Figura 15 – Carregamento x deslocamento – h = 20 cm – planta 6 m x 6 m

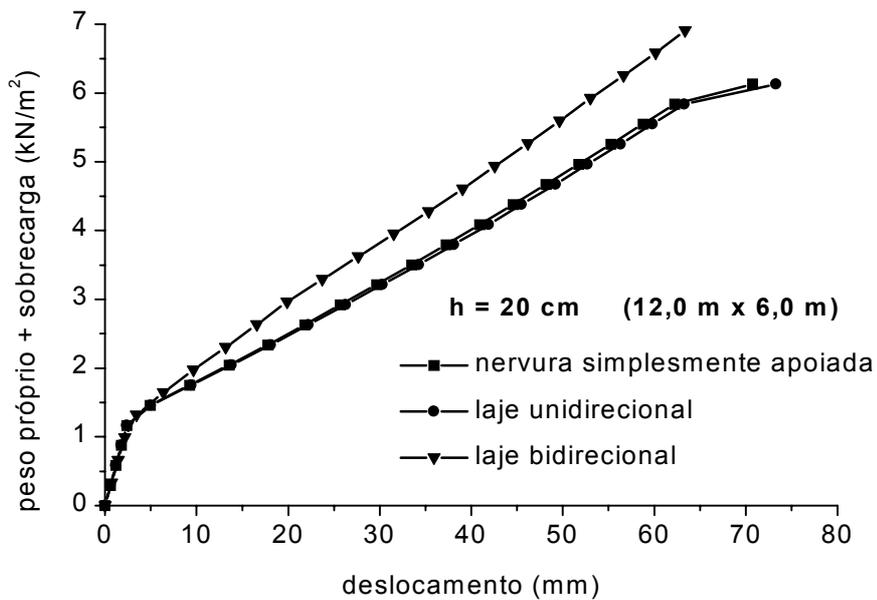


Figura 16 – Carregamento x deslocamento – h = 20 cm – planta 12 m x 6 m

Apresenta-se na tabela 6 os valores de flecha para os modelos acima de acordo com as combinações frequentes das ações:

Tabela 6 – Flechas de acordo com as combinações freqüentes das ações

<b>altura da laje igual a 12 cm</b>	<b><math>F_d</math> (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>formato em planta</b>	<b>flecha (cm)</b>
nervura simplesmente apoiada (modelo de viga)	2,56	*	5,6
laje unidirecional (modelo de grelha)	2,56	6,0 m x 6,0 m	5,2
		12,0 m x 6,0 m	5,9
laje bidirecional (modelo de grelha)	2,80	6,0 m x 6,0 m	5,2
		12,0 m x 6,0 m	5,7
<b>altura da laje igual a 20 cm</b>	<b><math>F_d</math> (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>formato em planta</b>	<b>flecha (cm)</b>
nervura simplesmente apoiada (modelo de viga)	2,98	*	2,7
laje unidirecional (modelo de grelha)	2,98	6,0 m x 6,0 m	2,4
		12,0 m x 6,0 m	2,6
laje bidirecional (modelo de grelha)	3,54	6,0 m x 6,0 m	1,6
		12,0 m x 6,0 m	2,7

Comparando-se os deslocamentos entre os arranjos de nervura simplesmente apoiada (modelo de viga), laje unidirecional e bidirecional (modelo de grelha) tem-se que:

- os deslocamentos obtidos através dos arranjos de laje unidirecional (modelo de grelha) são próximos dos valores obtidos no modelo de viga;
- para os modelos de laje bidirecional, como é esperado, ocorre uma significativa redução dos deslocamentos (comparados com modelos de laje unidirecional) para a altura da laje igual a 20 cm e formato em planta quadrada (6m x 6m). Esta redução dos deslocamentos da ordem de 40%. Mas, para a altura de laje igual a 12 cm é observado deslocamento próximo das lajes unidirecionais;
- à medida que aumenta a relação entre os vãos, e sendo dispostas as vigotas pré-moldadas no menor vão, existe uma maior aproximação dos arranjos de laje unidirecional com o modelo de viga bi-apoiada. Nas lajes bidirecionais, aumenta-se o deslocamento aproximando-se dos modelos de viga bi-apoiada. Nota-se, portanto a pouca eficiência de lajes bidirecionais para painéis de laje com relação entre vãos iguais ou próximos a 2;
- para os arranjos considerados, conforme a tabela 6, tem-se que a flecha calculada no Estado Limite de Utilização é menor do que o limite (2,0 cm) somente para a laje bidirecional com formato em planta (6,0 m x 6,0 m), com altura da laje igual a 20 cm. Nota-se que nestas análises não foi considerada a rigidez das vigas de extremidade, sendo um parâmetro que pode reduzir os valores das flechas. Destaca-se que a altura de 12 cm corresponde a razão vão/altura igual a 50. Esta razão só é empregada em elementos de concreto protendido.

## 5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho procurou-se fazer uma avaliação do comportamento estrutural das lajes pré-moldadas formadas por vigotas treliçadas. Sendo que as principais conclusões foram:

- a rigidez à torção dos elementos constituintes da laje é um parâmetro determinante para se estimar o deslocamento;
- o modelo de viga para análise de lajes unidirecionais, com altura da capa de concreto igual a 4 cm, é suficientemente preciso para aplicações práticas, como é visto nos diagramas das figuras 13 a 16, o que mostra a pouca influência da

rigidez da capa de concreto na direção transversal às vigotas pré-moldadas unidirecionais;

- c) o emprego de lajes bidirecionais constitui-se em uma importante alternativa para situações com grandes vãos, pois ocorre uma grande redução dos deslocamentos se comparados com as lajes unidirecionais; porém, a eficiência deste arranjo será maior para lajes com grande altura e com formato em planta com a razão entre os lados iguais a 1.

Conforme já comentado, via de regra, o principal condicionante no dimensionamento destas lajes é o estado limite de deformações excessivas. Em casos que ultrapasse os deslocamentos máximos, deve-se aumentar a altura da laje ou recorrer a análises com a consideração das rigidezes das vigas de apoio das lajes e também da continuidade entre lajes adjacentes. Para isto é de fundamental importância o estudo mais detalhado destas lajes, mediante análises teóricas e experimentais, que permitirá avaliar o valor e a influência da rigidez à torção (dos elementos da laje e das vigas) e da continuidade no que diz respeito à distribuição de esforços e cálculo de deslocamentos.

## 6 AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de mestrado concedida e à LAJES SALEMA, por ter autorizado o uso dos valores experimentais de um ensaio de laje pré-moldada.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). **NBR-7197 - Projeto de estruturas de concreto protendido**. Rio de Janeiro.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). CEB-FIP model code 1990. **Bulletin d'Information**, n.203.

DROPPA JR. A. (1999). **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LAJES DO FUTURO (1998). **Construção**, São Paulo, n.2616, p.16-19, março.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1979). **Construções de concreto**. Rio de Janeiro, Interciência. v.1.

# CADERNOS DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

(Números Publicados)

- | Nº. | Ano  | Autores / Título  |
|-----|------|---|
| 16  | 1999 | SOUSA JR., E.; PAIVA, J.B. <i>Um aplicativo para o ambiente Windows para aquisição de dados para análise de pavimentos de edifícios via método dos elementos finitos.</i> |
| 15  | 1999 | PELETEIRO, S.C.; RAMALHO, M.A. <i>Utilização da formulação livre para desenvolvimento de um elemento de membrana com liberdades rotacionais.</i>                          |
| 14  | 1999 | BOTTURA, H.M.; LAIER, J.E. <i>Uma família de algoritmos hermitianos para a integração direta das equações de dinâmica das estruturas.</i>                                 |
| 13  | 1999 | BADIALE, R.C.; SÁLES, J.J. <i>Reservatórios metálicos elevados para aplicação na indústria sucro-alcooleira.</i>  |
| 12  | 1999 | MUNAIAR NETO, J.; PROENÇA, S.P.B. <i>Estudo de modelos constitutivos viscoelásticos e elasto-viscoplásticos.</i>  |
| 11  | 1999 | SOARES, R.C.; EL DEBS, A.L.H.C. <i>Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação a pavimentos.</i>                                    |
| 10  | 1999 | PINHEIRO, R.V.; LAHR, F.A.R. <i>Emprego da madeira do gênero Pinus na construção de estruturas de cobertura.</i>  |
| 9   | 1999 | RIBEIRO, L.F.L.; GONÇALVES, R.M. <i>Comportamento momento-rotação de ligações com chapa de topo: resultados experimentais.</i>  |
| 8   | 1999 | BRANDÃO, A.M.S.; PINHEIRO, L.M. <i>Qualidade e durabilidade das estruturas de concreto armado: aspectos relativos ao projeto.</i>   |
| 7   | 1999 | MACÊDO, A.N.; CALIL JR., C. <i>Estudo de emendas dentadas em madeira laminada colada (MLC): avaliação de método de ensaio – NBR 7190/1997.</i>                            |
| 6   | 1998 | NASCIMENTO, J.W.B.; CALIL JR., C. <i>Painéis estruturais para paredes de silos verticais prismáticos.</i>   |
| 5   | 1998 | OLIVEIRA, F.L.; MACHADO JR., E.F. <i>Avaliação da segurança estrutural de sistemas inovadores: estudo de caso.</i>  |
| 4   | 1998 | MAGALHÃES, J.R.M.; MALITE, M. <i>Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos relativos ao projeto e à construção.</i>   |
| 3   | 1998 | SILVA, N.A.; VENTURINI, W.S. <i>Aplicação do método dos elementos de contorno à análise de placas com apoios internos.</i>  |
| 2   | 1998 | PARSEKIAN, G.A.; CORRÊA, M.R.S. <i>Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente.</i>  |
| 1   | 1997 | HANAI, J.B. ; MINATEL , M.N. <i>Retrospectiva da produção científica e tecnológica do Departamento de Engenharia de Estruturas: 1955-1996.</i>                            |